

СЗ13е  
И-463

2/III-  
СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



2456/2-73

P7 - 7108

А.С.Ильинов

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ДЖЕКСОНА-СИККЕЛАНДА  
ДЛЯ РАСЧЕТА СЕЧЕНИЙ ОБРАЗОВАНИЯ  
СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

P7 - 7108

А.С.Ильинов

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ДЖЕКСОНА-СИККЕЛАНДА  
ДЛЯ РАСЧЕТА СЕЧЕНИЙ ОБРАЗОВАНИЯ  
СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## Введение

В настоящее время для вычисления сечений  $x_n$ -реакций, инициированных тяжелыми ионами с образованием делящегося составного ядра, используют два разных метода. Один из них /назовем его точным/ учитывает сложный характер процесса снятия возбуждения ядра, который протекает путем последовательного испускания  $x$  нейтронов и сопровождается изменением различных характеристик промежуточных ядер: энергии возбуждения, углового момента и т.д. /1/. Результаты расчетов, выполненных в рамках такого подхода /2/, оказались очень чувствительными к параметрам, которые описывают делящееся возбужденное ядро - к плотности уровней и моменту инерции ядра в состоянии с малой деформацией и в седловой точке, к величине энергии связи нейтрона, величине и форме барьера деления, а также к тому, как изменяется энергия возбуждения и угловой момент ядра при испускании нейтронов. Поэтому точный метод является хорошим инструментом для получения детальной информации о возбужденном ядре из сравнения расчетов с экспериментальными данными. Однако чрезвычайная чувствительность расчетов к используемым параметрам не позволяет пока делать надежные предсказания для сечений образования неизвестных сверхтяжелых элементов.

Обычно используемый для этой цели метод основан на предположении, что упомянутый выше сложный процесс снятия возбуждения можно описать простым, в котором температура и другие характеристики ядра не меняются. В этом случае форму функций возбуждения для  $x_n$ -реакций можно хорошо описать простой и удобной в обращении формулой Джексона /3/, подбирая из условия наилучшего согласия с опытом значение эффек-

тивной ядерной температуры  $T$ . В данной работе мы рассмотрим возможности такого подхода для предсказания сечения образования сверхтяжелых элементов в реакциях с тяжелыми ионами.

### Метод расчета

Кратко опишем метод расчета, который уже неоднократно был изложен в известных работах Сиккеланда<sup>/4, 5/</sup>.

Сечение  $xn$ -реакции определяется формулой

$$\sigma_x(E) = \left\{ \prod_{i=1}^x \left[ \frac{\Gamma_n}{\Gamma_n + \Gamma_f} \right]_i \right\} \sigma_{CN} P_x, \quad /1/$$

где  $\sigma_{CN} P_x = \sum_{L=0}^{L_{CN}} \sigma_L(E) P_{x,L}(E^*)$ .

Здесь  $E$  - энергия иона,  $\sigma_L$  - сечение  $L$ -ой парциальной волны,  $L_{CN}$  - предельная величина углового момента, при котором еще происходит образование составного ядра,  $P_{x,L}(E^*)$  - вероятность эмиссии  $x$  нейтронов из составного ядра с угловым моментом  $L$  и энергией возбуждения  $E^*$ .

Парциальное сечение  $\sigma_L$  определяется по формуле

$$\sigma_L = \pi \tilde{\kappa}^2 (2L + 1) T_L, \quad /2/$$

где  $T_L$  - коэффициент прохождения  $L$ -ой парциальной волны через потенциал  $V_L(r)$  между взаимодействующими ядрами /6/

$$V_L(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu r} + V_0 \exp \frac{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) - r}{d} /3/$$

Здесь  $Z_i$  и  $A_i$  - заряды и массовые числа ядер,  $\mu$  - приведенная масса системы. Для параметров оптической мо-

дели берутся следующие эмпирические значения<sup>/7/</sup>:  $V_0 = -70$  Мэв;  $r_0 = 1,24 \cdot 10^{-13}$  см,  $d = 0,48 \cdot 10^{-13}$  см, для ионов углерода и азота,  $r_0 = 1,25 \cdot 10^{-13}$  см,  $d = 0,48 \cdot 10^{-13}$  см для ионов кислорода,  $r_0 = 1,26 \cdot 10^{-13}$  см,  $d = 0,44 \cdot 10^{-13}$  см для ионов неона.

