

сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

P6-85-500

М.П.Авотина\*, Т.И.Крацикова

КВАДРУПОЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ  
И ИХ СВЯЗЬ С МАГНИТНЫМИ МОМЕНТАМИ  
ДЛЯ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

---

\* Ленинградский институт ядерной физики АН СССР

1985

В настоящее время значения электрических квадрупольных моментов ядер можно оценить при помощи ряда ядерных моделей /например, см.<sup>1/</sup> /, каждая из которых применима к ограниченной области, в основном, деформированных и тяжелых ядер, имеющих ротационные полосы уже на основном состоянии. Модельных расчетов для легких ядер проведено заметно меньше /например, см.<sup>2-4/</sup> /, так как добавление одного или двух /для четных ядер/ нуклонов к легкому остову нельзя рассматривать как возмущение и, следовательно, неясно, какие предположения могут быть существенны для оценки ядерных моментов, а какими можно пренебречь. Таким образом, теоретические предпосылки, разные в различных областях ядер, не позволяют оценивать ядерные моменты единым способом. Возможен, однако, другой подход к решению этой задачи: исходить из систематики экспериментальных данных, что возможно при наличии большого количества этих данных.

В настоящей работе сделана попытка выявить закономерности в изменении знаков и величин электрических квадрупольных моментов четно-четных ядер и предложить эмпирические выражения для их оценки.

#### ОЦЕНКА ЗНАКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КВАДРУПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

В работе<sup>5/</sup> на основе классической модели оболочек<sup>6,7/</sup> были предложены правила для оценки знака квадрупольных моментов  $Q^{exp}$  легких ядер. Экспериментальные данные, приведенные в сборнике<sup>8,9/</sup> позволяют сформулировать правила для определения знаков квадрупольных моментов уровней всех четно-четных ядер /см. табл. 1/ по знакам величин  $\Delta X = X^{last} - X^{mid}$ ,  $X \equiv Z$  или  $N$ . Здесь  $X^{last}$  - число протонов или нейтронов в первой незаполненной оболочке /а не подоболочке, как в работе<sup>5/</sup> для нечетных по массовому числу  $A$  ядер/,  $X^{last} = X - X_{min}^{mag}$ ,  $X^{mid}$  - число протонов или нейтронов, соответствующее заполнению оболочки наполовину, т.е.  $X^{mid} = (X_{max}^{mag} - X_{min}^{mag}) / 2$ , а  $X_{min}^{mag}$  и  $X_{max}^{mag}$  - магические числа протонов или нейтронов на последней заполненной и первой незаполненной оболочках, соответственно  $X_{min}^{mag} = 0, 8, 20, 50, 82$  и  $X_{max}^{mag} = 8, 20, 50, 82$  /126/.

Например, для  ${}_{42}^{94}\text{Mo}$  мы имеем:  $Z^{last} = 42 - 20 = 22$ ,  $Z^{mid} = (50 - 20) / 2 = 15$ ,  $N^{last} = 52 - 50 = 2$  и  $N^{mid} = (82 - 50) / 2 = 16$ .

Таблица 1

Правила определения знака электрических квадрупольных моментов четно-четных ядер

Условие	$\Delta X$	$\Delta Z$	$-\Delta Z$	$\Delta N$	$-\Delta N$
$Z^{\text{last}} \neq Z^{\text{mid}}$		$8 \leq N < 50$ $I8_0 - 32_S$	$50 \leq N, Z < 50$ $94_{Mo} - 116_{Cd}$	$Z \geq 78, \neq I26$ $I94_{Pt} - 208_{Pb}$	
		$50 \leq Z < 66$ $112_{Sn} - 160_{Gd}$	$66 < Z < 78$ а)		
$Z^{\text{last}} = Z^{\text{mid}}$ б)				$Z = 66$ (Dy)	$Z = 14$ (Si)

а/ Исключения составляют четыре ядра, см. текст.

б/ См. текст.

