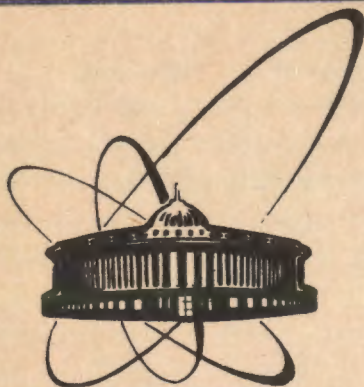


91-557



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P6-91-557

Ю. Зафар

**ОПТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ  
ТРИПЛЕТНОЙ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ  
И ЕЕ ДЕЙСТВИЕ В СТИГМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ**

Направлено в "Журнал чехословацких физиков"

**1991**

## I. ВВЕДЕНИЕ

Вычислены матрицы триплетной фокусирующей системы ( состоящей из трех квадрупольных линз ). Рассмотрены фокусирующие свойства триплета в стигматическом режиме и графическим методом определены параметры конкретной системы электростатического триплета, использованного в установке " on - line, СПИН-3 " на ЯСНАПП -2 в ОИЯИ.

## II. МАТРИЦЫ ТРИПЛЕТА

Триплет состоит из трех последовательно расположенных квадрупольных линз с чередующимися собирающим и рассеивающим действием.

Матрица  $T$  триплета представляет собой произведение матриц  $Q_1, Q_2, Q_3$ , образующих его квадрупольных линз и матрицы  $S$  свободного пространства между ними [1]:

$$T = Q_3 \cdot S \cdot Q_2 \cdot S \cdot Q_1. \quad (1)$$

Обычно используется симметричный триплет, в котором крайние линзы одинаковые и возбуждены одинаковым образом ( $Q_3 = Q_1$ ). Кроме того, длина этих линз равна половине длины средней [2]:

$$L_2 = 2 \cdot L_1 = 2 \cdot L_3 = 2 \cdot L.$$

Распределение поля вдоль оси  $Z$  в приосевой области квадрупольной системы практически аппроксимируется прямоугольником. В этом случае матрицы  $Q_c$  и  $Q_d$  квадруполь в собирающей и рассеивающей плоскости имеют следующие выражения [3]:

$$Q_{ic} = \begin{vmatrix} \cos \beta_i L_i & 1/\beta_i \sin \beta_i L_i \\ -\beta_i \sin \beta_i L_i & \cos \beta_i L_i \end{vmatrix} \quad (i=1,2) \quad (2)$$

$$Q_{id} = \begin{vmatrix} \operatorname{ch} \beta_i L_i & 1/\beta_i \operatorname{sh} \beta_i L_i \\ \beta_i \operatorname{sh} \beta_i L_i & \operatorname{ch} \beta_i L_i \end{vmatrix} \quad (i=1,2), \quad (3)$$

в которых фокусирующие параметры  $\beta_{ie}$  и  $\beta_{im}$  в электрической и магнитной линзах имеют вид [2]:

$$\beta_{ie} = 2/d \cdot (Z \cdot U_i / E)^{1/2} \quad [m^{-1}] \quad (4)$$

$$\beta_{im} = 2/d \cdot (2e \mu N I_i / m v)^{1/2} \quad [m^{-1}], \quad (5)$$

где  $d$  - диаметр апертуры линзы,  $Z$  - заряд частицы,  $U_i$  - электрическое напряжение между электродами  $i$ -й линзы в вольтах,  $E$  - энергия частицы в эВ,  $e$  - заряд электрона,  $\mu$  - проницаемость вакуума,  $N I_i$  - число ампервитков  $i$ -й линзы,  $m$  - масса частицы и  $v$  - скорость частицы.

