

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

**P6-87-202**

**И.Адам\*, В.Вагнер\*, М.Гонусек\*,  
М.И.Криволюстов, В.А.Морозов**

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ E2-ПЕРЕХОДЫ.**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТАНТ**

**ОСНОВНОГО И КВАДРУПОЛЬНЫХ**

**ВИБРАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ И ПЕРЕХОДОВ**

**В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ**

---

\* Институт ядерной физики Чехословацкой академии наук,  
Ржеж

**1987**

## ВВЕДЕНИЕ

В нашей работе <sup>1/</sup> рассмотрены вопросы, связанные с определением физических констант ядерной структуры четно-четных деформированных ядер, обсуждены также формулы для вычисления приведенных вероятностей магнитных M1-переходов внутри ротационных полос и между полосами.

Настоящая публикация является продолжением указанной работы. В предположении смешивания волновых функций ротационных уровней основного,  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационных состояний в ней получены в рамках теории возмущений общие формулы для определения приведенных вероятностей в случаях внутрислобных и междулобных электрических E2-переходов.

## ПРИВЕДЕННЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ E2-ПЕРЕХОДОВ

Приведенные вероятности  $B(E2)$ -переходов внутри ротационных полос и между ними, которые описываются волновыми функциями  $|K_q I\rangle$  и коэффициентами  $a_{qq'}$  (1) (см. формулы (32) и (33) в <sup>1/</sup>), можно вычислить, используя соотношение (1), полученное, например, в работе <sup>2/</sup>. В наших обозначениях его запишем в виде

$$B(E2; I_i K_{q_i} \rightarrow I_f K_{q'}) = \left\{ \sum_{q, q'} a_{q_i q} (I_i) a_{q_f q'} (I_f) Q_{qq'} \times \right. \\ \left. \times \langle I_i K_{q_i} 2, K_{q_i} - K_{q'} | I_f K_{q'} \rangle \sqrt{1 + |\delta_{K_{q_i}, 0} - \delta_{K_{q'}, 0}|^2} \right\}^2 \quad (1)$$

Матричные элементы  $Q_{qq'}$  мультипольного оператора  $\mathcal{M}^{\nu}(E2)$  определяются выражением

$$Q_{qq'} \equiv \langle \phi_{K_{q'}}(q') | \mathcal{M}^{\nu}(E2, \nu = K_{q'} - K_q) | \phi_{K_q}(q) \rangle. \quad (2)$$

Можно показать <sup>2,3/</sup>, что  $Q_{qq'} = Q_{q'q}$ . В обозначениях  $Q_{\beta g}$  и  $Q_{\gamma g}$  индекс  $g$  опускается ( $Q_{\beta} \equiv Q_{\beta g}$ ,  $Q_{\gamma} \equiv Q_{\gamma g}$ ). Ввиду того, что для применения теории возмущений требуется, чтобы  $\epsilon_{qq'} \ll 1$ , это и наблюдается на опыте, при вычислении  $B(E2)$  по формуле (36) <sup>1/</sup> оставляем лишь члены, линейные по  $\epsilon_{qq'}$ . Тогда для внутрислобных и междулобных  $\gamma$ -переходов с мультипольностью E2 приведенные вероятности вычисляются по следующим соотношениям:

ротационная полоса основного состояния:

$$V(E2; I+2, 0_g \rightarrow I, 0_g) = B_0(E2; I+2, 0_g \rightarrow I, 0_g) \times \{1 + 6a_\gamma + (a_\beta + a_\gamma)[(I+2)(I+3) + I(I+1)]\}^2 \quad (3)$$

или

$$V(E2; I+2, 0_g \rightarrow I, 0_g) = B_{\text{exp}}(E2; 2, 0_g \rightarrow 0, 0_g) \times \frac{\langle I+2, 020 | I0 \rangle^2}{\langle 2020 | 00 \rangle^2} \{1 + (a_\beta + a_\gamma)[(I+2)(I+3) + I(I+1) - 6]\}^2; \quad (3')$$

ротационная полоса  $\beta$ -вибрационного состояния:

$$V(E2; I+2, 0_\beta \rightarrow I, 0_\beta) = B_0(E2; I+2, 0_\beta \rightarrow I, 0_\beta) \times \{1 - 6a_\beta - 8a_{\beta\gamma} - 2(a_\beta + a_{\beta\gamma})I(I+3)\}^2 \quad (4)$$

или

$$V(E2; I+2, 0_\beta \rightarrow I, 0_\beta) = B_0(E2; I+2, 0_\beta \rightarrow I, 0_\beta) \frac{\langle I+2, 020 | I0 \rangle^2}{\langle 2020 | 00 \rangle^2} \times \{1 - 2(a_\beta + a_{\beta\gamma})I(I+3)\}^2; \quad (4')$$

приведенная вероятность для междуполосных  $\gamma$ -переходов:

$$V(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g) = B_0(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g) \times \{1 + Z_\beta(0_\beta)F_\beta(I_i, I_f) + [Z_\beta(0_\beta) - Z_\beta(0_g)]f_\beta(I_i) + \xi_{\beta\gamma}F'_{\beta\gamma}(I_i, I_f)\}^2; \quad (5)$$

ротационная полоса  $\gamma$ -вибрационного состояния:

$$V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 2_\gamma) = B_0(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 2_\gamma) \times \{1 - (a_\gamma - \frac{a_{\beta\gamma}}{\sqrt{3}})(I+1)(I+2)(I_i - I_f)\}^2, \quad (6)$$

где  $I_i = I+2, I_f = I$ , или  $I_i = I+2, I_f = I+1$ , или  $I_i = I+1, I_f = I$  и значение  $I$  всегда четное. Исходя из одинаковых предположений, получим соотношение, удобное для анализа экспериментальных данных:

$$V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 2_\gamma) = B_{\text{exp}}(E2; 42_\gamma \rightarrow 22_\gamma) \frac{\langle I_i 220 | I_f 2 \rangle^2}{\langle 4220 | 22 \rangle^2} \times \{1 - (a_\gamma - \frac{a_{\beta\gamma}}{\sqrt{3}})[(I+1)(I+2) - 12](I_i - I_f)\}^2. \quad (6')$$

В табл.1 даны результаты наших вычислений по формулам (3),(4),(6) приведенных вероятностей  $V(E2, I_i K_q \rightarrow I_f K_q)$ ; при этом значения

Таблица 1  
Величины приведенных вероятностей  $V(E2; I_i K_g \rightarrow I_f K_g)$  для внутривибрационных переходов (см. формулы (3), (4) и (6))