Таблица 2

Число ядер, попадающих в области с определенными значениями  $Q^{\text{exp}}$  и  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$

$g_{\text{av}}^{\text{free}}$	$Q^{\text{exp}}$					
	$-3,83 \leq Q^{\text{exp}} < -0,88$		$-0,88 \leq Q^{\text{exp}} \leq +0,88$		$+0,88 < Q^{\text{exp}} \leq +5,58$	
	Вращательная полоса на основном состоянии					
	есть	нет	есть	нет	есть	нет
$\leq 0,08$	27 (или 24)	1 (или 3)	1 (или 3)	21 (или 18)	7 (или 5)	0 (или 3)
$0,08 - 0,88$	0	0	0	23	0	0
$> 0,88$	0	0	0	0	0	0

Систематическое изучение квадрупольных моментов уровней четно-четных ядер показало, что их знаки либо совпадают со знаками  $\Delta X$ , либо с противоположными им,  $-\Delta X$ , и в зависимости от этого четно-четные ядра разбиваются на четыре группы, представленные в табл.1. Буквой "а" в таблице обозначена область, в которой наблюдаются исключения для четырех ядер. Интересно, что все они имеют близкие к нулю отрицательные значения величины /см.<sup>10</sup>/:  $g_{\text{av}}^{\text{free}} \rightarrow (g_p^{\text{free}} \cdot Z + g_n^{\text{free}} \cdot N) / A$  и попадают в область, где наблюдаются и другие особенности в электромагнитных свойствах ядер<sup>10</sup>. Здесь  $g_p^{\text{free}} = 5,58569$  и  $g_n^{\text{free}} = -3,82630$  - гиромангнитные отношения свободных протона и нейтрона. Перечислим эти исключения:

$^{166}\text{Er}$ , уровень 786 кэВ,  $J_i^\pi = 2_2^+$ ,  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,0292$ ,  $Q^{\text{exp}} = +2,00/32/$ ;  
 $^{180}\text{Hf}$ , уровень 1142 кэВ,  $J_i^\pi = 8^-$ ,  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,0615$ ,  $Q^{\text{exp}} = +4,4 /5/$ ;  
 $^{184}\text{W}$ , уровень 903 кэВ,  $J_i^\pi = 2_2^+$ ,  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,0410$ ,  $Q^{\text{exp}} = +0,1/+4, -3/$  и  
 $^{186}\text{W}$ , уровень 738 кэВ,  $J_i^\pi = 2_2^+$ ,  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,0817$ ,  $Q^{\text{exp}} = +1,3/3/$  или  $+0,7 /4/$ . Значения  $Q^{\text{exp}}$  приведены в работах<sup>8,9/</sup>. Здесь и далее значения электрических квадрупольных моментов даны в барнах, а  $g$ -факторы - в единицах п.м./ $\hbar$ .

Буквой "б" в табл.1 отмечены ядра с  $\Delta Z = \Delta N = 0$ , их два, и с  $\Delta Z = 0$ , их тоже два /четыре изотопа/, т.е. количество экспериментальных точек в каждой из групп ядер мало, что не позволяет обобщить наблюдаемые закономерности.

Для 119 уровней четно-четных ядер знаки моментов  $Q^{\text{exp}}$  установлены надежно. Правила табл.1 справедливы для 101 уровня /исключения - см.сноски "а" и "б" табл.1 и работу<sup>5/</sup> /, поэтому нам кажется возможным использовать их для определения знаков квадрупольных моментов других уровней, для которых они пока неизвестны. Из табл.1 видно, что границы соответствующих областей ядер определяются не только серединой заполнения оболочек  $Z = 14, 66$ , как предполагалось в классической модели оболочек, но и магическими числами  $Z$  и  $N$ .

### ВЕЛИЧИНЫ КВАДРУПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

Зависимость значений  $Q^{\text{exp}}$  от массовых чисел  $A$  и спинов уровней  $J$  обсуждалась в работе<sup>11/</sup>. Было отмечено, что, если величина  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  близка к нулю, то значения  $Q^{\text{exp}}$  изменяются в зависимости от  $A$  по-разному для различных групп ядер, в том числе четно-четных.