Матрица  $S$  имеет вид:

$$S = \begin{vmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Используя (2), (3) и (6), из (1) получим для элементов  $t_{ijc}$  и  $t_{ijd}$  матриц  $T_c$  и  $T_d$  триплета следующие выражения:

$$t_{iic} = [1/(2\beta_1\beta_2) \cdot (\beta_2^2 - \beta_1^2) \sin 2\beta_1 L + \beta_2 \cos 2\beta_1 L - 1/2 \cdot s^2 \beta_1 \beta_2 \cdot \sin 2\beta_1 L] \cdot \operatorname{sh} 2\beta_2 L + (\cos 2\beta_1 L - s\beta_1 \sin 2\beta_1 L) \operatorname{ch} 2\beta_2 L \quad (7)$$

$$t_{i2c} = (s\beta_2/\beta_1 \cdot \sin 2\beta_1 L + \beta_2/\beta_1^2 \cdot \sin^2 \beta_1 L + 1/\beta_2 \cdot \cos^2 \beta_1 L + s^2 \beta_2 \cdot \cos^2 \beta_1 L) \cdot \operatorname{sh} 2\beta_2 L + (1/\beta_1 L \sin 2\beta_1 L + s \cos^2 L) \operatorname{ch} 2\beta_2 L \quad (8)$$

$$t_{21c} = (2s\beta_1^2 \sin^2 \beta_1 L - \beta_1 \sin 2\beta_1 L) \operatorname{ch} 2\beta_2 L + (\beta_2 \cos^2 \beta_1 L + s^2 \beta_1 \beta_2 \cdot \sin^2 \beta_1 L + \beta_1^2/\beta_2 \cdot \sin^2 \beta_1 L - s\beta_1 \beta_2 \sin 2\beta_1 L) \operatorname{sh} 2\beta_2 L \quad (9)$$

$$t_{11d} = (\cos 2\beta_2 L - s\beta_2 \sin 2\beta_2 L) \operatorname{ch} 2\beta_1 L + [(\beta_1/2\beta_2 - \beta_2/2\beta_1 - s^2 \beta_1 \beta_2/2) \cdot \sin 2\beta_2 L + s\beta_1 L \cos 2\beta_2 L] \operatorname{sh} \beta_1 L \quad (10)$$

$$t_{12d} = (1/\beta_1 \cdot \cos 2\beta_2 L - s\beta_2/\beta_1 \cdot \sin 2\beta_2 L) \operatorname{sh} 2\beta_1 L + [2s \cos 2\beta_2 L + (1/\beta_2 - s^2 \beta_2) \cdot \sin 2\beta_2 L] \operatorname{ch}^2 \beta_1 L - \beta_2/\beta_1 \sin 2\beta_2 L \cdot \operatorname{sh}^2 \beta_1 L \quad (11)$$

$$t_{21d} = \beta_1 (\cos 2\beta_2 L - s\beta_2 \sin 2\beta_2 L) \operatorname{sh} 2\beta_1 L - \beta_2 \sin 2\beta_2 L \cdot \operatorname{ch}^2 \beta_1 L + \beta_1^2 [2s \cdot \cos 2\beta_2 L + (1/\beta_2 - s^2 \beta_2) \sin 2\beta_2 L] \operatorname{sh}^2 \beta_1 L \quad (12)$$

Учитывая симметрию триплета, имеем

$$t_{22c} = t_{11c} \quad \text{и} \quad t_{22d} = t_{11d}.$$

### III. СТИГМАТИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Триплет в общем случае является стигматической системой. Однако при определенном соотношении параметров он может создать стигматическое изображение. В этом случае расстояния до изображений на обеих плоскостях  $hoz$  и  $uoz$  одинаковы ( $b_c = b_d = b$ , рис. 1а, б).

Для получения условия стигматического изображения напишем уравнение траектории частицы в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_{11c} & t_{12c} \\ t_{21c} & t_{22c} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_{11d} & t_{12d} \\ t_{21d} & t_{22d} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0' \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $a$  — расстояние до предмета,  $b_c$  и  $b_d$  — расстояния до изображений от края линзы на плоскостях  $xoz$  и  $yoz$  (рис. 1а, б).