Спины $I_i \quad I_f$		$a_{\beta\beta} = a_{\beta\gamma} = a_{\gamma\gamma} = 1; \quad a_{\beta\gamma} = 0$					
		полоса основного состояния		$\beta$ -полоса		$\gamma$ -полоса	
		$a_\beta = a_\gamma = 0$	$a_\beta = a_\gamma = 0,00003$	$a_\beta = 0'$	$a_\beta = 0,00003$	$a_\gamma = 0$	$a_\gamma = 0,00003$
2	0	0,20000	0,20022	0,20000	0,19993	-	-
3	1	0,25714	0,25767	-	-	-	-
3	2	-	-	-	-	0,35714	0,35689
4	2	0,28571	0,28671	0,28571	0,28527	0,11905	0,11888
4	3	-	-	-	-	0,26667	0,26647
5	3	0,30303	0,30467	-	-	0,19091	0,19091
5	4	-	-	-	-	0,19091	0,19057
6	4	0,31469	0,31715	0,31469	0,31352	0,23497	0,23413
6	5	-	-	-	-	0,14066	0,14041
7	5	0,32309	0,32655	-	-	0,26374	0,26374
7	6	-	-	-	-	0,10714	0,10678
8	6	0,32942	0,33406	0,32942	0,32717	0,28362	0,28171
8	7	-	-	-	-	0,08403	0,08375
9	7	0,33439	0,34039	-	-	0,29799	0,29799
9	8	-	-	-	-	0,06755	0,06718
10	8	0,33835	0,34590	0,33835	0,33466	0,30880	0,30547
10	9	-	-	-	-	0,05541	0,05511

$a_{\beta}$  и  $a_{\gamma}$  параметров приняты близкими к полученным при обработке экспериментальных данных. Учет смешивания волновых функций для переходов с уровней с низкими спинами мало влияет на величины приведенных вероятностей.

Приведенная вероятность для междуполосных  $\gamma$ -переходов вычисляется по формуле

$$B(E2; I_i 2_{\gamma} \rightarrow I_f 0_g) = B_0(E2; I_i 2_{\gamma} \rightarrow I_f 0_g) \times \{ [1 + Z_{\gamma}(2_{\gamma}) F_{\gamma}(I_i, I_f)] + [Z_{\beta\gamma} + \frac{1}{2} Z_{\gamma}(2_{\gamma}) - \frac{1}{2} Z_{\gamma}(0_g)] F_{\beta\gamma}(I_i, I_f) \}^2 \quad (7)$$

\* При этом использованы следующие обозначения:

$$B_0(E2; I_i K_q \rightarrow I_f K_q') = \{ \langle I_i K_q 2, K_q' - K_q | I_f K_q' \rangle Q_{qq} \sqrt{1 + |\delta_{K_q 0} - \delta_{K_q' 0}|} \}^2 \quad (8)$$

$$F_{\beta}(I_i, I_f) = f_{\beta}(I_f) - f_{\beta}(I_i), \quad (9)$$

$$F_{\gamma}(I_i, I_f) = \frac{1}{\sqrt{48}} \left\{ \frac{\langle I_i 220 | I_f 2 \rangle}{\langle I_i 22 - 2 | I_f 0 \rangle} f_{\gamma}(I_f) - \frac{1}{2} [1 + (-1)^{I_i}] \frac{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle}{\langle I_i 22 - 2 | I_f 0 \rangle} f_{\gamma}(I_i) \right\}, \quad (10)$$

$$F_{\beta\gamma}(I_i, I_f) = \frac{1}{2} [1 + (-1)^{I_i}] \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle}{\langle I_i 22 - 2 | I_f 0 \rangle} f_{\gamma}(I_i), \quad (11)$$

$$F'_{\beta\gamma}(I_i, I_f) = -\sqrt{12} \frac{\langle I_i 22 - 2 | I_f 0 \rangle}{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle} f_{\gamma}(I_i), \quad (12)$$

$$Z_{\beta}(0_g) = -\epsilon_{\beta} \frac{Q_{g\beta}}{Q_{\beta}}, \quad Z_{\beta}(0_{\beta}) = -\epsilon_{\beta} \frac{Q_{\beta\beta}}{Q_{\beta}}, \quad (13)$$

$$Z_{\gamma}(0_g) = -\sqrt{24} \frac{Q_{g\gamma}}{Q_{\gamma}} \epsilon_{\gamma}, \quad Z_{\gamma}(2_{\gamma}) = -\sqrt{24} \frac{Q_{\gamma\gamma}}{Q_{\gamma}} \epsilon_{\gamma}, \quad (14)$$

$$Z_{\beta\gamma} = -\sqrt{6} \frac{Q_{\beta}}{Q_{\gamma}} \epsilon_{\beta\gamma}, \quad \xi_{\beta\gamma} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \frac{Q_{\gamma}}{Q_{\beta}} \epsilon_{\beta\gamma}, \quad (15)$$

$$a_{\beta} = Z_{\beta} \frac{Q_{\beta}^2}{Q_{g\beta}^2}, \quad a_{\gamma} = \frac{1}{6} Z_{\gamma} \frac{Q_{\gamma}^2}{Q_{g\gamma}^2}, \quad (16)$$

$$a_{\beta\gamma} = \frac{1}{\sqrt{3}} Z_{\beta\gamma} \frac{Q_{\gamma}}{Q_{\beta}} \frac{Q_{\beta\gamma}}{Q_{\beta\beta}}. \quad (17)$$

Формулы (3) ÷ (7) выведены в общем виде, то есть в предположении, что внутренние квадрупольные моменты в ротационных полосах различаются ( $Q_{g\beta} \neq Q_{\beta\beta} \neq Q_{\gamma\gamma}$ ) и что имеет место смешивание волновых функций  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационных полос ( $\epsilon_{\beta\gamma} \neq 0$ ). В литературе (см., например, /4-9/) приведены соотношения, которые являются частными случаями этих формул. Их можно получить, приравнявая некоторые коэффициенты к нулю (см. табл.2).

Таблица 2

Частные случаи формул (3) ÷ (7)

Предположения	Полоса основного состояния		$\beta$ -полоса		$\gamma$ -полоса	
	внутри-полосные переходы (3) или (3')	внутри-полосные переходы (4) или (4')	между-полосные переходы (5)	внутри-полосные переходы (6) или (6')	между-полосные переходы (7)	
Ротационная модель (NV(i) = 0)	$a_{\beta} = a_{\gamma} = 0$	$a_{\beta} = a_{\beta\gamma} = 0$	$Z_{\beta}(0_{\beta}) = 0$ $Z_{\beta}(0_g) = 0$ $\xi_{\beta\gamma} = 0$	$a_{\gamma} = a_{\beta\gamma} = 0$	$Z_{\gamma}(2_{\gamma}) = 0$ $Z_{\gamma}(0_g) = 0$ $Z_{\beta\gamma} = 0$	
$Q_{qq} = Q_{q'q'}$ $\epsilon_{\beta\gamma} = 0$ (NV(i) = 1)		$a_{\beta\gamma} = 0$	$Z_{\beta} = Z_{\beta}(0_{\beta}) = Z_{\beta}(0_g)$ $\xi_{\beta\gamma} = 0$	$a_{\beta\gamma} = 0$	$Z_{\gamma} = Z_{\gamma}(2_{\gamma}) = Z_{\gamma}(0_g)$ $Z_{\beta\gamma} = 0$	
$Q_{qq} \neq Q_{q'q'}$ $\epsilon_{\beta\gamma} = 0$ (NV(i) = 2)		$a_{\beta\gamma} = 0$	$\xi_{\beta\gamma} = 0$	$a_{\beta\gamma} = 0$	$Z_{\beta\gamma} = 0$	
$Q_{qq} = Q_{q'q'}$ $\epsilon_{\beta\gamma} \neq 0$ (NV(i) = 3)			$Z_{\beta} = Z_{\beta}(0_{\beta}) = Z_{\beta}(0_g)$		$Z_{\gamma} = Z_{\gamma}(2_{\gamma}) = Z_{\gamma}(0_g)$	

Примечание: Параметры NV(i) использованы для входных данных программы ZORKA<sup>/15/</sup>.