Из рис.1 и табл.2 видно, что в зависимости от значений  $Q^{\text{exp}}$  и  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  уровни ядер распределяются по группам. Было рассмотрено 129 ядерных уровней. В области  $0,08 < g_{\text{av}}^{\text{free}} \leq 0,88$  значения  $Q^{\text{exp}}$  пульсируют с относительно небольшой амплитудой около нуля. При приближении величины  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  к нулю область значений  $Q^{\text{exp}}$  расширяется, образуя три группы, причем видно, что большие моменты  $Q^{\text{exp}}$  не могут возникать одновременно с большими факторами  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$ . С ростом массового числа первым изотопом, имеющим полосу на основном состоянии, оказывается  $^{148}\text{Nd}$ , для которого  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,01063$ , первые полосы на состоянии  $2_2^+$  наблюдаются в  $^{166}\text{Er}$  и  $^{168}\text{Er}$  с  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,02920$  и  $-0,01668$ , соответственно, и первая полоса на состоянии  $3_1^+$  - в  $^{172}\text{Yb}$  с  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = 0,00416$ , т.е. каждое новое свойство возникает прежде всего у ядер с близкими к нулю или отрицательными значениями  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$ .

Для уровней с  $Q^{\text{exp}} \leq 0,88$  все известные значения проекции спина на ось симметрии,  $K$ , равны нулю /см., например, <sup>9/</sup> /, поэтому было сделано предположение о том, что  $K = 0$  и для остальных уровней этой группы ядер. Все квадрупольные моменты в об-

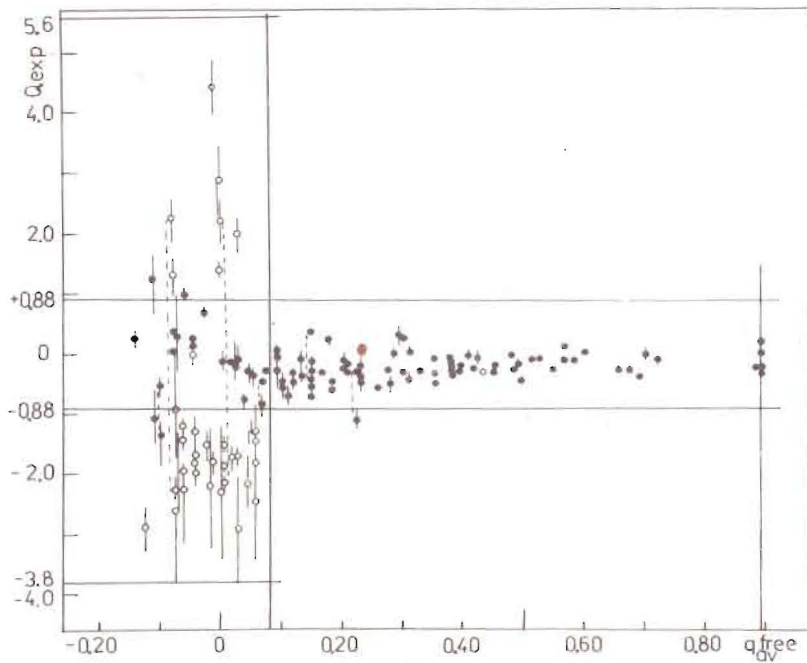


Рис.1. Зависимость спектроскопических квадрупольных моментов  $Q^{\text{exp}}$  [b] от гиромагнитных отношений  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  [н.м./ħ]. Моменты, обозначенные черными кружочками, относятся к ядрам, у которых нет ротационной полосы на основном состоянии /ядра сферические или переходной области/; моменты, обозначенные светлыми кружочками, относятся к ядрам, у которых есть ротационная полоса на основном состоянии /деформированные ядра/. Пунктирные линии соединяют несогласующиеся между собой значения  $Q^{\text{exp}}$  или значения с неизвестным знаком. Прямыми линиями выделены рассматриваемые области.

ласти  $Q^{\text{exp}} > 0,88$ , представленные на рис.1, относятся к уровням, для которых известно, что у них  $K=J$ . Исходя из этого, можно, по-видимому, определять внутренние квадрупольные моменты  $Q_0$  уровней всех четно-четных ядер. Внутренние квадрупольные моменты, значения  $Q^{\text{exp}}$  для которых известны /см.рис.1/, представлены на рис.2. Они рассчитаны по формулам обобщенной модели [7]:

$$Q_0 = \frac{(J+1)(2J+3)}{3K^2 - J(J+1)} Q^{\text{exp}} \quad \text{при } K \neq J,$$

$$Q_0 = \frac{(J+1)(2J+3)}{J(2J-1)} Q^{\text{exp}} \quad \text{при } K = J. \quad /1/$$