В приближении перевернутой параболы<sup>/8/</sup>

$$T_L = \{1 + \exp [2\pi(B - E_c)/\hbar\omega]\}^{-1}, \quad /4/$$

где  $B$  - высота барьера  $V_L(r)$ ,  $E_c$  - энергия иона в с.у.м.,

$$\omega = \sqrt{-\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2}}$$

$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}$  вычисляется в точке, где  $\frac{\partial V}{\partial r} = 0$  /.

Форма функций возбуждения определяется формулой Джексона

$$P_{x,L}(E^*) = \Gamma(\Delta_x, 2x - 3) - \Gamma(\Delta_{x+1}, 2x - 1), \quad /5/$$

где  $\Gamma(z, n)$  - неполная гамма-функция, а ее аргументы принимают значения

$$\Delta_x = (E^* - \sum_{i=1}^x B_i - E_R) / T$$

и

$$\Delta_{x+1} = (E^* - \sum_{i=1}^x B_i - B_{x+1}^f - E_R) / T_2$$

Здесь  $B_i$  - энергия связи  $i$ -ого нейтрона,  $E_R = \frac{\hbar L(L+1)}{2\mathcal{J}}$

вращательная энергия,  $B_{x+1}^f$  - барьер деления получающегося ядра /если  $B_{x+1}^f > B_{x+1}$ , то вместо  $B_{x+1}^f$  следует поставить  $B_{x+1}$  /.

В расчетах использовались значения параметров  $T = 1,2$  Мэв и  $\mathcal{J} = 0,8 \mathcal{J}_{Тв.т}$  полученные Сиккеландом из условия наилучшего согласия с экспериментом для

\* Значения  $B_i$  и  $B_i^f$  рассчитывались по формулам Майерса и Святецкого<sup>/9/</sup>.

формы функций возбуждения /4.5/. Твердотельное значение момента инерции равно  $J_{Тв.Г} = 0,4 m_N r_0^2 A^{5/3}$ ,  $r_0 = 1,22 \cdot 10^{-13}$  см. Кроме того, предполагалось, что вращательные энергии делящегося ядра и ядра, испускающего нейтрон, равны между собой.

Главной величиной, определяющей сечение выхода изотопов, является первый множитель в уравнении /1/. Каждый член этого произведения сильно зависит от энергии возбуждения и углового момента ядра. Однако расчеты, выполненные нами в рамках точной теории /10/, показали, что усредненное по испарительному каскаду

значение  $\langle \Gamma_n / (\Gamma_n + \Gamma_f) \rangle = \left( \prod_{i=1}^x [\Gamma_n / (\Gamma_n + \Gamma_f)]_i \right)^{1/x}$ , которое обычно

измеряется на опыте, слабо зависит от  $E$  и  $x$ . Поэтому экспериментальные значения  $\langle \Gamma_n / \Gamma_f \rangle$ , полученные в реакциях с тяжелыми ионами, удовлетворительно описываются эмпирическим соотношением Сиккеланда /5/, которое зависит только от  $A$  и  $Z$  ядра:

$$\log \langle \Gamma_n / \Gamma_f \rangle = -0.276 Z + \begin{cases} 19,23 + 0,05 N & \text{для } N > 153 \\ 5,46 + 0,14 N & \text{для } N \leq 153 \end{cases} \quad /6/$$

/для ядер с нечетным  $Z$  к правой части уравнения /6/ нужно добавить 0,12/. Это эмпирическое уравнение и используется для вычисления доли ядер, "выживающих" в конкуренции процессов испарения нейтронов и деления.

Разумеется, такой метод учета конкуренции деления хорош лишь для не слишком далеких экстраполяций в область сверхтяжелых элементов /для  $Z \leq 108$ /.

### Обсуждение результатов расчетов

С помощью описанного выше полуэмпирического метода были рассчитаны сечения образования различных изотопов элементов с  $Z = 98 - 105$  в реакциях слияния тяжелых ионов  $C, N, O, F, Ne$  с ядрами  $U, Pu, Am, Cm, Cf$ , сопровождающихся испарением из составных ядер от 3 до 8 нейтронов.

Из рис. 1-4 видно, что форма и положение максимума функций возбуждения /за исключением двух реакций с образованием изотопов 103 и 104 элементов, измеренных американскими авторами/ воспроизводятся достаточно хорошо. Что касается абсолютных величин сечений  $xn$ -реакций, то наиболее хорошее согласие /с точностью до множителя  $k \approx 2$ / наблюдается для реакций с испусканием 4 и 5 нейтронов. При удалении от этой величины числа испущенных нейтронов в сторону меньших и больших значений  $x$  согласие между опытом и расчетом ухудшается: сечения  $3n$ -реакций оказываются завышенными, а сечения реакций с  $x \geq 6$  оказываются заниженными по сравнению с экспериментальными. Следует отметить, что это расхождение увеличивается с ростом массы налетающего иона. Так, для испускания 3 и 8 нейтронов в реакции  $^{16}O + ^{238}U$  оно составляет величину  $\approx 10^2$ .