Приведенные вероятности внутриволновых E2-переходов с учетом смешивания волновых функций анализировались лишь для ротационной полосы основного состояния. Формулы (3) и (3') были получены в работе<sup>10/</sup>. Экспериментальные данные о  $\gamma$ -переходах, разряжающих возбужденные состояния  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154,156}\text{Gd}$  и  $^{174}\text{Hf}$ , анализировались в работе<sup>11/</sup>, в которой приведено соотношение между изменением среднего радиуса ядра первого возбужденного состояния  $2_g^+$  и основного состояния ядра ( $\Delta\langle r^2 \rangle_{2_g^+} \equiv \langle r^2 \rangle_{2_g^+} - \langle r^2 \rangle_{0_g^+}$ ):

$$\frac{\Delta\langle r^2 \rangle_{2_g^+}}{\langle r^2 \rangle_{0_g^+}} \approx \frac{15}{\pi} [\beta_2(0_g)]^2 (\alpha_\beta + \alpha_\gamma), \quad (18)$$

где  $\beta_2(0_g)$  — параметр квадрупольной деформации основного состояния ядра.

В работе<sup>12/</sup> приведено соотношение для изменения среднего радиуса ядра ротационных уровней основного состояния со спином I, которое зависит от  $\epsilon_\beta$  и матричного элемента E0-перехода  $\rho(E0, I0_\beta \rightarrow I0_g)$ , связывающего уровни со спином I  $\beta$ -вибрационной полосы и полосы основного состояния:

$$\frac{\Delta\langle r^2 \rangle_I}{\langle r^2 \rangle} = \frac{10}{3} \epsilon_\beta I(I+1) \frac{\rho(E0, I0_\beta \rightarrow I0_g)}{Z}, \quad (19)$$

где Z — число протонов в ядре.

Внутриволновые E2-переходы в  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосах с учетом смешивания волновых функций в литературе до сих пор не анализировались, и выражения (4), (4') и (6), (6') приводятся впервые. Общий вид формул B(E2) для междуполосных переходов (см. выражения (5) и (7)) в литературе также до сих пор не указывались. В работе<sup>9/</sup> дано соотношение для B(E2,  $I_i K_{q_i} \rightarrow I_f K_{q_f}$ ) в предположении, что  $Q_{qq} = Q_{q'q}$  и  $\epsilon_{\beta\gamma} \neq 0$ , однако при записи функций (10) ÷ (12) была допущена опечатка.

Авторы работы<sup>13/</sup> считали, что при анализе E2-переходов, разряжающих  $\beta$ -полосы в ядрах  $^{152}\text{Sm}$  и  $^{154,156}\text{Gd}$ , необходимо учитывать и член, пропорциональный произведению  $\epsilon_\gamma \epsilon_{\beta\gamma}$ ; кроме того, предполагалось, что  $Q_{\beta\beta} = Q_{g\beta}$ . В общем случае учет этого члена приводит к следующему соотношению:

$$B(E2, I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g) = B_0(E2, I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g) \{ 1 + Z_\beta(0_\beta) F_\beta(I_i, I_f) + [Z_\beta(0_\beta) - Z_\beta(0_g)] f_\beta(I_i) + \epsilon_{\beta\gamma} F'_\beta(I_i, I_f) [1 + Z_\gamma(2_\gamma) F_\gamma(I_i, I_f) + \frac{1}{2} Z_\gamma(2_\gamma) F_{\beta\gamma}(I_i, I_f)] \}^2. \quad (5')$$

В табл.3 показаны результаты наших вычислений по формулам (5) и (5') приведенных вероятностей B(E2,  $I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g$ ) для различных значений спинов  $I_i$  и  $I_f$ . При этом значения параметров  $Z_\beta(0_\beta)$ ,  $Z_\beta(0_g)$ ,

Таблица 3  
Приведенные вероятности B(E2;  $I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g$ ) переходов между  $\beta$ -полосой и полосой основного состояния

$I_i$	$I_f$	$Q_{\beta-1}$				
		$Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) = 0$	$Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) = 0,02$	$Z_\beta(0_\beta) = 0,02$	$Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) = 0,02$	$Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) = 0,02$
		$\epsilon_{\beta\gamma} = 0$	$\epsilon_{\beta\gamma} = 0$	$Z_\beta(0_\beta) = 0,024$	$\epsilon_{\beta\gamma} = 0,002$	$\epsilon_{\beta\gamma} = 0,002; Z_\beta = 0,04$
		a		$\epsilon_{\beta\gamma} = 0$		b
0	2	1,0000	1,2544	1,2544	1,2544	1,2544
2	0	0,2000	0,1549	0,1466	0,1722	0,1722
	2	0,2857	0,2857	0,2722	0,2589	0,2579
	4	0,5143	0,8426	0,8113	0,8532	0,8595
4	2	0,2857	0,1481	0,1170	0,2016	0,2039
	4	0,2597	0,2597	0,2198	0,1597	0,1644
	6	0,4546	0,9426	0,8407	1,0064	1,0805
6	4	0,3147	0,0987	0,0484	0,1934	0,2209
	6	0,2546	0,2546	0,1762	0,0688	0,0966
	8	0,4308	1,1028	0,8834	1,2744	1,6146
8	6	0,3294	0,0527	0,0041	0,1903	0,3138
	8	0,2526	0,2526	0,1281	0,0065	0,0622
10		0,4180	1,2947	0,9056	1,6452	2,7722
10	8	0,3384	0,0195	0,0135	0,1996	0,6253
	10	0,2517	0,2517	0,0789	0,0221	0,0763
	12	0,4099	1,5112	0,8979	2,1311	5,2845

Примечание: а) При выбранном значении параметров величины B(E2;  $I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g$ ) =  $\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle^2$ . б) Вычисления проводились с учетом поправки из работы<sup>13/</sup> (см. формулу (5')).

