объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P6-80-106

А.А.Бялко, Н.Г.Волков, А.А.Коршенинников,
В.М.Цупко-Ситников

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СХЕМ РАСПАДА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА МАТРИЦЫ γ-γ-СОВПАДЕНИЙ

*Направлено на XXX Совещание
по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра,
Ленинград, март 1980 г.*

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

Восстановление схемы распада на основе экспериментальных данных, получаемых средствами ядерной спектроскопии, является одной из наиболее сложных и трудоемких задач в исследовании структуры атомного ядра. Сложность этой задачи обусловлена принадлежностью ее к классу обратных задач, для которых характерна неустойчивость относительно исходных данных /1/. Решение развивается пока по пути использования метода подбора /2,3/. Наиболее последовательная и полная реализация этого метода на основе экспериментальных данных различного типа дана в /4/.

Целью настоящей работы является точное решение обратной задачи - восстановление схемы распада на основе матрицы $\gamma-\gamma$-совпадений в отсутствие искажений. Изложение материала построено так, что в основной части работы рассматриваются принципы преобразования матрицы совпадений в схему распада, а обоснования и доказательства даны в приложении.

2. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Предположим, что матрица совпадений построена следующим образом: 1/ она содержит все действительные совпадения и только их; 2/ наличие совпадения обозначается символом "1", а отсутствие - "0". Каждая строка матрицы показывает, совпадает ли переход /соответствующий номеру строки/ со всем набором остальных. Переходы пронумерованы в произвольном порядке /единственное требование - однозначность/. Переходы, кроме совпадений друг с другом, характеризуются энергией, которая обозначается E_i. Это обозначение будет в дальнейшем использоваться для идентификации переходов. Строка матрицы на основе этого будет обозначаться $\mathrm{line}\, E_i$.

Верхним уровнем схемы назовем уровень, с которого имеется хотя бы один гамма-переход и на который нет ни одного гамма-перехода. Нижним уровнем схемы будем называть основной и метастабильные уровни /с них в пределах временного разрешения схемы совпадений нет гамма-переходов/.

Полной i-модой назовем полное множество переходов, которое осуществляется при переходе одного ядра с любого верхнего уровня на любой нижний уровень. Обозначим i-тую моду $\{E_M\}_i$, здесь M - индекс входящих в моду переходов, i - номер моды. Любое подмножество переходов из полной моды будем называть неполной модой. Переходы, не дающие совпадений с некоторым переходом E_N, то есть не входящие с ним ни в одну моду, назовем параллельными E_N.

По сформулированным свойствам матрица совпадений должна быть симметричной с нулевой главной диагональю. Заменим нулевую главную диагональ на единичную для формализации дальнейших доказательств и выкладок.

Тогда можно сформулировать и доказать три следующих теоремы, на базе которых проводится все дальнейшее построение схемы распада по данным анализа матрицы гамма-гамма-совпадений. Доказательства приводятся в приложении.

Теорема 1

Если существует некоторый набор строк матрицы совпадений $\{\mathrm{line}\, E_i\}$ с набором индексов для входящих в него строк $\{i\}$, такой, что при логическом перемножении всех входящих в него строк получается строка, имеющая единицы по выбранному набору $\{i\}$ индексов, то переходы с номерами из этого набора $\{E_i\}$ образуют по крайней мере неполную моду /в частном случае это может быть полная мода/. Верно и обратное.

Теорема 2

Если некоторый набор строк матрицы совпадений $\{\mathrm{line}\, E_i\}$ с индексами входящих в него строк $\{i\}$ такой, что при логическом перемножении всех входящих в него строк получается строка, имеющая единицы по всему набору $\{i\}$ индексов и только их, то переходы из этого набора $\{E_i\}$ образуют полную моду.

Теорема 3

Пусть E_j - произвольный переход. ΠE_j - множество параллельных ему переходов. Если пересечение этого множества ΠE_j и произвольной полной моды $\{E_a\}$ состоит более чем из одного элемента, то в реальной схеме часть моды, которая целиком входит в пересечение, является участком неразрывности, т.е. состоит из неразрывной последовательности переходов этой моды.

3. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СХЕМЫ РАСПАДА

Если выполнены все исходные положения, то схему распада можно получить, найдя сначала все полные моды и затем согласованно упорядочив их.

Поиск всех полных мод, которые являются естественными элементами схемы распада, можно построить на использовании теорем 1 и 2. Выполним последовательно следующие действия: с помощью логического перемножения строк матрицы совпадений и анализа результата по теореме 1 найдем все неполные моды из двух элементов. /Для этого необходимо проанализировать все пары строк/. Запомнив все результаты логического умножения, в случае обнаружения не-

полной моды из двух элементов по теореме 1 проверяем, не является ли эта пара частью неполной /полной/ моды из трех элементов. Для этого результат логического умножения пары последовательно умножается на все строки и полученный результат анализируется. Затем переходим к неполным модам из четырех элементов и т.д.

