

К-211

ЯФ, 1970, т. 12, в. 5, с. 982-991 13/х-69

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.



P7 - 4559

С.А.Карамян, Ю.Ц.Оганесян Б.И.Пустыльник

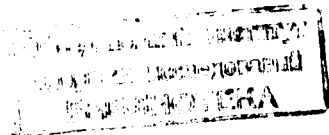
ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА
ДЕЛЕНИЯ НА ДИСПЕРСИИ ОСКОЛКОВ
ПО МАССЕ И ЗАРЯДУ

P7 - 4559

С.А.Карамян, Ю.Ц.Оганесян Б.И.Пустыльник

**ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА
ДЕЛЕНИЯ НА ДИСПЕРСИИ ОСКОЛКОВ
ПО МАССЕ И ЗАРЯДУ**

Направлено в журнал "Ядерная физика"



7991/2 нр

В в е д е н и е

Теоретические аспекты деления ядер являются одной из интересных и трудных проблем ядерной физики. Это связано со специфическими особенностями процесса деления, в котором по сравнению с любым другим ядерным процессом происходит наиболее сильное отклонение формы и внутренней структуры ядра от их равновесных значений.

При этом коллективные и индивидуальные формы движения отдельных нуклонов и ядра, как целого, сложно связаны, а энергия возбуждения делящегося ядра распределена между большим числом степеней свободы. Явления, происходящие на различных стадиях деления, по своей физической природе разнообразны и построить единую теорию, описывающую весь процесс деления, чрезвычайно трудно. Поэтому для объяснения экспериментальных данных используются различные модели деления. Физически наиболее простой и логически стройной является капельная модель ядра, предложенная Н. Бором^{/1/} и Я. Френкелем^{/2/} для описания процесса деления.

В этой модели феноменологическим путем вводится определенное число констант, характеризующих основные свойства ядерной материи и не зависящих от внутренней структуры конкретных ядер. Для описания

деления ядер рассматривается уравнение поверхности равномерно заряженной несжимаемой капли жидкости, испытывающей действие сил поверхностного натяжения и электростатического отталкивания. Для теоретического анализа вероятностей выхода продуктов деления, распределения осколков по кинетическим энергиям, энергиям возбуждения и т.д. в капельную модель необходимо вводить добавочные предположения, описывающие процесс движения ядра от седловой точки до точки разрыва.

Описание деления в рамках жидкокапельной модели дало возможность понять основные черты процесса деления, однако, многие экспериментальные результаты, полученные при изучении низкоэнергетического деления ядер (спонтанное деление, деление тепловыми нейтронами), остаются необъясненными. Это привело, в свою очередь, к появлению ряда новых моделей, в которых в большей или меньшей степени используются предположения капельной модели ядра и феноменологически учитывается влияние микроскопической структуры ядра (учёт одночастичных и коллективных эффектов, оболочечных эффектов, статистических факторов).

Вместе с тем экспериментально установлено, что с увеличением энергии возбуждения ядер влияние структурных факторов ослабляется и при энергиях возбуждения $\approx 50-60$ Мэв практически исчезает.

Поэтому применение модели жидкой капли для описания деления возбужденных ядер кажется достаточно обоснованным. Действительно, для деления легких ядер с $30 \leq Z^2/A \leq 37$ экспериментальные результаты по определению выхода продуктов деления, кинетических энергий осколков и т.д. достаточно хорошо согласуются с расчётами по модели жидкой капли. Однако необходимо отметить, что для этой области ядер в капельной модели деления седловая точка и точка разрыва практически совпадают и конечные результаты не зависят от предположений о характере движения ядра от седловой фигуры до разрывной. Более сложная

ситуация возникает при увеличении Z^2/A , так как деформация седловой фигуры становится незначительной и предположения о характере спуска существенны для определения вероятностей выхода конечных продуктов. Вместе с тем систематическое экспериментальное исследование деления ядер с $Z^2/A > 38$ до последнего времени не проводилось. В работах ^{/3,4/} измерялись спектры кинетических энергий осколков, в ^{/5,6/} получены первые массовые распределения осколков деления возбужденных ядер.

Недавно ^{/7,8,9/} были проведены измерения массовых и зарядовых распределений осколков деления возбужденных ядер, образующихся в реакциях с тяжелыми ионами. Исследовалась большая область делящихся ядер с Z^2/A от 34 до 43,5 при различных энергиях возбуждения. Получены экспериментальные распределения осколков по массе и заряду при различных Z^2/A и энергиях возбуждения. Изучена зависимость ширины зарядовых распределений от асимметрии разделения. Экспериментальные данные приведены в таблице 1. В этих работах проводилось сравнение полученных результатов с расчётами по статистической модели деления, которая удовлетворительно описывала экспериментальные данные по делению легких возбужденных ядер с $Z^2/A \leq 37$. Однако для более тяжелых делящихся ядер даже качественного согласия получено не было.

Ранее в работах ^{/10/} для всей этой области по Z^2/A и энергиям возбуждения измерялись эффективные моменты инерции. Проведенный анализ экспериментальных данных показал, что измеренные эффективные моменты хорошо согласуются с теоретическими, рассчитанными по модели жидкой капли с учётом диффузности поверхности ядра. Так как расчёт проводился в предположении существования на вершине барьера статистического равновесия по отношению к вращательным степеням свободы, то хорошее согласие указывает на то, что это предположение является, по-видимому, справедливым для всех исследуемых ядер.

Таблица I

Реакция	Z^2/A	E^x МэВ	$2GA^2$	$2G^2$	V
$^{181}\text{Ta} (^{22}\text{Ne f})$	34,1	100	520 ± 100	$1,6 \pm 0,15$	12,5
$^{238}\text{U} (^{12}\text{C f})$	38,4	45		$1,7 \pm 0,15$	8
$^{238}\text{U} (^{16}\text{O f})$	39,4	81	1280 ± 150	$1,7 \pm 0,2$	11,2
$^{238}\text{U} (^{22}\text{Ne f})$	40,0	75		$2,6 \pm 0,15$	12
$^{238}\text{U} (^{20}\text{Ne f})$	40,3	115	2280 ± 170	$3,1 \pm 0,15$	13,5
		90	1660 ± 120	$2,8 \pm 0,15$	12,5
		65	1130 ± 80	$2,6 \pm 0,15$	10,5
		50		$2,3 \pm 0,15$	8
$^{209}\text{Bi} (^{40}\text{Ar f})$	41	115	2200 ± 250	$2,75 \pm 0,2$	9,5
$^{238}\text{U} (^{40}\text{Ar f})$	43,5	110	2790 ± 180	$30 \pm 0,2$	13,3
		75	1980 ± 125	$2,9 \pm 0,2$	11

Поэтому необходимо детально проанализировать существующие модели деления, особенно их предположения, связанные с конечной стадией процесса деления.