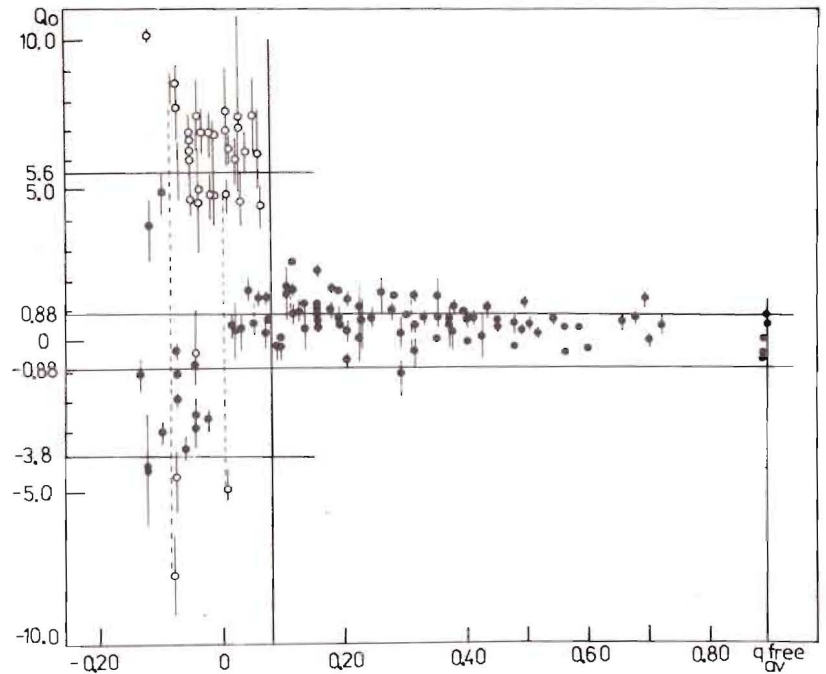


Рис.2. Зависимость внутренних квадрупольных моментов  $Q_0$  [b] от  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  [н.м./ħ]. Обозначения такие же, как на рис.1.

Интересно отметить, что на рис.2 моменты верхней группы ядер сосредоточены вблизи значения  $Q_0 = 5,6$ , а моменты средней группы от симметричных относительно нуля значений при  $g_{\text{av}}^{\text{free}} = +0,88$  переходят при уменьшении  $g_{\text{av}}^{\text{free}}$  к значениям  $Q_0$ , группирующимся вблизи  $Q_0 = 0,88$ , которые, в свою очередь, переходят к значениям в области  $-3,8 \leq Q_0 < -0,88$  нижней группы.

Зависимости моментов  $Q^{\text{exp}}$  и  $Q_0$  от числа частиц, спинов уровней и  $g$ -факторов /см. [11]/ и настоящую работу/ позволили предположить, что величины спектроскопических моментов сферических и переходных ядер с  $K=0$  /т.е. ядер без ротационной полосы на основном состоянии и ядер начала области деформации/ могут быть оценены при помощи выражений

$$Q_1^{\text{calc}} = \frac{(\mu_d)^2}{e^2} \frac{\mu_{\text{av}}^{\text{eff}}}{\mu_{\text{av}}^{\text{free}}} \frac{\Delta z}{Z_{\text{mid}}} \frac{\Delta N}{N_{\text{mid}}}, \quad /2/$$

если  $Z(N) \neq Z_{\text{min}}^{\text{mag}}$  ( $N_{\text{min}}^{\text{mag}}$ ) и /или/

$$Z^{\text{last}} (N^{\text{last}}) \neq Z^{\text{mid}} (N^{\text{mid}}), \text{ и}$$

$$Q_2^{\text{calc}} = \frac{(\mu_d)^2}{e^2} \cdot \frac{\mu_{\text{av}}^{\text{eff}}}{\mu_{\text{av}}^{\text{free}}} \cdot \frac{2}{Z^{\text{mid}}} \cdot \frac{2}{N^{\text{mid}}}$$

$$\text{если } Z(N) = Z_{\text{min}}^{\text{mag}} (N_{\text{min}}^{\text{mag}}) \text{ и /или/ } Z^{\text{last}} (N^{\text{last}}) = Z^{\text{mid}} (N^{\text{mid}}).$$