Распишем уравнения (13) и (14) в виде

$$x = (t_{11c} + b_c t_{21c})x_0 + (at_{11c} + ab_c t_{21c} + t_{12c} + b_c t_{11c})x_0' \quad (15)$$

$$x' = t_{21c}x_0 + (at_{21c} + t_{11c})x_0' \quad (16)$$

$$y = (t_{11d} + b_d t_{21d})y_0 + (at_{11d} + ab_d t_{21d} + t_{12d} + b_d t_{11d})y_0' \quad (17)$$

$$y' = t_{21d}y_0 + (at_{21d} + t_{11d})y_0' \quad (18)$$

Из (15) и (17) при  $x = x_0 = y = y_0 = 0$  получим

$$b_c = -(at_{11c} + t_{12c}) / (at_{21c} + t_{11c}) \quad (19)$$

$$b_d = -(at_{11d} + t_{12d}) / (at_{21d} + t_{11d}) \quad (20)$$

При стигматическом изображении ( $b_c = b_d$ ) из (19) и (20) получаем условие

$$t_{11c}/t_{11d} = t_{12c}/t_{12d} = t_{21c}/t_{21d} \quad (21)$$

Учитывая сложность выражений (7) — (12), нельзя прямой подстановкой в (21) получить условия для параметров линзы, отвечающих ее действию в стигматическом режиме. Поэтому здесь выражение (21) использовано только с целью контроля числовых результатов, полученных графическим решением задачи.

#### IV. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

В этом прямом и практичном методе отображена зависимость фокусирующего параметра триплета  $(\beta_1 L)^2$  от положения изображения ( $b_c$  и  $b_d$ ) на собирающей и рассеивающей плоскостях при разных положениях предмета ( $a$ ) и различных величинах фокусирующего параметра  $(\beta_2 L)^2$ .

На рис. 3, 4 и 5 представлены результаты вычислений функции  $(\beta_1 L)^2$  для электростатического триплета при  $L = 0.078$ ,  $s = 0.032$ ,  $d = 0.04$  м,  $(\beta_2 L)^2 = 0.304, 0.380, 0.456$  ( $U_2 = 1000, 1250, 1500$  В),  $a = 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 3.0$  м.

Точки пересечения обоих предыдущих групп кривых (штрихованные кривые) представляют область, в которой триплет изображает предмет в стигматической форме ( $b_c = b_d = b$ ).

На рис. 5а подобным образом получена стигматическая кривая (штрихованная) при  $(\beta_2 L)^2 = 0.456$ , а на рис. 5а, б представлена целая область стигматического действия триплета с приведенными выше данными. Нижняя часть этой области ограничена условием  $(\beta_2 L)^2 > 0.274$ .

В области с  $(\beta_2 L)^2 < 0.274$  (в случае электростатического триплета  $U_2 < 900$  В) приведенные выше группы кривых не пересекаются (для краткости соответствующие рисунки не представлены). В этом случае триплет является астигматической системой.

Необходимо отметить, что в выше рассматриваемом примере энергия частицы  $E$  выбрана равной  $E = E_0 = 50$  кэВ. Далее, из выражения

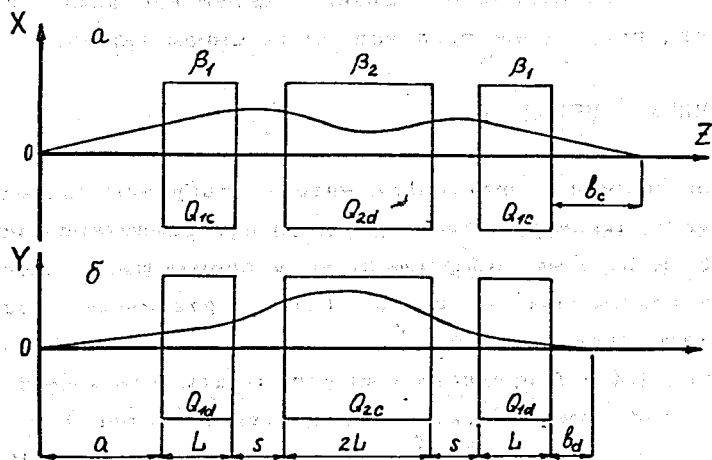


Рис.1. Траектории частицы в двух плоскостях триплета.