Динамическая модель деления ядер

Наиболее полное представление о механизме деления может быть получено при изучении динамики всего процесса коллективной деформации ядра от начального состояния до точки разрыва. Так как в седловой точке существует статистическое равновесие по отношению ко всем модам колебаний, то динамические расчёты необходимы для описания движения от седла до точки разрыва. Однако из-за математических трудностей в динамический подход приходится вводить ряд жестких ограничений. Это прежде всего выражается в том, что приходится рассматривать ограниченный класс фигур, описывающих изменение формы ядра при переходе от седловой точки до точки разрыва.

Кроме того в расчётах рассматривается безвихревое движение несжимаемой жидкости. В результате получается некоторая модель деления, содержащая свои предположения о характере развития процесса при спуске с седловой точки. В какой степени она описывает экспериментальные данные, мы попытаемся показать в кратком анализе работы /11/. В этой работе предполагается, что форма ядра хорошо описывается двумя эллипсоидами, соединенными гиперболической шейкой, на всем пути от седла до точки разрыва, для области делящихся ядер от $x = 0,5$ до $x = 0,8$

$$\left(x = Z^2 / A / 50,88 \left[1 - 1,78 \frac{(N-Z)^2}{A^2} \right] \right)$$

Система из указанных фигур обладает шестью степенями свободы, описываемыми координатами g_i ($i=1 \dots 6$). Для этой системы уравнения движения записываются в форме гамильтониана и численно решаются 12 независимых дифференциальных уравнений:

$$\dot{g}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial g_i},$$

$$H = V(g) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 M(g_{ij}) g_i g_j,$$

где $V(g)$ – сумма поверхностной и кулоновских энергий, $M(g_{ij})$ – инерционная матрица, конструируемая из массовых коэффициентов, которая вычислялась по приближенному методу Уиллера^{/12/}. Начальные условия, необходимые для решения этой системы, выбирались из предположения о существовании в седловой точке статистического равновесия по отношению ко всем модем колебаний, жесткости, и массовые коэффициенты для этих мод были взяты из работы^{/13/ х/}. В результате расчетов получены данные о динамике спуска с седловой точки и рассчитаны распределения осколков по массе, энергиям возбуждения и кинетическим энергиям.

На рис. 1 (кривая 2в) приведено сравнение полученных в расчете значений дисперсий осколков по массе с экспериментальными. Видно, что если для $0,5 \leq x \leq 0,7$ расчетные дисперсии отличаются примерно на 80% от экспериментальных, то при $x > 0,7$ наблюдается очень сильное расхождение между этими величинами. Эти разногласия

^{х/} Необходимо отметить, что жесткости по отношению к асимметричным колебаниям формы ядра в седловой точке, которые использовались в этой работе, существенно отличаются от жесткостей, полученных при анализе устойчивости симметричных седловых фигур безусловного равновесия по отношению к асимметричным вариациям поверхности. Такой анализ выполнен в работе Струтинского^{/14/}, в которой форма ядра, соответствующая безусловному равновесию, определялась из точного численного решения вариационного уравнения для поверхности ядер.

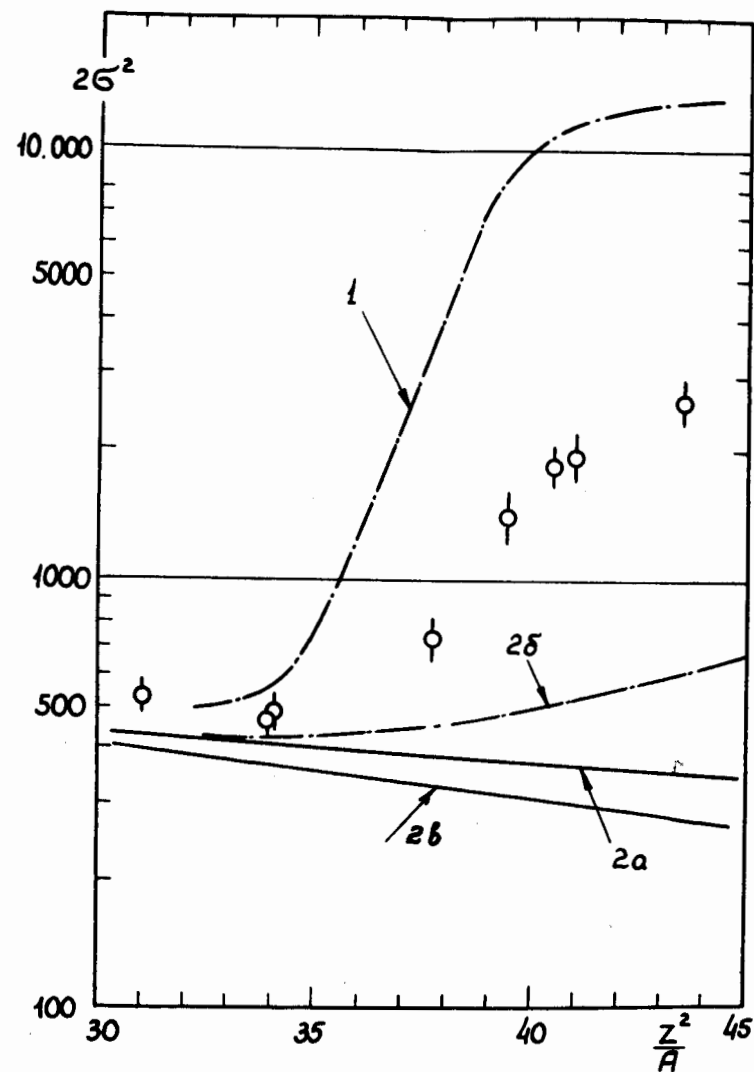


Рис. 1. Зависимость ширины массового распределения осколков деления от параметра Z^2/A , рассчитанная в предположениях: 1 – массовая дисперсия осколков, определенная из устойчивости седловых фигур к асимметричным вариациям формы. 2а – зависимость $2\sigma_A^2$ от Z^2/A , определенная из устойчивости фигур к асимметричным вариациям формы в точке разрыва. 2б – то же с учетом дополнительной дисперсии массы осколков, связанной с возможной флуктуацией линии разрыва, 2в – зависимость $2\sigma_A^2$ от Z^2/A , взятая из работы Д.Никса^{/11/}.