Здесь  $Q^{\text{calc}}$  дается в барнах,  $\mu_d = g_d \cdot j_d = 0,8574382 \text{ nm}$ ,  $j_d = 1$  в единицах  $\hbar$  и  $\mu_{\text{av}}^{\text{eff}} = g_{\text{av}}^{\text{eff}} \cdot J$ . По определению в работе<sup>/10/</sup>

$$g_{\text{av}}^{\text{eff}} = (\sum_i g_p^{(i)} k_p^{(i)} + \sum_j g_n^{(j)} k_n^{(j)}) / A,$$

где  $g_{p(n)}^{(i(j))}$  - g-факторы протонов /нейтронов/ в подоболочке  $i(j)$ , определенные по формуле Шмидта<sup>/6/</sup>;  $k_{p(n)}^{(i(j))}$  - число протонов /нейтронов/ в подоболочке  $i(j)$ .

$$\mu_{\text{av}}^{\text{free}} = \frac{(g_p^{\text{free}} \cdot Z + g_n^{\text{free}} \cdot N) J}{A} = g_{\text{av}}^{\text{free}} \cdot J,$$

а остальные величины были определены выше. По определению квадрупольного момента ядра величина  $e \cdot Q$  имеет размерность  $[e \cdot \text{см}^2]$ ,

т.е.  $[Q] = \text{см}^2$ . Размерность  $[\frac{\mu}{e}] = [\frac{\text{МэВ}^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2}}{\text{ИзВ}^{1/2} \cdot \text{см}^{1/2}}] = [\text{см}]$ , т.е. от-

ношение  $Q_1^{\text{calc}} / (\mu_d / e)^2$ , есть величина безразмерная. Подставив в выражения /2/ входящие в них величины, получаем:

$$Q_1^{\text{calc}} = \frac{0,7352}{e^2} \cdot \frac{g_{\text{av}}^{\text{eff}}}{g_{\text{av}}^{\text{free}}} \cdot \frac{\Delta Z}{Z^{\text{mid}}} \cdot \frac{\Delta N}{N^{\text{mid}}},$$

$$Q_2^{\text{calc}} = \frac{0,7352}{e^2} \cdot \frac{g_{\text{av}}^{\text{eff}}}{g_{\text{av}}^{\text{free}}} \cdot \frac{2}{Z^{\text{mid}}} \cdot \frac{2}{N^{\text{mid}}} \quad /3/$$

или

$$Q_1^{\text{calc}} = \frac{0,7352}{e^2} \cdot \frac{\sum_i g_p^{(i)} k_p^{(i)} + \sum_j g_n^{(j)} k_n^{(j)}}{g_p^{\text{free}} \cdot Z + g_n^{\text{free}} \cdot N} \cdot \frac{\Delta Z}{Z^{\text{mid}}} \cdot \frac{\Delta N}{N^{\text{mid}}},$$

$$Q_2^{\text{calc}} = \frac{0,7352}{e^2} \cdot \frac{\sum_i g_p^{(i)} k_p^{(i)} + \sum_j g_n^{(j)} k_n^{(j)}}{g_p^{\text{free}} \cdot Z + g_n^{\text{free}} \cdot N} \cdot \frac{2}{Z^{\text{mid}}} \cdot \frac{2}{N^{\text{mid}}} \quad /4/$$

при тех же условиях.

Примеры расчета:

$$1. \text{}^{60}\text{Ni}. g_p^{\text{eff}} = 0,94125, g_n^{\text{eff}} = -0,48102, g_{\text{av}}^{\text{eff}} = 0,46023;$$

$$g_p^{\text{free}} \cdot \frac{Z}{A} = 2,60666, g_n^{\text{free}} \cdot \frac{N}{A} = -2,04069, g_{\text{av}}^{\text{free}} = 0,56596;$$

$$\Delta Z / Z^{\text{mid}} = (8-15) / 15 = -0,46667 \text{ и } \Delta N / N^{\text{mid}} = (12-15) / 15 = -0,2.$$

$$Q_1^{\text{calc}} = 0,074. \text{ Для уровня } 1332 \text{ кэВ, } J^\pi = 2^+, Q^{\text{exp}} = +0,07/8/, \text{ см.}^{/8/}, \text{ или } +0,03/5/, \text{ см.}^{/8,9/}, \text{ или } +0,104/18/, \text{ см.}^{/9/}.$$