Отмеченные расхождения указывают на то, что предположение о независимости отношения  $\Gamma_n / \Gamma_f$  от энергии возбуждения и углового момента ядра является недостаточно хорошим, причем характер расхождения подтверждает вывод нашей работы /11/ об уменьшении делимости тяжелых ядер с ростом энергии возбуждения\*.

Такое завышение делимости ядер для  $x \geq 5$  и занижение для  $x = 3$  сильнее проявляется при больших значениях  $Z$  составного ядра. Например, для составного ядра с  $Z = 106$  сечение с испусканием 5 нейтронов приблизительно на порядок меньше, чем  $\sigma_{4n}$ , а  $\sigma_{3n} \approx \sigma_{4n}$ . Можно думать, что сечение  $3n$ -реакции завышено за счет неточного определения сечения реакции вблизи

\* Как было показано в наших расчетах по точной модели /11/, включение в расчет процесса деления сужает функцию возбуждения, что также является следствием зависимости  $\Gamma_n / \Gamma_f$  от  $E^*$ . Чтобы имитировать такое сужение в рамках полуэмпирического подхода для составного ядра  $Cf$ , нужно уменьшить температуру  $T$  в 1,5 раза. Видимо, этим и объясняется тот факт, что для описания функций возбуждения неделящихся ядер в полуэмпирической модели нужно брать  $T \approx 2$  Мэв, а для трансурановых ядер  $T \approx 1,2$  Мэв /20/.

кулоновского барьера, однако сравнение расчетных и экспериментальных сечений деления /см. рис. 5/ опровергает это предположение.

Таким образом, можно сделать вывод, что при расчете с помощью полуэмпирического метода сечений образования изотопов элементов с  $Z \geq 106$  наиболее точно можно оценить сечение реакции с испарением четырех нейтронов /точность  $\approx 2-3$  /, сечение  $5n$ -реакции оказывается заниженным в несколько раз, а сечение  $3n$ -реакции, видимо, завышено более чем на порядок.

### Заключение

Итак, полуэмпирический метод расчета сечений образования изотопов при испускании нейтронов из делящегося возбужденного ядра с  $Z \geq 100$  хорошо описывает форму функций возбуждения. Абсолютные значения сечений испускания  $x$  нейтронов наиболее хорошо согласуются с опытом для  $x = 4,5$  /с точностью до множителя  $k \approx 2/$ , причем эта точность ухудшается при экстраполяции в область новых элементов с  $Z \geq 106$  в первую очередь для  $5n$ -реакции.

Сравнение этого метода с точным методом расчета позволяет, с одной стороны, понять причины расхождений полуэмпирического метода с экспериментом и изменения его параметров, природу сделанных упрощений. С другой стороны, из сравнения результатов, рассчитанных полуэмпирическим методом для реакций, в которых не выполнены экспериментальные измерения, с расчетами по точной модели можно получать более детальную информацию о свойствах еще не изученных экспериментально возбужденных ядер.

Автор благодарен Г.Н.Флерову, В.С.Барашенкову и В.Д.Тонсеву за постоянный интерес к работе и многочисленные обсуждения, Х.Бертини - за любезно предоставленную программу расчетов.