не являются неожиданными, так как в расчёты вводились предположения, часть из которых ничем не обоснована. Лучшее согласие получается при расчёте средних кинетических энергий осколков, из которого можно получить некоторые представления о характере изменения поверхности ядра при спуске с седла.

1. При движении ядра от седловой фигуры до разрывной не возникает динамической неустойчивости по отношению к асимметричной деформации формы ядра, т.е. наиболее выгодный спуск проходит через симметричные фигуры.

2. Время спуска зависит от Z^2/A и для $x \approx 0,8$ составляет $\tau_{\text{спуска}} \approx (2,5-3) 10^{-21}$ сек. При этом за время $\approx 1,5 10^{-21}$ расстояние между центрами тяжести осколков меняется всего в $\approx 1,27$ раза по отношению к расстоянию для седловой фигуры, а величина минимального радиуса шейки ($r_{\text{ш}}$) уменьшается всего в $\approx 1,25$ раза по сравнению с ее радиусом для седловой фигуры. Вблизи точки разрыва шейка еще достаточно толстая $r_{\text{ш}} \approx 0,25 R_0$, где R_0 - радиус ядра и переход к $r_{\text{ш}} = 0$ происходит за время $\approx 2 10^{-22}$ сек.

Необходимо, однако, отметить, что из-за принятых ограничений эти оценки дают только качественное представление о характере спуска.

3. Статистическая модель деления ядер

Эта модель была впервые предложена Фонгом^{/15/} для теоретического анализа выхода конечных продуктов в низкоэнергетическом делении. В дальнейшем появился ряд модификаций статистической модели деления^{/16,17/}, в частности, удобный метод расчёта распределений осколков по массе и заряду был предложен в работе Пик-Пичака и Струтинского для анализа деления высоковозбужденных ядер^{/18/}.

В статистической модели процесс движения от седла до точки разрыва предполагается квазиклассическим и постулируется существо-

вание термодинамического равновесия в ядре в момент, непосредственно предшествующий разрыву ядра на два осколка.

В этом случае вероятность любого способа деления ядра на два осколка пропорциональна фазовому объему данной конфигурации осколков (статистическому весу) и, следовательно, определяющим фактором является энергетическая выгодность процесса. Наиболее вероятным будет такое разделение осколков, которому соответствует минимальная потенциальная энергия, а дисперсия осколков по массе, заряду, кинетической энергии и т.д. определяется температурными флуктуациями этих величин. Распределения описываются нормальным законом с плотностью вероятности (распределение Гаусса)

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

где

$$\sigma^2 = \frac{T}{2} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{x}} \right]^{-1}$$

Для определения статистических весов различных способов деления ядра на два осколка используются полуэмпирические формулы для масс ядер, обобщенные должным образом на случай деформированных ядер^{/19/}. Наиболее просто в статистической модели получается выражение для дисперсии заряда при данном отношении масс осколков.

$$\sigma_z^2 = \frac{A_0 T}{32 \beta}$$

$\beta = 25,4$ - константа при изотопическом члене в формуле масс, A_0 - масса делящегося ядра, T - температура ядра в точке разрыва.

Видно, что σ_z^2 практически не зависит от Z^2/A и отношения масс осколков. Для дисперсии осколков по массе можно получить следующее выражение^{/18/}:

$$\sigma_A^2 = T \left(\frac{A_0}{2} \right)^2 [a_1 \Delta E_s + a_2 \Delta E_o + a_3 \bar{E}_o + a_4 E_{ds} + a_5 E_{do} + a_6 A_0^{7/3}]^{-1}$$

Здесь $a_1 \dots a_6$ — константы, ΔE_s и ΔE_o — разности поверхностной и кулоновской энергий для начального (сферического) ядра и двух (сферических) осколков соответственно, E_{ds} и E_{do} — поверхностная и кулоновская энергия деформации осколков в момент разрыва, а \bar{E}_o — средняя кинетическая энергия осколков на бесконечности. Видно, что основную роль в этой формуле играют первые три члена, а они слабо зависят от Z^2/A . Поэтому σ_A^2 слабо зависит от Z^2/A и от различных приближений для массовых формул. Сравнивая теперь предсказания статистической модели деления относительно $\sigma_A^2 (Z^2/A, T)$ и $\sigma_Z^2 (Z^2/A, T, A_1/A_2)$ и экспериментальные результаты по делению высоковозбужденных ядер /7,8/, приходим к следующему выводу.

Для $x > 0,7$ расчётные σ_A^2 и σ_Z^2 не описывают экспериментальные результаты и не объясняют экспериментальные зависимости σ_Z^2 и σ_A^2 от Z^2/A , асимметрии разделения и температуры ядра.

Поэтому необходимо проанализировать основное предположение статистической теории деления относительно существования термодинамического равновесия системы в момент, непосредственно предшествующий разрыву ядра на два осколка.

Анализ применимости статистических расчётов
при изучении распределения осколков по массе
и заряду

Следует отметить, что условия статистического равновесия в системе, необходимые для применимости статистической теории, как это

отмечалось в работе /21/, различны для различных степеней свободы, а, следовательно, и для различных стадий деления. Так как нас интересуют распределения осколков по массе и заряду, то необходимо рассмотреть критерии применимости статистической теории для определения флуктуации этих величин.