$$2. \text{}^{206}\text{Pb}. g_p^{\text{eff}} = 0,61470, g_n^{\text{eff}} = -0,19872, g_{\text{av}}^{\text{eff}} = 0,41598;$$

$$g_p^{\text{free}} \cdot \frac{Z}{A} = 2,22342, g_n^{\text{free}} \cdot \frac{N}{A} = -2,30321, g_{\text{av}}^{\text{free}} = -0,07978;$$

$$\Delta Z / Z^{\text{mid}} = 2/22 = 0,09091, \Delta N / N^{\text{mid}} = (42-22) / 22 = 0,90909.$$

$$Q_2^{\text{calc}} = -0,316. \text{ Для уровня } 2200 \text{ кэВ, } J^\pi = 7^-,$$

$$Q^{\text{exp}} = 0,33/5/, \text{ см.}^{/9/}.$$

Сравнение рассчитанных моментов  $Q_1^{\text{calc}}$  и  $Q_2^{\text{calc}}$  с экспериментальными значениями  $Q^{\text{exp}}$  для уровней сферических и переходных ядер проведено на рис.3, при этом знаки рассчитанных моментов приняты такими, как они были определены экспериментально.

В работе<sup>/12/</sup> было показано, что для ядер молибдена g-факторы следует рассчитывать так же, как для магических по N ядер. Вычисленные в этом предположении значения  $Q^{\text{calc}}$  показаны на рис.3 черными кружочками. Оказывается, что как магнитные дипольные, так и электрические квадрупольные моменты соответствуют предположению о некоторой аномалии свойств ядер молибдена. Квадрупольные моменты ядер  $^{134,136}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$  и  $^{144,146}\text{Nd}$  ( $N = 82 + 2 + 4 /$ , по аналогии с магнитными моментами<sup>/10/</sup>, рассчитывались двумя способами: как для немагических /см. светлые кружочки на рис.3/, так и для магических по N /черные кружочки/ ядер. Как видно из рис.3, предлагаемые выражения /2-4/ в общем описывают изменение моментов  $Q^{\text{exp}}$  в зависимости от A, и их можно использовать для оценки пока неизвестных квадрупольных моментов ядер указанной области.

Таким образом, для четно-четных ядер проанализировано изменение знаков электрических квадрупольных моментов в зависимости от массового числа A и предложены правила для их определения. В связи с систематическим изучением экспериментальных данных свыше чем для ста уровней обсуждается корреляция между электрическими квадрупольными и магнитными дипольными моментами ядерных уровней. Предлагается выражение, позволяющее оценивать величины квадрупольных моментов сферических и переходных четно-четных ядер через отношения магнитных моментов, описываемых по формуле Шмидта, к моментам свободных нуклонов.