$\xi_{\beta\gamma}$  и  $Z_\gamma$  приняты близкими к получаемым при обработке экспериментальных данных. Отметим следующие два факта:

1. При увеличении на 20% значения параметра  $Z_\beta(0_g)$  по сравнению с параметром  $Z_\beta(0_\beta)$  (что соответствует такому же изменению внутренних квадрупольных моментов  $Q_{gg}$  и  $Q_{\beta\beta}$ ) приведенные вероятности переходов с уровней, имеющих  $I \geq 4$ , различаются более чем на 10%.

2. Учет поправки  $\epsilon_\gamma \epsilon_{\beta\gamma}$ , предложенной в работе <sup>13/</sup>, приводит к существенному изменению приведенных вероятностей  $V(E2, I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g)$  для переходов, идущих с уровней со спином  $I \geq 6$ .

Введем для отношения приведенных вероятностей следующее обозначение:

$$N(E2, I_i K_q \rightarrow I_f 0_g, I_f' 0_g) \equiv \frac{V(E2; I_i K_q \rightarrow I_f 0_g)}{V_0(E2; I_i K_q \rightarrow I_f 0_g)} \cdot \frac{V_0(E2; I_i K_q \rightarrow I_f' 0_g)}{V(E2; I_i K_q \rightarrow I_f' 0_g)}. \quad (20)$$

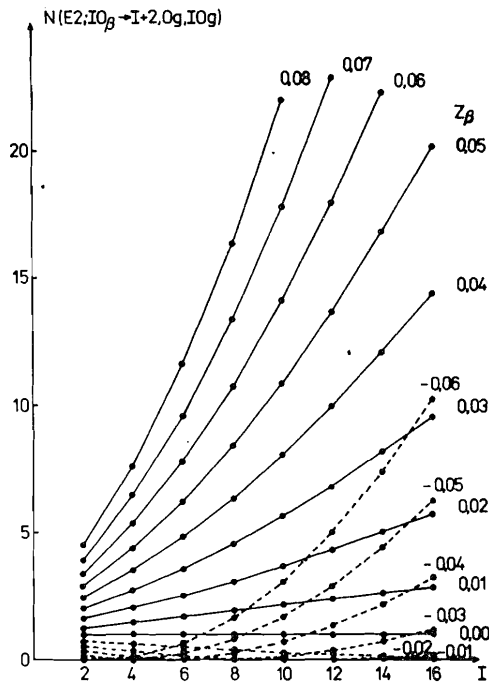
Значения  $V(E2; I_i K_q \rightarrow I_f 0_g)$  вычисляем по формулам (5) ( $K_q = 0_\beta$ ) или (7) ( $K_q = 2_\gamma$ ); если для вычислений используем формулы (5') или (7'), тогда отношение приведенных вероятностей (20) обозначим значком "штрих":  $N'(E2; I_i K_q \rightarrow I_f 0_g, I_f' 0_g)$ .

На рис.1 даны зависимости отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I 0_\beta \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$  от спина уровня  $I$  в случае, когда  $\epsilon_{\beta\gamma} = 0$ ,

$Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) \equiv Z_\beta$  при разных значениях  $Z_\beta$ . Точно такую же зависимость получим для отношения  $N(E2; I 0_\beta \rightarrow I - 2, 0_g, I 0_g)$ , если заменить параметры  $Z_\beta$  на  $-Z_\beta$ .

Зависимость отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I 0_\beta \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$ ,  $N'(E2; I 0_\beta \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$  показаны на рис.2а для значения спина

Рис.1. Зависимости отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I 0_\beta \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$  от спина уровня  $I$ . Линии (сплошные — для положительных, штриховые — для отрицательных значений параметров) проведены лишь для соединения величин, вычисленных с данным значением параметра.



( $I + 2$ ) и на рис.2б для спина ( $I - 2$ ). Вычисления проведены при следующих значениях параметров:  $Z_\beta(0_\beta) = Z_\beta(0_g) \equiv Z_\beta = 0,02$ ; параметр  $\xi_{\beta\gamma}$  изменяется от  $-0,004$  до  $+0,004$ ; дополнительный параметр, который используется при вычислении  $N'$ , равен  $Z_\gamma(2_\gamma) = Z_\gamma(0_g) \equiv Z_\gamma = 0,04$ .

Из рис.2а,б можно заметить, что отношения приведенных вероятностей весьма чувствительны к изменению параметра  $\xi_{\beta\gamma}$  и существенно зависят от значения спина  $I$ . Вклад поправки, предложенной в работе <sup>13/</sup>, становится заметным для переходов, идущих с уровней со спином  $I = 4$ , и с увеличением спина уровня ее влияние значительно возрастает.

Для переходов, связывающих  $\gamma$ -полосу с полосой основного состояния, учет вышеупомянутой поправки <sup>13/</sup> приводит к следующему соотношению:

$$V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g) = V_0(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g) \{1 + Z_\gamma(2_\gamma) F_\gamma(I_i, I_f) + [Z_{\beta\gamma}(1 + Z_\beta(0_\beta) f_\beta(I_f)) + \frac{1}{2} Z_\gamma(2_\gamma) - \frac{1}{2} Z_\gamma(0_g)] F_{\beta\gamma}(I_i, I_f)\}^2. \quad (7')$$

Необходимо отметить, что из вида формулы (7) следует невозможность разделить вклад в величину  $V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g)$ , обусловленный разностью внутренних квадрупольных моментов  $Q_{\gamma\gamma} - Q_{gg}$  и смешиванием волновых функций уровней  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос ( $\epsilon_{\beta\gamma} \neq 0$ ).

В табл.4 даны результаты наших вычислений по формулам (7) и (7') приведенных вероятностей  $V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g)$  для различных значений спинов  $I_i$  и  $I_f$ . При этом значения параметров  $Z_\gamma(2_\gamma)$ ,  $Z_\gamma(0_g)$ ,  $Z_{\beta\gamma}$  и  $Z_\beta$  приняты близкими к получаемым при обработке экспериментальных данных. Подчеркнем, что на переходы, идущие с уровней с нечетными спинами  $I_i$ , не влияет смешивание волновых функций между  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами ( $\epsilon_{\beta\gamma}$ ) и поправка, обусловленная произведением ( $\epsilon_\gamma \cdot \epsilon_{\beta\gamma}$ ), не вносит изменений в значение  $V(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g)$ . Эта поправка становится заметной для переходов с уровней, имеющих четные значения спина  $I_i \geq 6$ .

Зависимость отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I + 2, 0_g, I 0_g)$ ,  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I - 2, 0_g, I 0_g)$  и  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I - 1, 0_g, I + 1, 0_g)$  от спина  $I$ , вычисленных в предположении, что  $Z_{\beta\gamma} = 0$  и  $Z_\gamma(2_\gamma) = Z_\gamma(0_g) \equiv Z_\gamma$ , а значения параметра  $Z_\gamma$  меняются от  $-0,06$  до  $+0,07$ , показана на рис.3.