### Литература

1. А.С.Ильинов, В.Д.Тонсеев. ЯФ, 9, 48 /1969/.
2. В.С.Барашенков, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонсеев. Сообщение ОИЯИ Р7-6798, Дубна, 1972.
3. J.D.Jackson. Canad. J.Phys., 34, 767 (1956).
4. T.Sikkeland, J.Maly, D.F.Lebeck. Phys.Rev., 169, 1000 (1968).
5. T.Sikkeland, A.Ghiorso, M.J.Nurmia. Phys.Rev., 172, 1232 (1968).
6. R.D.Woods, D.S.Saxon. Phys.Rev., 95, 577 (1954).
7. V.E.Viola, T.Sikkeland. Phys.Rev., 128, 767 (1962).
8. D.L.Hill, J.A.Wheeler. Phys.Rev., 89, 1102 (1952).
9. W.D.Myers, V.J.Swiatecki. Proc. Int. Symp. "Why and How..." Lisekill, Sweden, 1966. Almquist and Wiksell, Stockholm, 1968.
10. В.С.Барашенков, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонсеев. Препринт ОИЯИ Р7-6619, Дубна, 1972.
11. В.С.Барашенков, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонсеев. Препринт ОИЯИ, Р7-6741, Дубна, 1972.
12. Е.Д.Донец, В.А.Щеголев, В.А.Ермаков. ЯФ 2, 1015 /1965/.
13. P.Eskola. Phys.Rev., 7C, 280 (1973).
14. K.Eskola, P.Eskola, M.Nurmia, A.Ghiorso. Phys.Rev., 4C, 632 (1971).
15. Е.Д.Донец, В.А.Щеголев, В.А.Ермаков. АЭ 19, 109 /1965/.
16. Г.Н.Флеров, И.Звара. Сообщения ОИЯИ Д7-6013, Дубна, 1971.
17. A.Ghiorso, M.Nurmia, J.Harris, K.Eskola, P.Eskola. Phys.Rev.Lett., 22, 1316 (1969).
18. Г.Н.Флеров, Ю.Ц.Оганесян, Ю.В.Лобанов, Ю.А.Лазарев, С.П.Третьякова, И.В.Колесов, В.М.Плотко. АЭ 29, 243 /1970/.
19. A.Ghiorso, M.Nurmia, K.Eskola, J.Harris, P.Eskola. Phys.Rev.Lett., 24, 1498 (1970).
20. T.Sikkeland. Arkiv for Fys., 36, 539 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 апреля 1973 года.

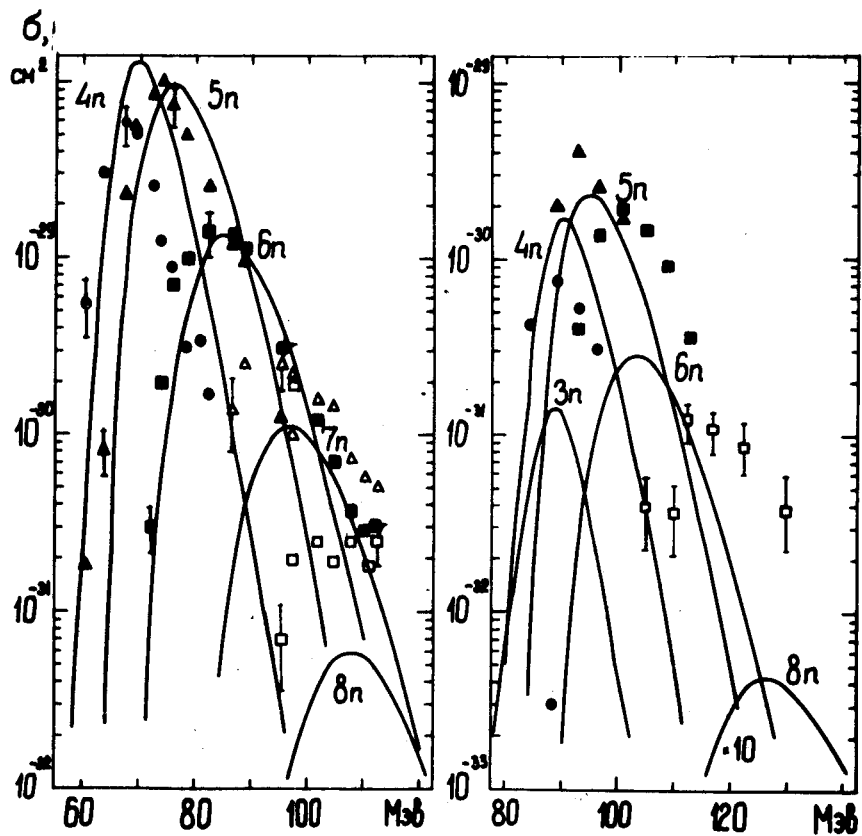


Рис. 1. Функции возбуждения реакций  $^{238}\text{U}(^{12}\text{C}, xn)^{250-x}\text{Cf}$  /левый рис./ и  $^{238}\text{U}(^{16}\text{O}, xn)^{254-x}\text{Fm}$ . Значками  $\circ, \bullet, \blacktriangle, \blacksquare$ , обозначены экспериментальные данные для  $x = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ,  $\triangle, \square$  соответственно, взятые из работ /4, 12/. По оси абсцисс отложена кинетическая энергия иона в лабораторной системе.