В ряде экспериментальных работ /10,22/ было показано, что в седловой точке для возбужденных делящихся ядер существует термодинамическое равновесие по отношению ко всем степеням свободы. Для того чтобы статистический подход был применим к распределению конечных продуктов деления, необходимо, чтобы подобная ситуация сохранялась на всем пути вплоть до момента разрыва ядра на два осколка.

В этом случае основным характерным временем, по отношению к которому необходимо проверять условие применимости статистического подхода, является время спуска ядра от седловой фигуры к разрывной

— $\tau_{\text{деф}}$. Оценить это время довольно трудно, кроме того оно зависит от Z^2/A , поэтому укажем ориентировочные верхние и нижние границы, взятые из ряда работ /11,15,21/

$$(2-3) 10^{-21} \text{ сек} \leq \tau_{\text{деф}} \leq 10^{-20} \text{ сек.}$$

Дисперсия осколков по массе возникает из-за асимметричных отклонений формы делящегося ядра от наиболее вероятной симметричной формы. Поэтому для того чтобы массовые распределения можно было рассчитывать по статистической теории, применяемой к точке разрыва, требуется выполнение условия $\tau_{\text{деф}} \gg \tau_{\text{асимм. кол.}}$, где $\tau_{\text{асимм. кол.}}$ — характерный период асимметричных колебаний. В ряде работ для $\tau_{\text{асимм. кол.}}$ дается оценка $(1-3) 10^{-21}$ сек. Видно, что $\tau_{\text{асимм. кол.}}$ по порядку величины сравнимо с временем спуска $\tau_{\text{деф}}$. Поэтому нельзя считать обоснованной применимость статистических расчётов в точке разрыва при изучении массовых распределений осколков.

Дисперсия осколков по заряду в статистической модели происходит в результате температурных флуктуаций плотности заряда в объеме делящейся системы. Поэтому критерием применимости статистических расчётов вблизи точки разрыва будет условие того, что $r \ll r_{\text{деф. дип. кол.}}$, где $r_{\text{дип. кол.}}$ — период дипольных колебаний ядра как целого. Так как частота дипольных колебаний достаточно велика ($\hbar\omega_{\text{дип. кол.}} \approx 8-12 \text{ МэВ}$), то $r_{\text{дип. кол.}} \approx 10^{-22}$ сек и условие статистического равновесия выполняется.

Наблюдаемое различие между экспериментальной дисперсией заряда осколков σ_z^2 и дисперсией, получаемой из статистических расчётов, привело нас к предположению, что существуют некоторые неучётные в этой модели факторы, учёт которых может существенно улучшить согласие для σ_z^2 без изменения основных предположений модели.

Как мы уже отмечали в предыдущих работах, одним из таких факторов является учёт конечной толщины шейки и нестационарности процесса в момент разрыва шейки.

Здесь следует отметить, что даже при наличии термодинамического равновесия в момент, предшествующий разрыву ядра на два осколка, сам разрыв шейки существенно не стационарен и нуклоны, находящиеся вблизи плотности разрыва, могут распределяться случайным образом. Это приведет к дополнительной дисперсии заряда осколков. Аналогично этому дисперсия осколков по массе может увеличиться из-за наличия во всем объеме шейки в момент, предшествующий разрыву довольно большого числа нуклонов, которые принадлежат как бы обоим осколкам. Это обстоятельство предоставляет большую свободу в выборе линии разрыва ядра на два осколка. Введем для добавочной дисперсии осколков по массе и заряду, возникающей из-за нестационарности процесса в момент разрыва, обозначение $(\sigma_A^P)^2$ и $(\sigma_Z^P)^2$ и попытаемся качественно оценить их величину.

Учёт конечных размеров шейки при определении дисперсии осколков по заряду и массе

Для того чтобы оценить величину $(\sigma_Z^P)^2$ и $(\sigma_A^P)^2$, необходимо рассчитать радиус шейки в момент, непосредственно предшествующий разрыву ядра на два осколка, и оценить число нуклонов, находящихся вблизи плоскости разрыва (ΔN_1), и полное число нуклонов, находящихся в шейке (ΔN_2).

Предположим, что отношение числа протонов, находящихся в шейке, к числу нейтронов такое же, как и для делящегося ядра, т.е.

$$\frac{Z_{1(2)}}{N_{1(2)}} = \frac{Z_0}{N_0},$$

где

$$Z_{1(2)} + N_{1(2)} = \Delta N_{1(2)},$$

$$Z_0 + N_0 = A_0.$$

Тогда $\Delta N_1 = \frac{2\pi r^2 \ell_1}{4/3 \pi r_0^3}$, где $r_0 = 1,225 \text{ фг}$ — радиус шейки на линии разрыва, а $2\ell_1 \approx 3 \text{ ф}$ — величина порядка расстрояния между двумя нуклонами, а $\Delta N_2 = \frac{2\pi r^2 \ell_2}{4/3 \pi r_0^3}$, где $\ell_2 = 2r$ — эффективная длина шейки, для которой увеличение минимального радиуса шейки не превышает 15% от $r_{\text{ш.}}$.

Вероятность того, что из-за флуктуации числа частиц на линии разрыва в один осколок попадает Z_1 протонов и n_1 нейтронов при условии, что $Z_1 + n_1 = \frac{\Delta N_1}{2}$, запишется в виде:

$$P(Z_i, n_i) = \frac{C_{z_i}^{z_i} C_{N_i}^{n_i}}{C \frac{\Delta N_i}{2}},$$

где

$$C_b^a = \frac{a!}{b!(a-b)!} \quad \text{и т.д.}$$

Отсюда нетрудно рассчитать $(\sigma_Z^P)^2$, которая является функцией от ΔN_i или, при принятых предположениях, — функцией от r .

Легко показать, что при $\frac{\Delta N_i}{2} \approx 3-4$ распределение заряда осколков хорошо описывается гауссовским распределением с полной дисперсией $\sigma_Z^2 = (\sigma_Z^T)^2 + (\sigma_Z^P)^2$ и плотностью вероятности, равной

$$P[Z(A_r) - Z_P(A_r)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z^2}} e^{-\frac{[Z(A_r) - Z_P(A_r)]^2}{2\sigma_Z^2}}$$

Рассмотрим теперь зависимость $(\sigma_A^P)^2$ от ΔN_2 . Для этого необходимо ввести закон распределения линии разрыва по длине $2l$. Расчёты велись в двух крайних предположениях:

- линия разрыва распределена равномерно;
- линия разрыва распределена по нормальному закону.