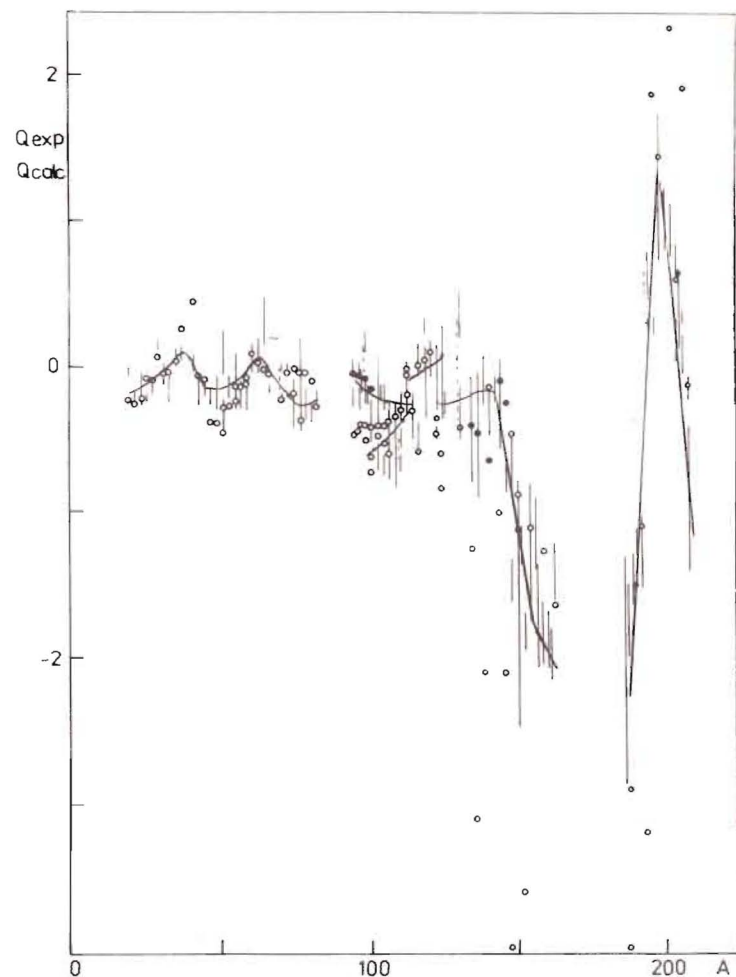


Рис.3. Сравнение расчетных и экспериментальных значений спектроскопических квадрупольных моментов. Вертикальными линиями показаны значения  $Q^{exp}$  со своими погрешностями, светлыми кружочками - рассчитанные значения, черными - значения моментов изотопов молибдена и ядер с  $N = 82 \pm 2, \pm 4$ , вычисленные как для магических по  $N$  ядер. /см. текст/. Пунктирными линиями соединены те же значения  $Q^{exp}$ , что и на рис.1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. "Наука", М., 1971; Теория атомного ядра. Энергоиздат, М., 1981.

2. Боденштедт Э., Роджерс Дж.Д. Возмущенные угловые корреляции. Атомиздат, М., 1966, с.141.
3. Arima A., Sakakura M., Sebe N. Nucl.Phys., 1971, A170, p.273.
4. Sandhu N.S., Rustgi M.L. Lett. Nuovo Cim., 1975, 14, p.161.
5. Авотина М.П. Тезисы докладов XXXV Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. "Наука", Л., 1985.
6. Гепперт-Майер М., Йенсен И.Г. Элементарная теория ядерных оболочек. Издат.иностр.лит., М., 1958, с.55.
7. Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1. Атомиздат, М., 1974, с.96, 110.
8. Авотина М.П., Золотавин А.В. Моменты основных и возбужденных состояний ядер. Атомиздат, М., 1979; Авотина М.П., Кондуров И.А., Сбитнева О.Н. Таблицы ядерных моментов и параметров деформации атомных ядер. Издат.ЛИЯФ, Л., 1982.
9. Lederer C.M., Shirley V.S. Table of Isotopes. 7th ed. Wiley, New York, 1978.
10. Avotina M.P., Kraciková T.I. JINR, E6-84-527, Dubna, 1984.
11. Авотина М.П., Крацикова Т.И. Вопросы точности в ядерной спектроскопии. Изд. Института физики АН ЛитССР., Вильнюс, 1984, с.161.
12. Авотина М.П. Препринт ЛИЯФ № 717, Л., 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 июля 1985 года

М.П.Авотина, Т.И.Крацикова

P6-85-500

Квадрупольные моменты и их связь с магнитными моментами  
для четно-четных ядер

Проведен анализ изменения знаков электрических квадрупольных моментов четно-четных ядер в зависимости от массового числа, и предлагаются правила для их определения. Обсуждается корреляция между электрическими квадрупольными и магнитными дипольными моментами уровней четно-четных ядер. На основе систематического изучения экспериментальных данных предлагается формула, позволяющая оценить величины квадрупольных моментов уровней сферических и переходных четно-четных ядер через отношения магнитных моментов.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Avotina M.P., Kraciková T.I.

P6-85-500

Correction Between Quadrupole and Magnetic Moments  
for Even-Even Nuclei

For even-even nuclei, the changes of the electric quadrupole moment signs were analysed depending on mass number. The rules are proposed for the determination of these signs. The correlation between the electric quadrupole and magnetic dipole moments of the levels of even-even nuclei is discussed. On the basis of the systematic study of the experimental data, a formula is proposed which makes it possible to estimate the magnitudes of quadrupole moments of the levels of spherical and transitional even-even nuclei through the ratios of magnetic moments.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1985