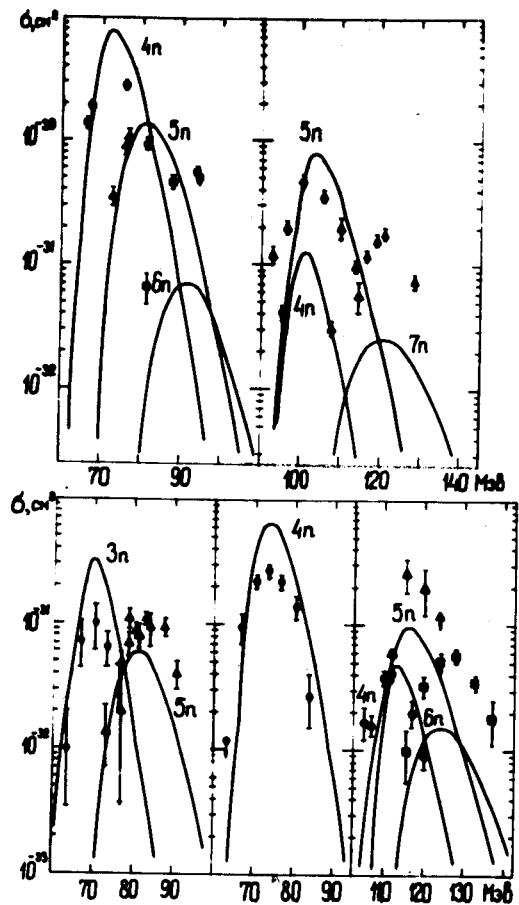


Рис. 2. Функции возбуждения реакций  $^{243}\text{Am}(^{12}\text{C}, xn)^{255-x}\text{Mv}$  /левый верхний рис./  $^{238}\text{U}(^{19}\text{F}, xn)^{257-x}\text{Mv}$  /правый верхний рис./,  $^{244}\text{Cm}(^{13}\text{C}, xn)^{257-x}\text{Jl}$  /левый и средний нижний рис./,  $^{238}\text{U}(^{22}\text{Ne}, xn)^{260-x}\text{Jl}$  /правый нижний рис./. Экспериментальные данные взяты из работ /5, 12, 13/. Все остальные обозначения - как на рис. 1.

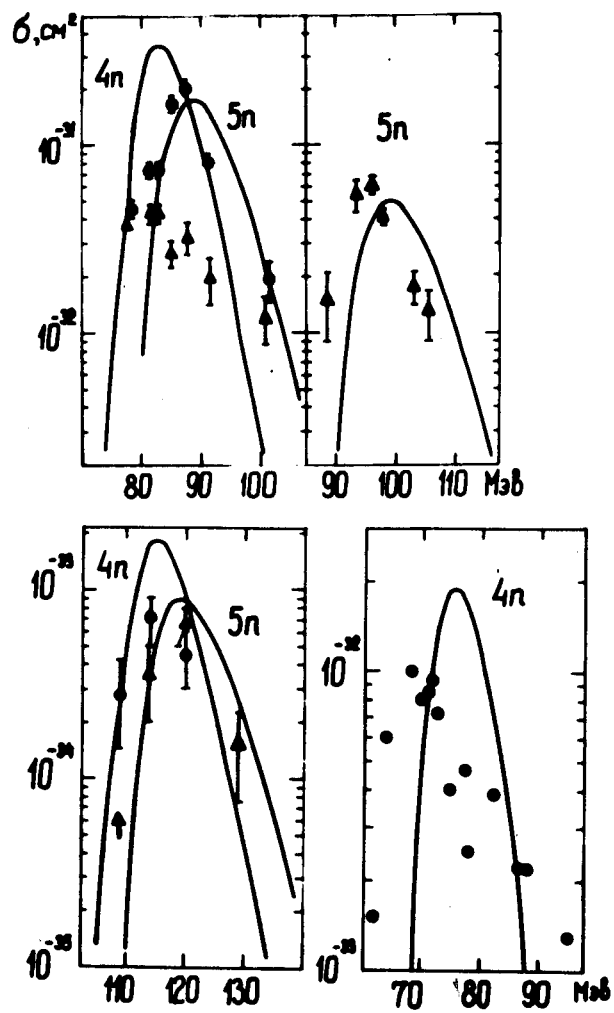


Рис. 3. Функции возбуждения реакций  $^{248}\text{Cm}(^{15}\text{N}, xn)^{263-x}103$  /левый верхний рис./,  $^{243}\text{Am}(^{18}\text{O}, xn)^{261-x}103$  /правый верхний рис./,  $^{242}\text{Pu}(^{22}\text{Ne}, xn)^{264-x}\text{Ku}$  /левый нижний рис./,  $^{249}\text{Cf}(^{12}\text{C}, xn)^{261-x}\text{Ku}$  /правый нижний рис./. Экспериментальные данные взяты из работ [14-17]. Все остальные обозначения - как на рис. 1.