В обоих случаях для дисперсии $(\sigma_A^P)^2$ получается следующее выражение:

$$(\sigma_A^P)^2 = a (\Delta N_2)^2,$$

где $a \approx 0,09$ для первого случая и $a \approx 0,07$ — для второго.

Окончательное распределение осколков по массе описывается нормальным законом с плотностью вероятности

$$P(A_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A^2}} e^{-\frac{(A_r - A/2)^2}{2\sigma_A^2}},$$

где

$$\sigma_A^2 = (\sigma_A^T)^2 + (\sigma_A^P)^2.$$

Для того чтобы оценить величины $(\sigma_Z^P)^2$ и $(\sigma_A^P)^2$, необходимо рассчитать $r_{ш}$. Для этого воспользуемся результатами работы В.М.Струтинского /14/.

В этой работе с помощью численного решения точного интегро-дифференциального уравнения были рассчитаны симметричные фигуры равновесия в капельной модели с переменным поверхностным натяжением для любых деформаций от седла до точки разрыва и без ограничений по x . Из рассмотрения разрывных фигур, полученных в данных расчётах, следует, что для всех ядер существует определенное расстояние между центрами масс осколков.

$$2\rho_{кр} \approx 2,3,$$

где $\rho_{кр}$ записано в единицах $r_0 A_0^{1/3}$, при котором ядро становится абсолютно неустойчивым по отношению к разрыву на два осколка. Разрыв ядра на два осколка происходит путем разрыва относительно толстой шейки, а не путем постепенного утоньшения шейки и увеличения расстояния между центрами тяжести осколков. Оценить толщину рвущейся шейки можно из следующего простого соображения: в точке разрыва кулоновская сила отталкивания двух будущих осколков должна быть равна силе поверхностного натяжения на линии разрыва.

С учётом диффузности края ядра и переменного поверхностного натяжения поверхностная энергия ядра записывается в виде

$$E_s = \left[\frac{1}{4\pi(1-\gamma)} \int ds (1 - \Gamma H) \right] \frac{\sigma}{r_0^2},$$

где Γ — константа порядка отношения толщины диффузного слоя к радиусу ядра $\Gamma \approx -0,15$, H — средняя кривизна поверхности

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

R_1, R_2 - главные радиусы кривизны в данной точке поверхности.

Отсюда можно оценить силу поверхностного натяжения на линии разрыва, учитывая, что на линии разрыва Γ' будет порядка отношения толщины диффузного слоя к радиусу шейки

$$F_{\text{пов}} = \frac{\sigma}{2} \frac{1 - \frac{\Gamma'}{2}}{1 - \Gamma'} \frac{\Gamma_{\text{ш}}}{\Gamma_0^2},$$

где

$$\sigma = a \left[2 - 1,78 \left(\frac{N-N}{A_0} \right)^2 \right], \quad a = 17,94 \text{ МэВ}$$

$$\Gamma' = \Gamma \frac{R_0}{\Gamma_{\text{ш}}} \approx -0,5, \quad \Gamma_0 = 1,225 f.$$

Кулоновская энергия взаимного отталкивания двух половинок ядра вблизи точки разрыва

$$E_0(\rho_{\text{кр}}) = k_{\Gamma} x, \quad E_s^0$$

E_s^0 - поверхностная энергия сферического ядра с равным объемом; $k_{\Gamma} = 0,38$. Отсюда сила кулоновского отталкивания имеет следующий вид:

$$F_{\text{кул}} = \frac{0,16 Z_0^2}{2\rho_k \Gamma_0^2 A^{2/3}}$$

В результате для радиуса шейки симметричной разрывной фигуры получим следующее выражение:

$$\Gamma_{\text{ш}} = \frac{0,18 Z_0^2}{A^{2/3} a \left[1 - 1,78 \left(\frac{N-Z}{A_0} \right)^2 \right]}$$

Зная зависимость $\Gamma_{\text{ш}}$ от Z и A делящегося ядра, можно теперь рассчитать $(\sigma_Z^P)^2$ и $(\sigma_A^P)^2$. В таблице 2 приведены эти величины в зависимости от Z^2/A (т.е. от ΔN_1 и ΔN_2).

Таблица 2

Реакция	Z^2/A	$\gamma_{\text{ш}}(f)$	ΔN_1	ΔN_2	$2(\sigma_Z^P)^2$	$2(\sigma_A^P)^2$
$^{184}\text{W}(^{160}\text{f})$	38,6	2,1	5,4	15	0,7	40
$^{197}\text{Au}(^{12}\text{C f})$	34,6	2,2	5,9	17	0,73	50
$^{209}\text{Bi}(^{20}\text{Ne f})$	37,8	2,5	7,7	25	0,9	100
$^{238}\text{U}(^{12}\text{C f})$	38,4	2,65	8,6	30	1	140
$^{238}\text{U}(^{16}\text{O f})$	39,4	2,7	9	33	1,05	180
$^{238}\text{U}(^{22}\text{Ne f})$	40	2,80	10	37	1,2	220
$^{238}\text{U}(^{40}\text{Ar f})$	43,5	3,1	12	48	1,6	380

Сравнение с экспериментальными данными

а) Дисперсия осколков по заряду

На рис. 2а дано сравнение $\sigma_Z^2 = (\sigma_Z^T)^2 + (\sigma_Z^P)^2$ с экспериментальными σ_Z^2 . Приведена зависимость σ_Z^2 от Z^2/A при $A_1/A_2=1$ и $E^* = 100$ Мэв. Видно, что учёт $(\sigma_Z^P)^2$ привел к удовлетворительному согласию экспериментальных и расчётных кривых. Рассмотрим теперь зависимость σ_Z^2 от энергии возбуждения делящегося ядра.