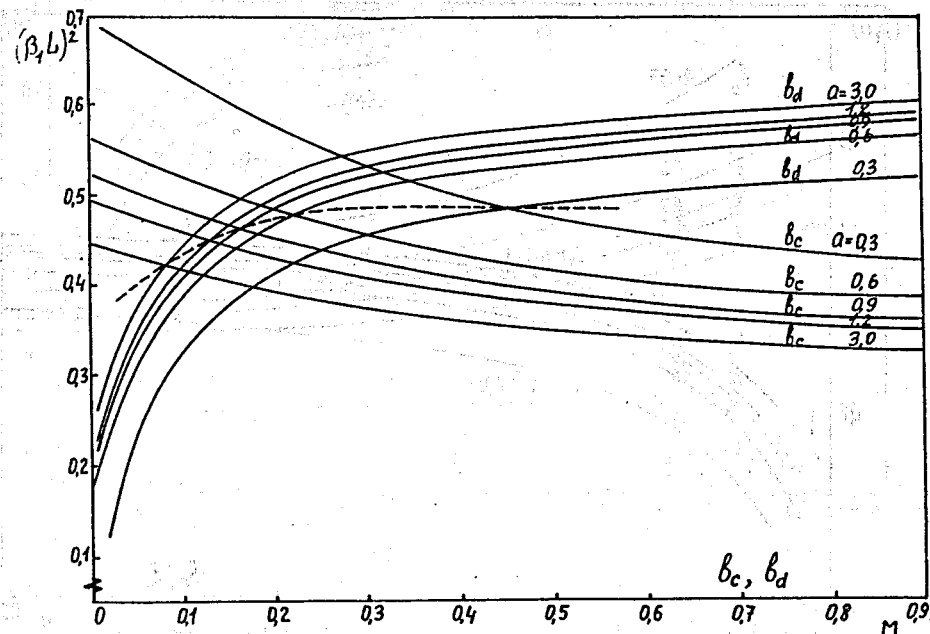


Рис.3. Зависимость  $(\beta_1 L)^2$  от  $b_c$  и  $b_d$  на собирающей и рассеивающей плоскостях триплета при  $(\beta_2 L)^2 = 0,380$  и разных положениях предмета.

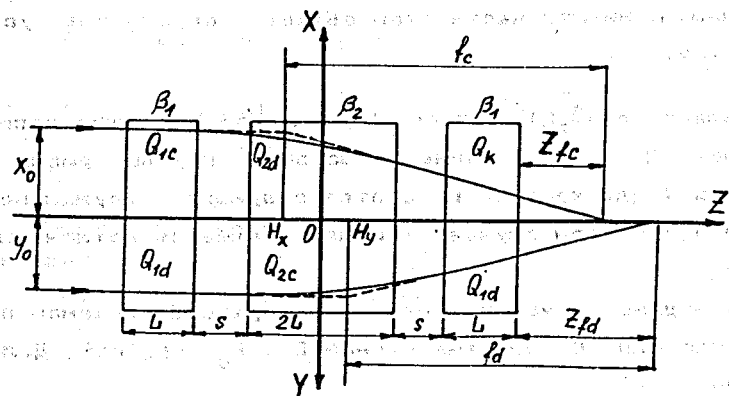


Рис.2. Фокусные расстояния триплета.

$$\beta_{i0} = 2/d \cdot (ZU_{i0}/E_0)^{1/2} \quad (i=1,2) \quad (5')$$

вытекает, что при изменении значения  $E$  изменяется  $\beta_i$ , а значит и параметры изображения. Однако если мы меняем одновременно и  $U_i$  так, чтобы согласно (5) выполнялось условие

$$\beta_i = \beta_{i0},$$

тогда получим

$$U_i = E/E_0 \cdot U_{i0}.$$

В этих условиях графики 3-5 при изменении энергии частицы ( $E \neq E_0$ ) не изменяют свою форму, а перемещаются вдоль оси ординат в соответствии с пропорцией  $U_i/U_{i0} = E/E_0$ .