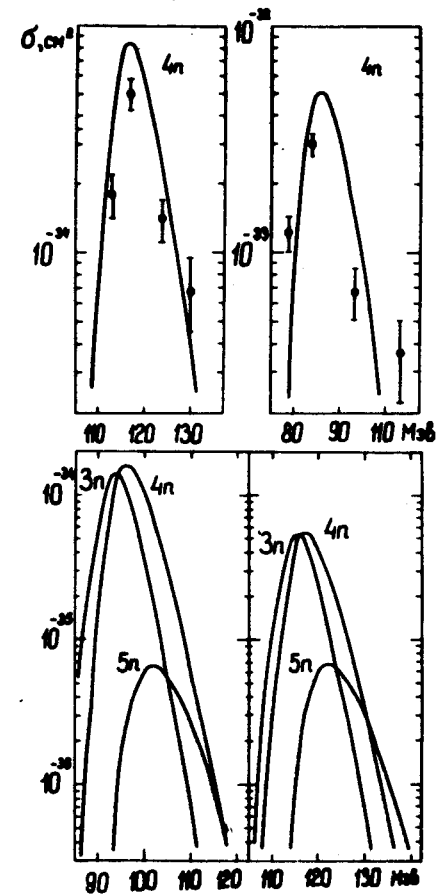


Рис. 4. Функции возбуждения реакций  $^{243}\text{Am}(^{22}\text{Ne}, xn)^{265-x}105$  /левый верхний рис./,  $^{249}\text{Cf}(^{15}\text{N}, xn)^{264-x}105$  /правый верхний рис./,  $^{249}\text{Cf}(^{18}\text{O}, xn)^{267-x}106$  /левый нижний рис./,  $^{246}\text{Cm}(^{22}\text{Ne}, xn)^{268-x}106$  /правый нижний рис./. Экспериментальные данные взяты из работ [18, 19]. Все остальные обозначения - как на рис. 1.



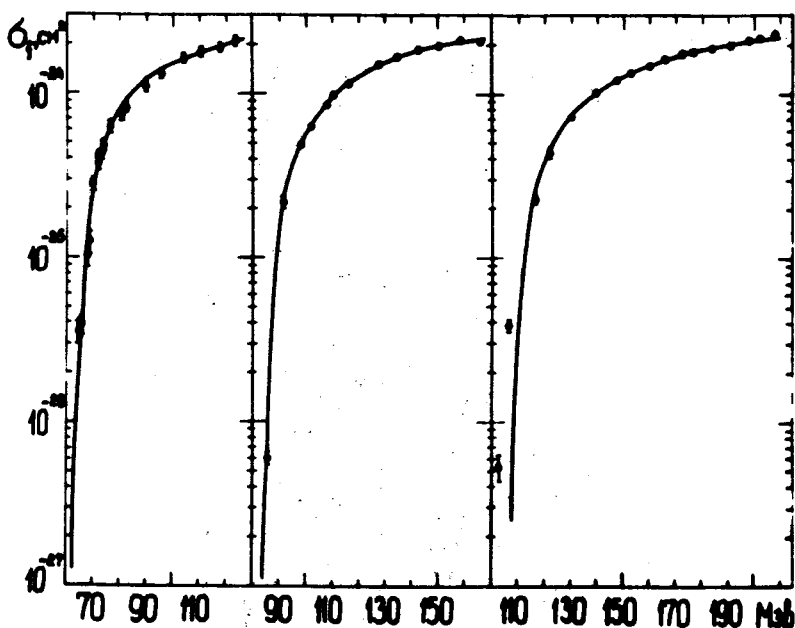


Рис. 5. Зависимость сечения деления от энергии налетающего иона /в лаб. сист./ при облучении мишеней из  $^{238}\text{U}$  ионами  $^{12}\text{C}$  /левый рис./,  $^{16}\text{O}$  /средний рис./ и  $^{20}\text{Ne}$  /правый рис./. Точки - экспериментальные данные работы /7/.