Температурная дисперсия заряда $(\sigma_Z^T)^2$ является линейной функцией температуры ядра. В то же время $(\sigma_Z^P)^2$ должна, по-видимому, очень слабо зависеть от температуры ядра, если с изменением энергии возбуждения не меняется разрывная фигура и толщина шейки рвущейся фигуры. Эти изменения могут быть связаны только с изменением поверхностного натяжения. Однако из данных по эффективным моментам инерции ядра, полученных экспериментально при изучении угловой анизотропии деления возбужденных ядер, подобные изменения (в пределах точности определения эффективных моментов инерции $\approx 10\%$) обнаружить не удастся.

Отсюда следует, что полная дисперсия заряда является более слабой функцией от температуры ядра, чем $\sigma_Z^2 \approx T$, и ее температурная зависимость будет определяться соотношением между $(\sigma_Z^T)^2$ и $(\sigma_Z^P)^2$, т.е. для малых Z^2/A она ближе к $\sigma_Z^2 \approx T$, а для больших Z^2/A будет почти не зависеть от T . Можно также качественно рассмотреть зависимость σ_Z^2 от асимметрии разделения ядер. Так как $\rho_{кр}^{тяж.оск.} + \rho_{кр}^{лег.оск.} = 2\rho_{кр}$, то из-за уменьшения кулоновских сил отталкивания осколков с увеличением асимметрии разделения должно наблюдаться уменьшение толщины рвущейся шейки, а следовательно, и $(\sigma_Z^P)^2$. В этом случае для Γ_{III} можно записать

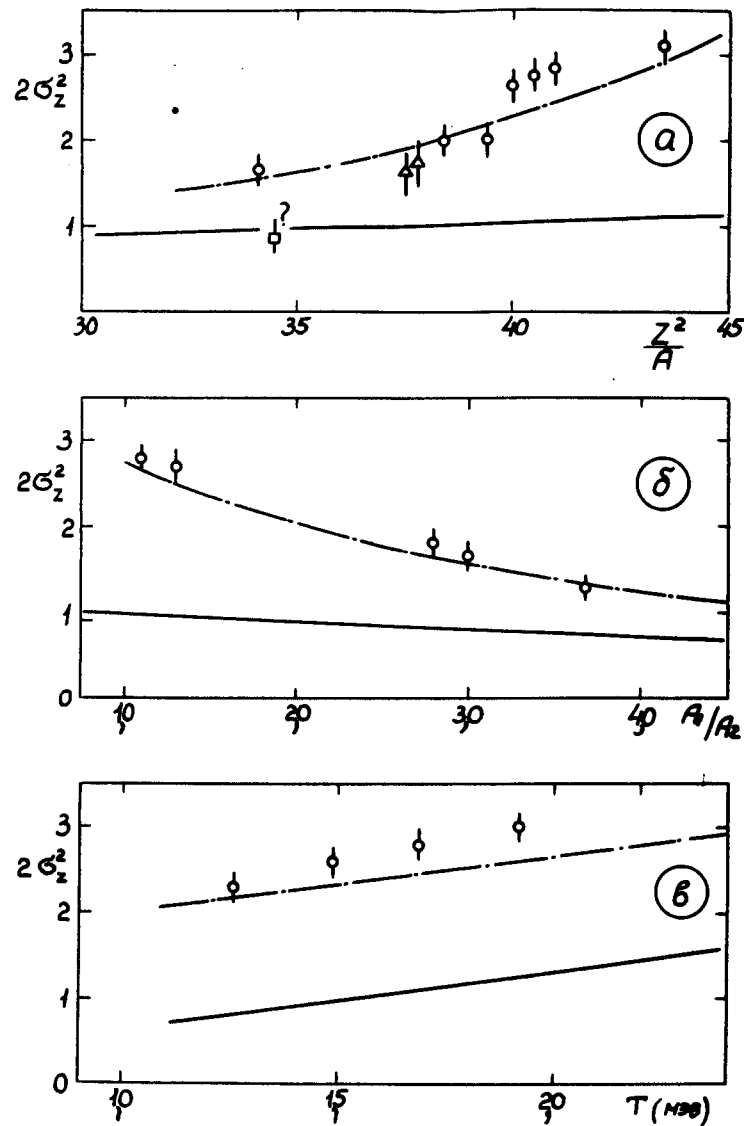


Рис. 2. Зависимость ширины зарядового распределения осколков от параметра делимости Z^2/A ; (а): асимметрии разделения (б) и температуры (в) при делении ядер, образующихся в реакциях с тяжелыми ионами. Сплошные линии - данные расчёта температурной флуктуации заряда осколков в точке разрыва/18/, штрих-пунктирные линии - учёт дополнительной флуктуации заряда, связанной с конечным размером шейки в момент разрыва.

$$\Gamma_{III} = \frac{0.18 Z_0^2}{A_0^{2/3} a [1 - 1.78 (\frac{N-Z}{A_0})^2]} \cdot \frac{4 Z_1 Z_2}{Z_0^2}$$

На рис. (2б) и (2в) приведены расчётные и экспериментальные зависимости σ_z^2 от температуры ядра и асимметрии разделения.

Даны

$$\sigma_z^2 (T) \text{ при } \frac{A_1}{A_2} = 1 \quad \text{и} \quad Z^2/A = 40,3$$

$$\sigma_z^2 \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \text{ при } E^* = 80 \text{ МэВ} \quad \text{и} \quad Z^2/A = 43,5.$$

Видно, что в обоих случаях ход расчётных и экспериментальных кривых качественно согласуется.

б) Дисперсия осколков по массе

В таблице (2) приведена зависимость $(\sigma_A^P)^2$ от Z^2/A . Видно, что при разумном выборе l_2 для области $Z^2/A = 40-44$ значения $(\sigma_A^P)^2$ сравнимы по величине с $(\sigma_A^T)^2$. Однако учёт $(\sigma_A^P)^2$ в полной дисперсии σ_A^2 не даёт удовлетворительного согласия с экспериментальными данными для $x \geq 0,7$. Это связано с тем, что $(\sigma_A^T)^2$ рассчитывалось в предположении статистического равновесия в точке разрыва по отношению к асимметричным колебаниям формы ядра, хотя, как было показано выше, это предположение не обосновано, т.е. для определения дисперсии массового распределения осколков необходимо решать динамическую задачу деления. Так как в настоящее время такие расчёты провести чрезвычайно трудно, не используя различных ограничений (ограниченный класс фигур, отсутствие вязкости, безвихревой характер движения и т.д.), то можно в первом приближении попытаться динамический расчёт заменить статистическим, используя некоторые эффективные средние жесткости

по отношению к асимметричным вариациям формы, промежуточные между жесткостью ядра в седле и точке разрыва.