При каждом увеличении числа входящих в моду переходов будем производить проверку на полноту моды по теореме 2 и найденные полные моды выводить из дальнейшего рассмотрения.

Очевидно, что таким образом найдутся все существующие в схеме распада моды. Этот алгоритм, хотя и несовершенен в вычислительном отношении, гарантирует обнаружение всех полных мод вследствии того, что проводится последовательный анализ всех /двух, трех и т.д. переходных мод/ до максимально возможных по числу переходов неполных мод.

Проиллюстрируем этот этап примером. Схема на рис.1 отвечает матрице совпадений рис.2. При этом главная диагональ матрицы совпадений рис.2 согласно положению § 2 заменена единичной.

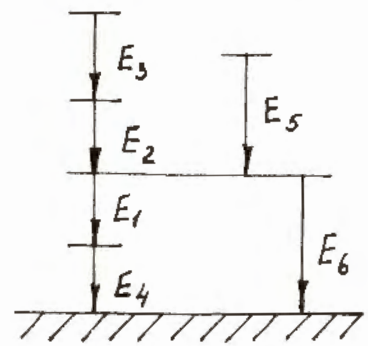


Рис.1

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
E1	1	1	1	1	1	0
E2	1	1	1	1	0	1
E3	1	1	1	1	0	1
E4	1	1	1	1	1	0
E5	1	0	0	1	1	1
E6	0	1	1	0	1	1

Рис.2

Найдем сначала все неполные моды, состоящие из двух элементов: E1E2, E1E3, E1E4, E1E5, E2E3, E2E4, E2E6, E3E4, E3E6, E4E5, E5E6. Проверив их на полноту, получим, что мода E5E6 - полная, так как:

$$\mathrm{line}\, E5 \ \&\ \mathrm{line}\, E6 = (100111)\ \&\ (011011) = 000011$$

/по теореме 2, если единицы только на 5-м и 6-м местах, то мода E5E6 - полная/.

На следующем этапе найдем полные моды из трех элементов: E2E3E6, E1E5E4, и на третьем - моду из четырех элементов: E1E2E3E4. Далее полные /и неполные/ моды не обнаруживаются. Составим матрицу полных мод:

$$\begin{pmatrix} E5 & E6 & & \\ E3 & E2 & E6 & \\ E1 & E5 & E4 & \\ E1 & E2 & E3 & E4 \end{pmatrix} \qquad /1/$$

Зная схему распада, легко найти все моды распада, обратная задача - несколько сложнее. Она может быть решена сопоставлением одинаковых частей мод /что означает прохождение одних и тех же уровней схемы/ и восстановлением порядка следования переходов в модах.

Рассмотрим переходы, параллельные некоторому произвольному переходу E_N. Обозначим множество последних символом $\|E_N$. Пересечение множества $\|E_N$ с каждой из мод данной схемы обладает тем свойством, что переходы из этого пересечения располагаются последовательно в моде. Составляя такие участки /далее будем их называть участками неразрывности/ для различных мод, можно определить весь порядок переходов в модах /теорема 3/.

Здесь необходимо упомянуть о двух видах неопределенности, возникающих при синтезе схем распада на основе совпадений. Во-первых, неразличимы группы верхних и группы нижних уровней. Не привлекая другой информации, нельзя узнать, справедлива схема прямая или "перевернутая". Второй тип неопределенности возникает при наличии в схеме ряда последовательных переходов на уровни, между которыми нет никаких других переходов. Это, например, E1E4 и E2E3 в схеме рис.1. Следует заметить, что эти неопределенности не устраняются и при использовании данных об энергии переходов.

Разделим процесс составления из мод схемы распада на две части: упорядочение переходов в модах и взаимное согласование мод.

Упорядочение переходов в модах можно полностью провести /с учетом указанных неопределенностей/ на основании анализа участков неразрывности. Для этого необходимо найти все такие участки и отметить их наличие в модах. В каждой моде выделится структура /с точностью до неопределенностей/, что позволит выбрать крайние элементы моды - верхние и нижние; это могут быть как отдельные переходы, так и группы переходов, объединенные в участки неразрывности. Если считать, что любой переход параллелен сам себе, то можно формализовать следующий шаг согласование мод.

Дальнейшие рассуждения имеют смысл лишь при наличии в схеме более одной моды.