На рис.4 даны зависимости  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$  и  $N'(E2; I 2_\gamma \rightarrow I \pm 2, 0_g, I 0_g)$  от спина  $I$ , вычисленные при значениях  $Z_\gamma = 0,04$  и дополнительного параметра  $Z_\beta = 0,02$  в формуле (7'); параметр  $Z_{\beta\gamma}$  изменялся в пределах от  $-0,004$  до  $+0,004$ .

Следует отметить сильное влияние поправки, которая предложена в работе <sup>13/</sup> для переходов, идущих с уровней  $I \geq 6$  (ср., например,  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I + 2, 0_g, I 0_g)$  и  $N'(E2; I 2_\gamma \rightarrow I + 2, 0_g, I 0_g)$ ). Величины отношений  $N(E2; I 2_\gamma \rightarrow I - 1, 0_g, I + 1, 0_g)$  и  $N'(E2; I 2_\gamma \rightarrow I - 1, 0_g, I + 1, 0_g)$  не зависят от параметра  $Z_{\beta\gamma}$ .

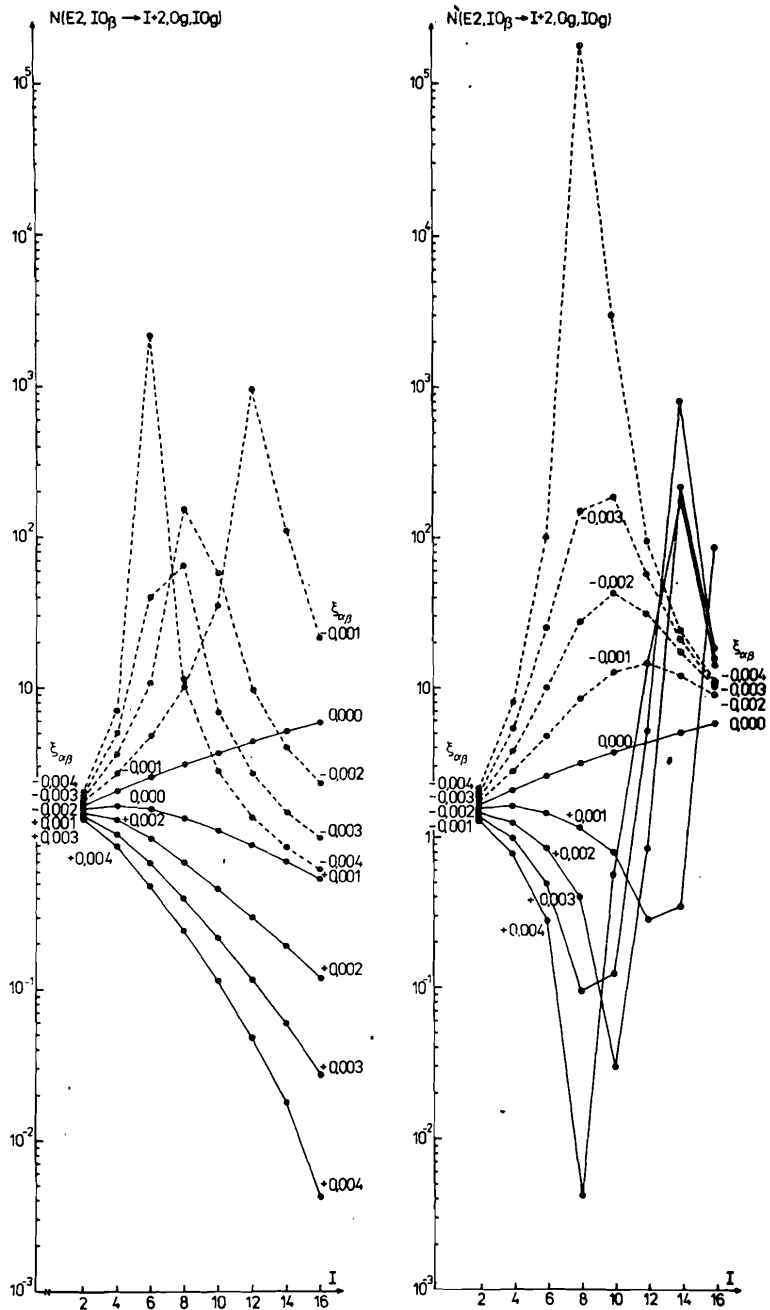


Рис.2а. Зависимости отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I0_{\beta} \rightarrow I \pm 2, 0_g, I0_g)$  и  $N'(E2; I0_{\beta} \rightarrow I \pm 2, 0_g, I0_g)$  для значений спина  $(I + 2)$  (см. подпись к рис.1).

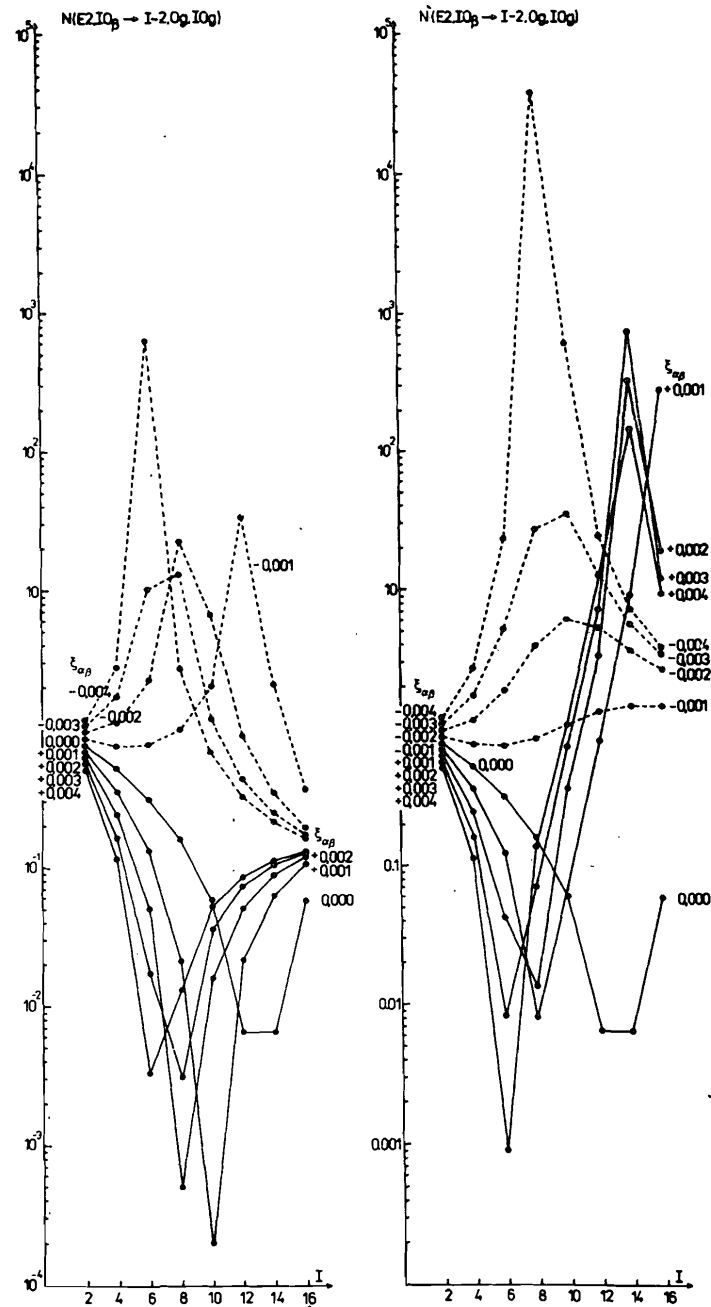


Рис.2б. Зависимости отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I0_{\beta} \rightarrow I \pm 2, 0_g, I0_g)$  и  $N'(E2; I0_{\beta} \rightarrow I \pm 2, 0_g, I0_g)$  для  $(I - 2)$ .