В работе /14/ по квазиравновесной модели деления вводится понятие устойчивости симметричных фигур равновесия по отношению к асимметричным вариациям формы ядра.

Эта устойчивость рассчитывалась для всех фигур от седловой точки до фигур, абсолютно неустойчивых к разрыву ядра на два осколка и для любых Z^2/A . Жесткость относительно асимметричных вариаций формы ядра записывается в виде

$$\phi_{\text{асимм.}} = (W_{A_s} - W_s) \eta^{-2},$$

где

$$\eta = 2 (V - V_n) / (V + V_n),$$

W_s и W_{A_s} - соответственно потенциальные энергии симметричной и асимметричной фигур, V и V_n - объемы частей асимметричной фигуры, расположенных слева и справа от середины шейки. Параметр η характеризует асимметрию и его можно прямо связать с асимметрией масс осколков, если предположить, что разрыв происходит по середине шейки (в этом случае $(\sigma_A^T)^2$ и $(\sigma_A^P)^2$ - две независимые дисперсии масс осколков деления).

В /14/ показано, что $\phi_{\text{асимм.}}$ очень резко возрастает при переходе к разрывным фигурам, в то время как для седловых фигур с $x \approx 0,8$ оно близко к нулю (см. рис. 3). Поэтому полная дисперсия осколков по массе $\sigma_A^2 = (\sigma_A^T)^2 + (\sigma_A^P)^2$ сильно зависит от величины $\phi_{\text{асимм.}}$

$$(\sigma_A^T)^2 = \frac{T}{2} \left(\frac{A_0}{2} \right)^2 [E_s \phi_{\text{асимм.}}]$$

Если использовать $\phi_{\text{асимм.}}$ для седловых фигур, то для $x \geq 0,8$

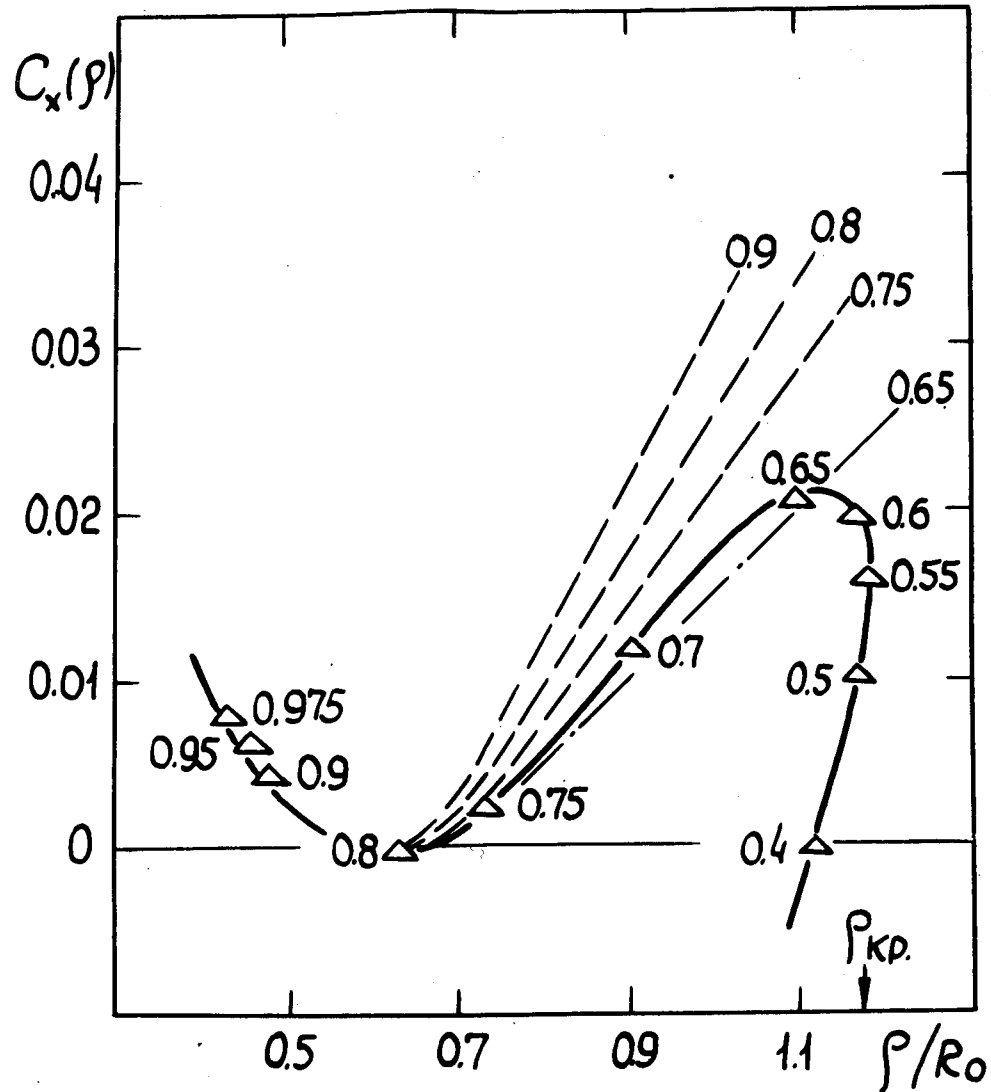


Рис. 3. Величина $C_x(\rho)$, характеризующая устойчивость симметричных фигур условного равновесия к асимметричным вариациям формы.

$$(\sigma_A^T)^2 \approx \frac{A_0^2}{12} \gg (\sigma_A^2)_{\text{эксп.}}$$

Если использовать $\phi_{\text{асим.}}$ для разрывных фигур, то

$$(\sigma_A^T)^2 + (\sigma_A^P)^2 \ll (\sigma_A^2)_{\text{эксп.}}$$

т.е.

$$(\sigma_A^2)_{\text{разр.}} \ll (\sigma_A^2)_{\text{эксп.}} \ll (\sigma_A^2)_{\text{седл.}}$$

На рис. 3 экспериментально полученная кривая сравнивается σ_A^2 с кривыми, построенными для трех предельных случаев:

- 1 - для седловых жесткостей $\phi_{\text{асимм.}}$;
 - 2б - для разрывных жесткостей $\phi_{\text{асимм.}}$ с учётом $(\sigma_A^P)^2$;
 - 2а - также для разрывных жесткостей $\phi_{\text{асимм.}}$, но без учёта $(\sigma_A^P)^2$.
- Видно, что для того чтобы согласовать результаты, необходимо брать некоторые эффективные жесткости, усредненные по всему пути от седла до точки разрыва соответственно временному характеру процесса.