Подобным образом в случае магнитного триплета получаем условие

$$I_i = (E/E_0)^{1/2} \cdot I_{i0}.$$

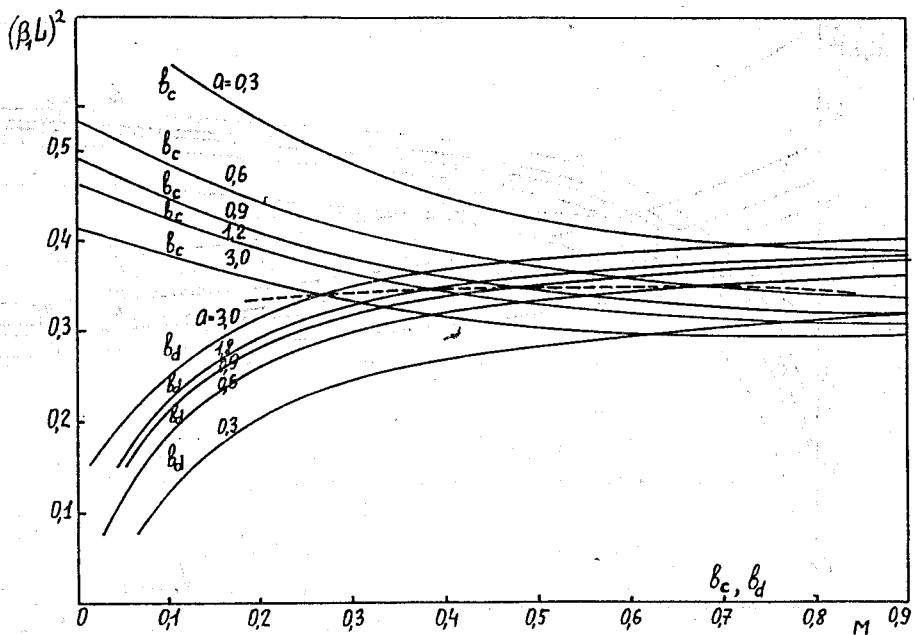


Рис.4. Зависимость  $(\beta_1 L)^2$  от  $b_c$  и  $b_d$  на собирающей и рассеивающей плоскостях триплета при  $(\beta_2 L)^2 = 0,304$  и разных положениях предмета.

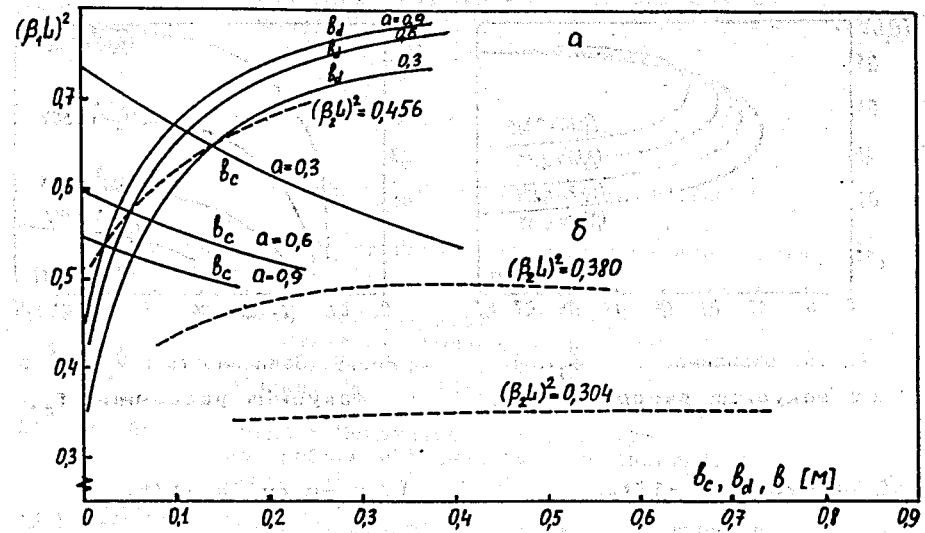


Рис. 5. Зависимость  $(\beta_1 L)^2$  от  $b_c$  и  $b_d$  при  $(\beta_2 L)^2 = 0,456$  и  $a = 0,3, 0,6, 0,9$  (м). Область стигматического действия триплета (штрихованные кривые).