Для двух крайних элементов одной моды $\{E_a\}_i$ находим параллельные переходы из числа принадлежащих моде $\{E_b\}_j$. Это всегда возможно, так как если крайние элементы обеих мод совпадают, то достаточно, как указывалось, только их совместить. Если же моды в крайних частях не совпадают, значит, они имеют параллельные участки, по которым можно согласовать их структуру.

Один из выбранных крайних элементов моды $\{E_a\}_i$ условно будем считать нижним, другой - верхним. Тогда неразрывные переходы из $\{E_b\}_j$, параллельные верхнему из $\{E_a\}_i$, находятся выше неразрывной группы переходов из моды $\{E_b\}_j$, параллельной "нижнему" из $\{E_a\}_i$. Операцию, проделанную для элементов надо повторить для рядом стоящих с ними переходов, считая их крайними, до полного согласования двух мод.

После этого можно приступать к согласованию последовательности оставшихся мод с уже "готовыми". Структура этих мод может несколько изменить уже имеющиеся согласования в том случае, если участки параллельности для крайних переходов одной моды одинаковы.

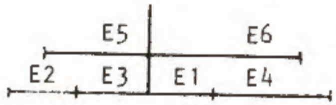
Рассмотрим сказанное на примере рис. 2. Переходы E1, E2, E3, E4 параллельны каждый только одному переходу, и это информации об участках неразрывности не несет. Переход E5 имеет два параллельных перехода - E2, E3 и E6 - E1, E4. Для формализации процесса упорядочения переходов участки неразрывности в модах заключаем в скобки. Перестановки в скобках не противоречат матрице совпадений. Перепишем матрицу с учетом этого:

$$\begin{pmatrix} (E5 & E6) & & \\ ((E1 & E4) & E5) & \\ ((E2 & E3) & E6) & \\ ((E1 & E4) & (E2 & E3)) \end{pmatrix} \qquad /2/$$

Неопределенность крайних элементов позволяет выбрать любой из них крайним. Например, начнем с первой моды, считая E5 верхним, а E6 нижним переходом. Наличие одинаковых переходов в разных модах может означать лишь то, что эти моды проходят один и тот же уровень, поэтому при упорядочении поместим одинаковые группы переходов друг под другом. Получим:

$$\begin{pmatrix} & E5 & E6 & \\ & E5 & (E1 & E4) \\ (E2 & E3) & E6 & \\ (E2 & E3) & (E1 & E4) \end{pmatrix} \qquad /3/$$

Фактически эта запись эквивалентна схеме распада, если представить ее графически:



Привлекая соотношения: E6 = E1 + E4, можно уменьшить число уровней в полученной схеме, но не устранить неопределенности в размещении E2E3, E1E4 и в установлении "верха" - "низа" схемы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный метод восстановления схем распада может послужить основой для алгоритма решения этой задачи при точных исходных условиях. Анализ решения показывает, что данный метод может быть полезен и при анализе определенного набора реальных данных, не удовлетворяющих требованиям, изложенным в параграфе 2. Например, если матрица совпадений достоверно отражает не одну, а несколько схем распада, это не повлияет на работу алгоритма и он приведет к непересекающимся схемам. Таким образом, этот метод можно использовать для разделения данных по различным изотопам.

Второй "дефект" данных, не нарушающий работу алгоритма, - исчезновение слабых гамма-линий /полное отсутствие строки и столбца/. Это приводит к "слиянию" двух уровней, а где это произошло, можно установить на основе энергетических соотношений для гамма-переходов.

Метастабильные уровни внутри схемы, связанные с более низкими уровнями, дадут каждый два уровня: верхний и нижний с одинаковой энергией. Другие типы возмущений, к сожалению, могут приводить к полной невозможности восстановления схемы распада.

Предлагаемый метод достаточно четко проявляет известные трудности решения задачи построения схем распада. Как было показано, они таковы, что, например, только энергии переходов и матрицы гамма-гамма-совпадений не могут дать однозначной схемы распада[4]. Использование искаженных данных может только усугубить ситуацию. Поэтому получение из таких данных только одной схемы распада связано с какими-то априорными допущениями, справедливость которых необходимо обосновывать.

Привлечение дополнительной физической информации /опорные уровни, энергии переходов, спины, четность/ может быть использовано и в данном методе для конкретизации варианта схемы распада.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Теорема 1. Если существует набор строк матрицы совпадений $\{\mathrm{line}\,E_i\}$ с набором индексов для входящих в него строк $\{i\}$ такой, что при логическом перемножении всех входящих в него строк получается строка, имеющая единицы по всему набору $\{i\}$ индексов, то переходы с номерами из этого набора $\{E_i\}$ образуют, по крайней мере, неполную моду. Верно и обратное.

Доказательство прямой теоремы проведем от противного.