В заключение нам хотелось бы отметить, что при расчёте дисперсий осколков по заряду и массе в низкоэнергетическом делении также необходимо учитывать эффекты, связанные с существенной нестационарностью процесса деления в момент разрыва и конечной толщиной шейки. Так, известно, что для спонтанного деления и деления тепловыми нейтронами дисперсия осколков по заряду $2\sigma_z^2 \approx 0,85 - 1$. В статистических расчётах $2(\sigma_z^T)^2$ получаются значительно меньшими $\approx 0,2 - 0,4$. Хорошее согласие между экспериментальными σ_z^2 и расчётными получается при учёте $2(\sigma_z^P)^2 \approx 0,5 - 0,7$. Аналогично можно значительно улучшить согласие для дисперсии осколков по массе, если учитывать $(\sigma_A^P)^2$, возникающую из-за флуктуации линии разрыва в момент деления.

В ы в о д ы

Из проведенного выше анализа можно сделать следующие выводы:

1. Дисперсия осколков по заряду

а) Так как для дипольных колебаний применимо условие статистического равновесия вблизи точки разрыва, то $(\sigma_Z^T)^2$ в статистической модели определяется правильно.

б) Для того чтобы правильно описывать экспериментальные зависимости σ_Z^2 от Z^2/A , T , $\frac{A_1}{A_2}$, необходимо учитывать $(\sigma_Z^P)^2$, которая возникает из-за существенной нестационарности процесса деления в момент разрыва ядра на два осколка.

в) Для полной дисперсии $\sigma_Z^2 = (\sigma_Z^T)^2 + (\sigma_Z^P)^2$ получено удовлетворительное согласие с экспериментально найденными σ_Z^2 для большого набора делящихся ядер с Z^2/A вплоть до 43,5.

2. Дисперсия осколков по массе

а) В настоящее время невозможно правильно рассчитывать полную дисперсию осколков по массе при делении возбужденных ядер с $Z^2/A > 38$. Это связано с тем, что для этой области делящихся ядер не выполняется условие применимости статистических расчетов в точке разрыва для определения дисперсии осколков по массе, а корректных динамических расчетов не существует.

б) Можно получить качественное согласие между экспериментальными и расчетными дисперсиями осколков по массе, если, во-первых, учитывать $(\sigma_A^P)^2$, возникающее из-за возможного отклонения линии разрыва ядра от середины шейки и, во-вторых, при вычислении $(\sigma_A^T)^2$ учитывать эффективные жесткости по отношению к асимметричным колебаниям ядра, промежуточные между жесткостью ядра для седловой фигуры и фигуры, абсолютно неустойчивой по отношению к разрыву ядра на два осколка.

Авторы благодарны академику Г.Н.Флерову за интерес к работе и Ю.А.Музычке за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. N.Boht, I.Wheeler. Phys. Rev. 56, 426 (1939).
2. Я.И.Френкель. ЖЭТФ 9, 641 (1939).
3. T.Sikkeland, E.L.Haines, V.E.Viola. Phys. Rev. 125, 1350 (1962).
4. E.L.Haines, S.G.Thompson. Phys. Rev. 131, 2169 (1963).
5. Ю.Б.Герлит, Л.И.Гусева, Б.Ф.Мясоедов, Н.И.Тарантин, К.Ф.Филиппова, Г.Н.Флеров. Сб. ядерные реакции при малых и средних энергиях, Москва, 1968, стр. 511.
6. I.Zvara. Proc. of the Third Conf. on Reactions between Complex Nuclei, Univ. of California Press, p. 389 (1963).
7. С.А.Карамян, Ф.Нормуратов, Ю.Ц.Оганесян, Ю.Э.Пенионжкевич, Б.И.Пустыльник, Г.Н.Флеров. ЯФ 8, 690 (1968).
8. И.В.Кузнецов, Н.С.Мальцева, Ю.Ц.Оганесян, А.М.Сухов, В.А.Шеголев. ЯФ 8, 448 (1968).
9. С.А.Карамян, Ю.Ц.Оганесян, Ю.Э.Пенионжкевич, Б.И.Пустыльник. ЯФ 9, 715 (1969).
10. С.А.Карамян, И.В.Кузнецов, Ю.А.Музычка, Ю.Ц.Оганесян, Ю.Э.Пенионжкевич, Б.И.Пустыльник. ЯФ 6, 494 (1967).
11. J.R.Nix. Preprint UCRL-17958, Berkeley (1968).
12. J.R.Nix. Ann. of Phys. 41 52 (1967).
13. S.Cohen, W.J.Swiatecki, Ann. of Phys., 22, 406 (1969).
14. В.М.Струтинский. ЖЭТФ 45, 1900 (1963).
15. P.Fong. Phys. Rev. 102, 434 (1956).
16. G.Q.Cameron. Second U^N Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1958, paper p. 198.
17. А.В.Игнатюк. ЯФ 7, 1043 (1968).

18. Г.А.Пик-Пичак, В.М.Струтинский. Физика деления ядер. Госатомиздат, Москва (1962), стр. 12.
19. W.D.Meyers, W.J.Swiatecki. Nucl. Phys., 81, 1 (1966).
20. G.Q.Cameron, Canad. J. Phys. 435, 1021 (1957).
21. Б.Т.Гейликман, АЭ 6, 298 (1959).
22. R.Chaundry, R.Vandenbosch, I.R.Huizenga. Phys. Rev. 126, 220 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел

26 июня 1969 года.