Таблица 4  
Приведенные вероятности  $B(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g)$  переходов между  $\gamma$ -полосой и полосой основного состояния

$I_i$	$I_f$	$Q_g = 1$			
		$Z_\gamma(2_\gamma) = Z(0_g) = 0$ $Z_{\beta\gamma} = 0$	$Z_\gamma(2_\gamma) = Z_\gamma(0_g) = 0,04$ $Z_{\beta\gamma} = 0$	$Z_\gamma(2_\gamma) = Z_\gamma(0_g) = 0,04$ $Z_{\beta\gamma} = 0,002$	$Z_\gamma(2_\gamma) = Z_\gamma(0_g) = 0,04$ $Z_{\beta\gamma} = -0,002$ ; $Z_\beta = 0,02$
2	0	0,4000	0,3686	0,3656	0,3656
2	2	0,5714	0,6665	0,6715	0,6721
4	0	0,0286	0,0529	0,0510	0,0503
3	2	0,7143	0,6583	0,6583	0,6583
4	4	0,2857	0,4393	0,4393	0,4393
4	2	0,2381	0,1524	0,1434	0,1423
4	4	0,7013	0,8180	0,8383	0,8465
6	0	0,0606	0,1400	0,1292	0,1204
5	4	0,6364	0,4928	0,4928	0,4928
6	6	0,3637	0,6336	0,6336	0,6336
6	4	0,1958	0,0802	0,0659	0,0605
6	8	0,7273	0,8483	0,8929	0,9312
8	0	0,0769	0,2171	0,1891	0,1522
7	6	0,6000	0,3840	0,3840	0,3840
8	8	0,4000	0,7840	0,7840	0,7840
8	6	0,1765	0,0407	0,0239	0,0132
8	8	0,7369	0,8595	0,9376	1,0560
10	0	0,0867	0,2935	0,2389	0,1385
9	8	0,5790	0,3001	0,3001	0,3001
10	10	0,4211	0,9223	0,9223	0,9223
10	8	0,1654	0,0170	0,0033	0,0024
10	10	0,7414	0,8649	0,9863	1,2815
12	0	0,0932	0,3727	0,2808	0,0775

а) При выбранном значении параметров величины  $B(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g) = \langle I_i 22 - 2I_f 0 \rangle^2$ .

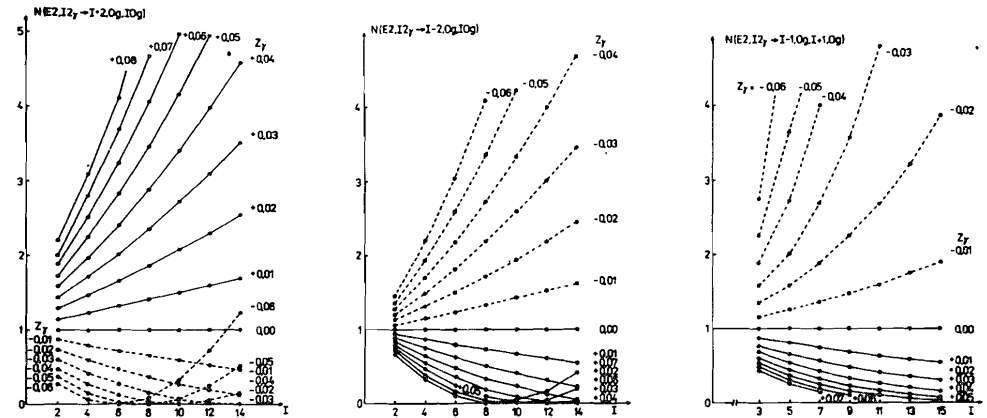


Рис.3. Зависимости отношений приведенных вероятностей  $N(E2; I2_\gamma \rightarrow I+2, 0_g; I0_g; I-2, 0_g)$  и  $N(E2; I2_\gamma \rightarrow I-1, 0_g; I+1, 0_g)$  от спина уровня  $I$  (см. подпись к рис.1).

$\gamma$ -переходы между уровнями  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос запрещены из-за ограничения на изменение вибрационных квантовых чисел ( $\Delta n_\beta + \Delta n_\gamma = 2$ ), однако в эксперименте (см., например, работу [14]) такие переходы наблюдаются. Можно попытаться их исследовать, используя теорию возмущений в предположении, что член с матричным элементом  $Q_{\beta\gamma}$  доминирует в этих переходах (выражения (21) и (22)) или, наоборот, он принимает достаточно малое значение по сравнению с остальными членами (см. выражения (21') и (22), приведенные ниже).

В общем виде ( $Q_{\beta\gamma} \neq 0, \epsilon_{\beta\gamma} \neq 0$ ) приведенные вероятности для  $\gamma$ -переходов с уровня  $\beta$ -полосы на уровни  $\gamma$ -полосы вычисляются по соотношениям

$$B(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 2_\gamma) = B_0(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 2_\gamma) \times \{ 1 - Z'_\beta \epsilon_{\beta\gamma} (I_i) - \frac{1}{2} Z'_\gamma \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f) - 2Z'_\beta \epsilon_{\beta\gamma}(2_\gamma) [\phi_\gamma(I_i, I_f) + \frac{1}{2} \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f)] + Z'_\beta \epsilon_{\beta\gamma} \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f) \}^2. \quad (21)$$

Если  $I_f$  четное, то

$$B(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 2_\gamma) = 2 \frac{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle^2}{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle^2} B_0(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 0_g) \{A\}^2, \quad (21')$$