Допустим, что набор $\{\mathrm{line}\,E_i\}$ с указанными свойствами определяет набор $\{E_i\}$, который не является неполной модой /или полной модой/. Тогда существует по крайней мере два перехода из $\{E_i\}$, обозначим их E_b и E_c, которые в схеме распада располагаются параллельно. Но тогда E_b не даст совпадения с E_c /и наоборот/. То есть в строке "b" на месте "c" будет "0", в строке "c" на месте "b" тоже будет "0". Результат их логического перемножения также не даст единицы на местах "b" и "c", что противоречит условию теоремы.

Обратная теорема. /Доказательство/. Если $\{E_i\}$- неполная /полная/ мода, то по определению все переходы в ней совпадают между собой. Для каждого E_a из $\{E_i\}$ строка $\mathrm{line}\,E_a$ содержит единицы на всех местах набора $\{i\}$ /в том числе и на месте "a" из-за единичной диагонали/, но не обязательно только их. Так как это справедливо для всех строк, их логическое произведение тоже будет содержать единицы по $\{i\}$ набору индексов.

Теорема 2. Если некоторый набор строк матрицы совпадений $\{\mathrm{line}\,E_i\}$ с индексами входящих в него строк $\{i\}$ такой, что при логическом перемножении всех входящих в него строк получается строка, имеющая единицы по всему набору $\{i\}$ индексов и только их, то переходы из этого набора $\{E_i\}$ образуют полную моду.

Доказательство проведем от противного. Пусть $\{E_i\}$ не является полной модой. По теореме 1 набор $\{E_i\}$ может быть только неполной модой, а не произвольным набором. Тогда существует по крайней мере один переход E_j не из $\{E_i\}$ такой, что $\{\{E_i\}+E_j\}$ будет полной или неполной модой. По теореме, обратной теореме 1, во всех $\{E_i\}$ на j-ом месте должны быть "1". Это означает, что и при логическом перемножении на j-ом месте будет единица. Это противоречит условию теоремы, которое указывает на то, что единицы - только на местах из набора $\{i\}$.

Обратная теорема. /Доказательство/. Действительно, в противном случае, рассмотрев $\{E_i\}$ и переходы, образованные "лишними" единицами по теореме 1, получили бы, что $\{E_i\}$ и эти переходы, - по крайней мере, неполная мода. Это противоречит полноте моды, что и доказывает теорему.

Теорема 3. Пусть E_j- произвольный переход. ΠE_j-множество параллельных ему переходов. Если пересечение этого множества

HE_l и произвольной полной моды $\{E_a\}_1$ состоит более чем из одного элемента, то в реальной схеме часть моды, которая целиком входит в пересечение, является участком неразрывности, т.е. состоит из неразрывной последовательности переходов этой моды.

Доказательство. Пусть $\{E_l\}$ - множество всех /и только их/ уровней в схеме распада, на которое ядро, испытав переход E_l, может в дальнейшем попасть, в том числе и с помощью других переходов. Пусть HB_{E_l} - пересечение множества $\{H_{E_l}\}$ и тех уровней, на которые опирается мода $\{E_a\}_1$. Пусть $\{B_{E_l}\}$ - множество всех /и только их/ уровней, находясь на которых, ядро может испытывать переход E_l. BB_{E_l} - пересечение этого множества и множества всех уровней, на которое опирается мода $\{E_a\}_1$.

Самый нижний уровень в схеме распада из множества BB_{E_l} обозначим BY. HY - самый верхний уровень из HB_{E_l}. Если BB_{E_l} - пустое, то за BY возьмем самый верхний уровень по схеме распада из моды $\{E_a\}_1$. Если HB_{E_l} - пустое, то HY будет самый нижний уровень по схеме распада из $\{E_a\}$.

Возьмем произвольный переход E_b из числа принадлежащих моде $\{E_a\}_1$ и параллельных E_l, то есть не лежащих с ним ни в одной моде. Тогда BY в схеме распада лежит не ниже того уровня, на котором начинается переход E_b. Если бы он лежал ниже, то E_b попадал бы на него или кончался бы выше его и находился бы тогда в одной моде с E_l. HY - не выше уровня, который питает переход E_b, согласно рассуждениям, аналогичным предыдущим. В силу произвольности E_b из указанного пересечения все переходы из него лежат между BY и HY. С другой стороны, все они принадлежат одной моде и параллельны E_l, что полностью соответствует условию теоремы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М., "Наука", 1974.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., "Наука", 1974.
3. Hons Z. Nucl.Instrum. and Meth. 1979, v.161, p.299.
4. Джелепов Б.С. Методы разработки сложных схем распада. Л., "Наука", 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1980 года.