#### V. УВЕЛИЧЕНИЕ И ФОКУСНОЕ РАССТОЯНИЕ

В заключение кратко приведем расчет увеличения и фокусного расстояния триплета. Для увеличений  $M_c$  и  $M_d$  (соответственно в плоскостях  $хоz$  и  $уoz$ ) из (16) и (18) при  $x=y=x_0=y_0=0$  (рис. 1а, б) получаем [5]:

$$M_c = x'/x = 1/(at_{21c} + t_{11c})$$

$$M_d = y'/y = 1/(at_{21d} + t_{11d}).$$

Для определения расстояний  $f_c$  и  $f_d$  между фокусами  $F_c$  и  $F_d$  и главными плоскостями  $H_x$  и  $H_y$ , а также расстояний  $Z_{pc}$  и  $Z_{pd}$  между фокусами  $F_c$  и  $F_d$  и краями линзы, используя уравнения (15), (16), (17) и (18) при  $x=y=x'_0=y'_0=0$  (рис. 2), получим [5]:

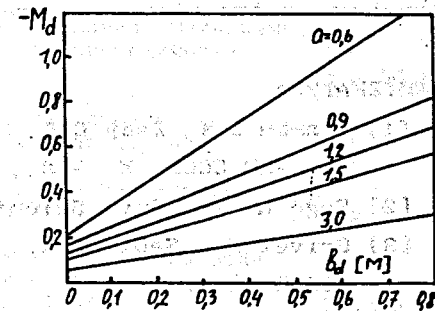
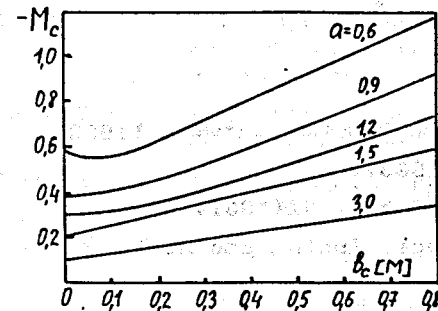


Рис.6. Увеличения  $M_c$  триплета. Рис.7. Увеличения  $M_d$  триплета.

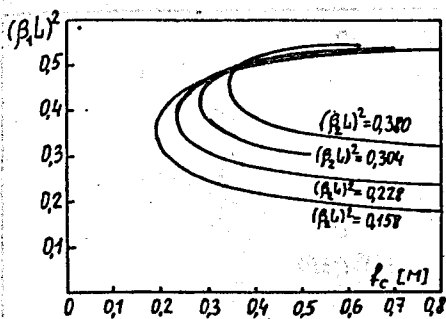


Рис.8. Зависимость  $(\beta_1 L)^2$  от фокусных рассеяний  $f_c$ .

$$f_c = -x_0/x' = -1/t_{21c}$$

$$Z_{fc} = -t_{11c}/t_{21c}$$

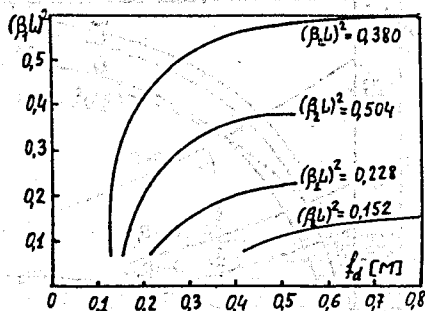


Рис.9. Зависимость  $(\beta_1 L)^2$  от фокусных рассеяний  $f_d$ .

$$f_d = -y_0/y' = -1/t_{21d}$$

$$Z_{fd} = -t_{11d}/t_{21d}$$

На рис. 6-9 представлены зависимости  $M_c$  и  $M_d$  от  $b_c$  и  $b_d$  и  $U_1$  от  $f_c$ ,  $f_d$ ,  $Z_{fc}$  и  $Z_{fd}$ .

Необходимо отметить, что на этих и ряде предыдущих рисунков ограниченность некоторых кривых с одной или другой стороны вызвана изменением знака переменной или переходом функции из одного периода в следующий.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Келман В.М., Явор С.Я. : Электронная оптика, (1963). Изд. -АН СССР, М. - Л., (1963).
- [2] Enge H. A.: Rev. Scient. Instr. 32(1961) 662.
- [3] Grivet P., Septier A.: Nucl. Instr. and Meth. 6 (1960) 126.
- [4] Weideman W.: Nucl. Instr. and Meth. 9(1960) 347.
- [5] Явор С.Я. : Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. М.: Атомиздат, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел

18 декабря 1991 года.