если  $I_f$  нечетное, то



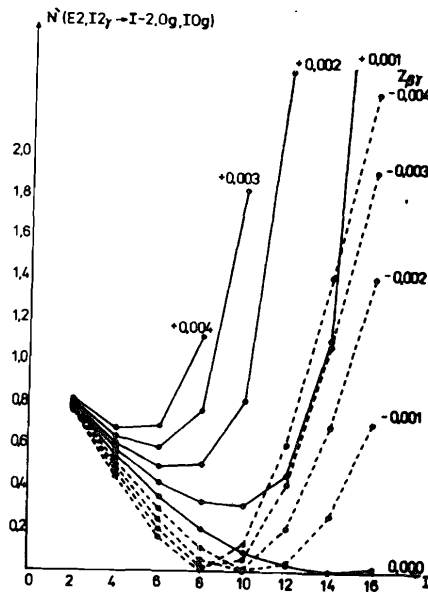
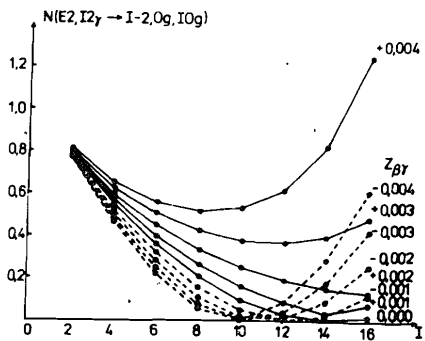
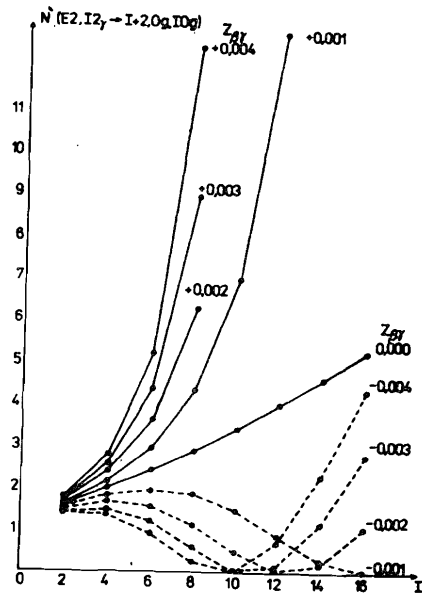
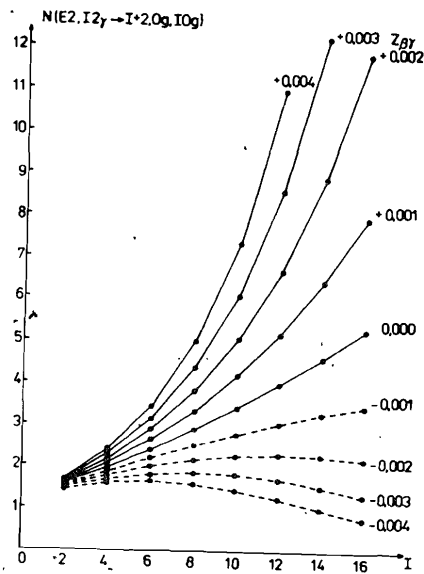


Рис.4. Зависимости  $N(E2; I2_\gamma \rightarrow I \pm 2, 0_g, 10_g)$  и  $N'(E2; I2_\gamma \rightarrow I \pm 2, 0_g, 10_g)$  от спина уровня  $I$  (см. подпись к рис.1).

$$B(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 2_\gamma) = 2 \frac{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle^2}{\langle I_i 020 | I_f -1, 2 \rangle^2} B_0(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f -1, 0_g) \{A\}^2,$$

где

$$\{A\}^2 \equiv \left\{ \frac{Q_{\beta\gamma}}{Q_\gamma} - \frac{Q_\gamma}{Q_{\beta\beta}} Z_\beta(0_\beta) f_\beta(I_i) - \frac{1}{2} \frac{Q_\gamma}{Q_{\gamma\gamma}} Z_\gamma(2_\gamma) \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f) - \right. \\ \left. - 2Z_{\beta\gamma} \frac{Q_\gamma Q_{\gamma\gamma}}{Q_\beta^2} [\phi_\gamma(I_i, I_f) + \frac{1}{2} \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f)] + Z_{\beta\gamma} \frac{Q_\gamma Q_{\beta\beta}}{Q_\beta^2} \phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f) \right\}^2.$$

В табл.5 даны результаты наших вычислений по формуле (21) приведенных вероятностей  $B(E2; I_i 0_\beta \rightarrow I_f 2_\gamma)$  для различных значений спинов  $I_i$  и  $I_f$ . Значения параметров  $Z_\beta$ ,  $Z'_\gamma$ ,  $Z'_{\beta\gamma}(2_\gamma)$  и  $Z'_{\beta\gamma}(0_\beta)$  приняты близкими к получаемым при обработке экспериментальных данных. Учет смешивания волновых функций основного состояния и  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос мало влияет на значения приведенных вероятностей.

Аналогично для переходов, идущих с уровней  $\gamma$ -полосы на уровни  $\beta$ -полосы, в общем случае имеем

$$B(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_\beta) = B_0(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_\beta) \{1 - Z'_\beta f_\beta(I_f) - \\ - [\frac{1}{2} Z'_\gamma + Z'_{\beta\gamma}(2_\gamma) - Z'_{\beta\gamma}(0_\beta)] F_{\beta\gamma}(I_i, I_f) - 2Z'_{\beta\gamma}(2_\gamma) F_\gamma(I_i, I_f)\}^2, \quad (22)$$

$$B(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_\beta) = B_0(E2; I_i 2_\gamma \rightarrow I_f 0_g) \left\{ \frac{Q_{\beta\gamma}}{Q_\gamma} - \frac{Q_\beta}{Q_{\beta\beta}} Z_\beta(0_\beta) f_\beta(I_f) - \right. \\ \left. - [\frac{1}{2} \frac{Q_\beta}{Q_{\gamma\gamma}} Z_\gamma(2_\gamma) + \frac{Q_{\gamma\gamma}}{Q_\beta} Z_{\beta\gamma} - \frac{Q_{\beta\beta}}{Q_\beta} Z_{\beta\gamma}] F_{\beta\gamma}(I_i, I_f) - \right. \\ \left. - 2 \frac{Q_{\gamma\gamma}}{Q_\beta} Z_{\beta\gamma} F_\gamma(I_i, I_f) \right\}^2. \quad (22')$$

Здесь мы использовали следующие обозначения:

$$\phi_\gamma(I_i, I_f) \equiv \frac{1}{\sqrt{48}} \left\{ \frac{\langle I_i 220 | I_f 2 \rangle}{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle} f_\gamma(I_i) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} [1 + (-1)^{I_f}] \frac{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle}{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle} f_\gamma(I_f) \right\}, \quad (23)$$

$$\phi_{\beta\gamma}(I_i, I_f) \equiv \frac{1}{2} [1 + (-1)^{I_f}] \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{\langle I_i 020 | I_f 0 \rangle}{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle} f_\gamma(I_f), \quad (24)$$

Приведенные вероятности  $V(E2; I_i 0\beta \rightarrow I_f 2\gamma)$  переходов между  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами

Таблица 5

$I_i$	$I_f$	$Q_{\beta\gamma} = 1$			
		$Z'_\beta = Z'_\gamma = 0$	$Z'_\beta = 0,005$	$Z'_\beta = 0$	$Z'_\beta = 0,0005$
		$Z_{\beta\gamma}(2\gamma) = Z_{\beta\gamma}(0\beta) = 0$	$Z'_\gamma = 0$	$Z_\gamma = 0,0005$	$Z'_\gamma = 0,0005$
		a	$Z'_{\beta\gamma}(2\gamma) = Z_{\beta\gamma}(0\beta) = 0$	$Z_{\beta\gamma}(2\gamma) = Z_{\beta\gamma}(0\beta) = 0$	$Z'_{\beta\gamma}(2\gamma) = Z_{\beta\gamma}(0\beta) = 0$
0	2	1,0000	1,0000	0,9990	0,9990
2	2	0,2857	0,2840	0,2860	0,2843
2	3	0,5000	0,4970	0,5000	0,4970
2	4	0,2143	0,2130	0,2130	0,2117
4	2	0,0079	0,0078	0,0079	0,0077
4	3	0,1111	0,1089	0,1111	0,1089
4	4	0,3507	0,3437	0,3518	0,3448
4	5	0,3889	0,3812	0,3889	0,3812
4	6	0,1414	0,1386	0,1393	0,1365
6	4	0,0210	0,0201	0,0207	0,0198
6	5	0,1539	0,1475	0,1539	0,1474
6	6	0,3636	0,3485	0,3662	0,3510
6	7	0,3462	0,3318	0,3462	0,3318
6	8	0,1154	0,1106	0,1122	0,1075
8	6	0,0294	0,0273	0,0286	0,0266
8	7	0,1765	0,1640	0,1765	0,1640
8	8	0,3684	0,3424	0,3729	0,3467
8	9	0,3235	0,3007	0,3235	0,3007
8	10	0,1022	0,0950	0,0976	0,0906
10	8	0,0351	0,0313	0,0335	0,0299
10	9	0,1905	0,1701	0,1905	0,1701
10	10	0,3707	0,3311	0,3776	0,3375
10	11	0,3095	0,2764	0,3095	0,2764
10	12	0,0942	0,0841	0,0881	0,0784

а) При выбранном значении параметров величины  $V(E2; I_i 0\beta \rightarrow I_f 2\gamma) = \langle I_i 022 | I_f 2 \rangle^2$ .

$$\phi'_{\beta\gamma}(I_i, I_f) = -\sqrt{12} \frac{\langle I_i 220 | I_f 2 \rangle}{\langle I_i 022 | I_f 2 \rangle} f_\gamma(I_i), \quad (25)$$

$$Z'_\beta = -\epsilon_\beta \frac{Q_\gamma}{Q_{\beta\gamma}}, \quad Z'_\gamma = -\sqrt{24} \epsilon_\gamma \frac{Q_\beta}{Q_{\beta\gamma}}, \quad (26)$$

$$Z'_{\beta\gamma}(0\beta) = -\sqrt{6} \epsilon_{\beta\gamma} \frac{Q_{\beta\beta}}{Q_{\beta\gamma}}, \quad Z'_{\beta\gamma}(2\gamma) = -\sqrt{6} \epsilon_{\beta\gamma} \frac{Q_{\gamma\gamma}}{Q_{\beta\gamma}}. \quad (27)$$

Формулы (21) и (21'), (22) и (22') упрощаются при наложении на параметры  $Q_{\beta\beta}$  и  $\epsilon_{\beta\gamma}$  дополнительных ограничений: если  $Q_{\beta\beta} = Q_{\gamma\gamma}$ , тогда  $Z_\beta(0\beta) = Z_\beta$ ,  $Z_\gamma(2\gamma) = Z_\gamma$  и  $Z_{\beta\gamma}(0\beta) = Z'_{\beta\gamma}(2\gamma) = Z'_{\beta\gamma}$ , если  $\epsilon_{\beta\gamma} = 0$ , тогда  $Z_{\beta\gamma} = 0$ . Соотношения (21) и (21'), (22) и (22'), полученные нами для определения приведенных вероятностей в случаях внутриволосных и междуволосных электрических E2-переходов, до сих пор в литературе не приводились.

Данная публикация вместе с работой /1/ входит в состав цикла, который завершается описанием программы ZORKA для вычисления на ЭВМ физических констант основного и квадрупольных вибрационных состояний и переходов в четно-четных деформированных ядрах. Описание этой программы посвящена специальная работа /15/.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Адам И. и др. Сообщение ОИЯИ Р6-87-201, Дубна, 1987.
2. Kumar K., Baranger M. Nucl.Phys., 1967, 92, p.608.
3. Kumar K. The Electromagnetic Interaction in Nuclear Spectroscopy. Ed. Hamilton W.D. North Holland, 1975, p.55.
4. Бор О., Мотгельсон Б. Структура атомного ядра. М.: Мир., 1971, т.1; 1977, т.2.
5. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра. Ядерные модели. М.: Энергоиздат, 1981.
6. Gregers Hansen P. et al Nucl.Phys., 1959, 12, p.389.
7. Reich C.W., Cline J.E. Nucl.Phys., 1970, A159, p.181.
8. Lipas P.O. Nucl.Phys., 1962, 39, p.468.
9. Riedinger L.L. et al Phys.Rev., 1969, 179, p.1214.
10. Symons G.D., Douglas A.C. Phys.Lett., 1968, 24B, p.11.
11. Diamond R.M. et al Nucl.Phys., 1972, A184, p.481.
12. Grodzins L. Proc. Dubna Symp. on Nucl. Structure. IAEA, Vienna, 1968, p.503.
13. Rud N. et al Nucl.Phys., 1971, A167, p.401.
14. Davidson W.F. et al J.Phys. G: Nucl. Phys., 1981, 7, p.455.
15. Адам И. и др. Сообщение ОИЯИ, Р6-87-203, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел  
31 марта 1987 года.

Адам И. и др.

P6-87-202

Электрические E2-переходы. Определение физических констант основного и квадрупольных вибрационных состояний и переходов в четно-четных деформированных ядрах

В предположении смешивания волновых функций ротационных уровней основного,  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационных состояний, а также неодинаковости внутренних квадрупольных моментов этих состояний получены в рамках теории возмущений общие формулы для определения приведенных вероятностей в случаях внутриволосных и междуволосных электрических E2-переходов.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Adam J. et al.

P6-87-202

Determination of Physical Constants of the Ground State and Quadrupole Vibrational States and Transitions in Even-Even Deformed Nuclei. Electric E2-Transitions

The formulae are obtained for reduced probabilities of the E2 intraband and interband transitions using perturbation theory and assuming the mixing wave functions of ground,  $\beta$ - and  $\gamma$ -vibrational states and in equivalence value of intrinsic quadrupole moments of their states.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987