

94-273



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P5-94-273

В.П.Цветков, В.В.Масюков

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МАЛЫХ
АСИММЕТРИЧНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
РАВНОВЕСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ
БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ
САМОГРАВИТИРУЮЩИХ
НАМАГНИЧЕННЫХ ПОЛИТРОП

Направлено в журнал «Математическое моделирование»

1994

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем астрофизики является проблема определения равновесного распределения плотности самогравитирующих быстровращающихся конфигураций [1-5]. В частности, асимметрия распределения плотности вещества относительно оси вращения определяет интенсивность гравитационного излучения, по регистрации которого проводятся многочисленные эксперименты [6].

Одной из причин, вызывающих асимметрии равновесной конфигурации, например для пульсаров, может являться внутреннее магнитное поле, магнитная ось которого не совпадает с осью вращения. При этом, в общем случае, асимметрия распределения плотности характеризуется малым параметром κ_m порядка отношения плотности магнитной энергии к гравитационной.

Для пульсаров $\kappa_m \sim 10^{-9} - 10^{-12}$ [1] и, несмотря на большую частоту вращения, оценки для возмущения метрики на Земле лежат за пределами чувствительности современных гравитационных детекторов. Однако в работах [7,8] для однородных конфигураций было показано существование 'критических' точек, т.е. определенных значений параметра $\nu = \frac{\omega^2}{2\pi G \rho_0}$, в которых асимметрия распределения плотности порядка $(\kappa_m)^{1/3} \sim 10^{-3} - 10^{-4}$. Этот нелинейный эффект приводит к тому, что оценки для возмущения метрики должны быть увеличены на несколько порядков и приближаются к достигнутому уровню в детектировании гравитационного излучения.

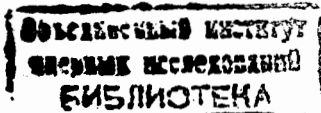
Целью настоящей работы является развитие результатов работ [7-9] на случай уравнения состояния вида $P = K\rho^{1+1/\kappa}$; $\kappa < 1$ [3]. Полученные в работе результаты, естественно, переходят при $\kappa \rightarrow 0$ в известные для уравнения состояния $\rho = const$.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАВНОВЕСНЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОЛИТРОП

Известно, что в системе координат, жестко связанной с вращающейся с частотой ω самогравитирующей конфигурацией, интегрирование уравнений гидродинамики с учетом эффектов ОТО приводит к следующему уравнению гидростатического равновесия [10]:

$$\Phi + \int \frac{dP}{\rho} - \frac{\omega^2}{2}((x^1)^2 + (x^2)^2) + \Pi^{(g)} + \Pi^{(m)} = const, \quad (1)$$

где Φ — ньютоновский потенциал, ρ — плотность, а члены $\Pi^{(g)}$ и $\Pi^{(m)}$ связаны с поправками на ОТО и внутренним магнитным полем соответственно.



В случае политропы распределение плотности естественно искать в виде

$$\rho(x_1 x_2 x_3) = \rho_0 (1 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - Z(x_1 x_2 x_3))^\kappa, \quad (2)$$

где ρ_0 — плотность в центре, $x_i = \frac{z_i}{a_i}$ и $\lim_{\kappa \rightarrow 0} Z(x_1 x_2 x_3) = 0$. Очевидно, что при $\kappa = 0$ (2) соответствует эллипсоид постоянной плотности ρ_0 с полуосями a_1, a_2, a_3 . Распределение плотности $\rho(x_1 x_2 x_3)$ полностью определяется функцией $Z(x_1 x_2 x_3)$, которую естественно искать в виде полинома обезразмеренных координат x_i

$$Z(x_1 x_2 x_3) = \sum_{ijk} Z_{ijk} x_1^i x_2^j x_3^k. \quad (3)$$

Таким образом, задача определения равновесного распределения плотности сводится к нахождению неизвестных коэффициентов Z_{ijk} , удовлетворяющих уравнению (1).

Из (2) можно получить следующее представление для плотности в виде полинома координат

$$\rho = \rho_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\epsilon=0}^m \beta_m^\epsilon \kappa^\epsilon \begin{bmatrix} m & m-l & m-l-p \\ l & p & q \end{bmatrix} \tilde{Z}_{ijk}^{(l)} x_1^{i+2p} x_2^{j+2q} x_3^{k+2(m-l-p-q)}, \quad (4)$$

$$\text{где } \tilde{Z}_{ijk}^{(l)} = \sum_{(i)(j)(k)} \left(\prod_{r=0}^l Z_{i_r j_r k_r} \right), \quad (i), (j), (k) - \text{наборы } \begin{matrix} i_1+i_2+\dots+i_l=i \\ j_1+j_2+\dots+j_l=j \\ k_1+k_2+\dots+k_l=k \end{matrix}$$

$$\beta_m^\epsilon = \frac{(-1)^\epsilon}{m!} \sum_{(a)} \left(\prod_{r=1}^{m-\epsilon} a_r \right), \quad \text{где } (a) - \text{наборы } 1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{m-\epsilon} \leq m-1,$$

$$a \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{bmatrix} = \sum_{j_1=0}^{i_1} \sum_{j_2=0}^{i_2} \dots \sum_{j_n=0}^{i_n} C_{i_1}^{j_1} C_{i_2}^{j_2} \dots C_{i_n}^{j_n}$$

— оператор суммирования, введенный в [13] и широко используемый ниже. Ряд (4) сходится при условии

$$|x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + Z(x_1 x_2 x_3)| < 1.$$

Аналитическое представление для постньютоновских поправок и гравитационного потенциала конфигурации D с плотностью (4) и границей

$$\partial D: x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \sum_{ijk} Z_{ijk} x_1^i x_2^j x_3^k = 1, \quad (5)$$

которую можно рассматривать как возмущенную эллипсоидальную конфигурацию, т.к. $Z_{ijk} \ll 1$, при $\kappa \ll 1$, удается получить с помощью развитого в работе [12] метода рядов Бурмана-Лагранжа. Ньютоновский

потенциал, в частности при некоторых ограничениях на функцию $Z(x_1 x_2 x_3)$ [12], может быть представлен в виде абсолютно сходящегося ряда по степеням Z_{ijk}

$$\Phi = \pi G \rho_0 a_0^2 \sum_{\alpha\beta\gamma} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\epsilon=0}^m \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{ijk} \begin{bmatrix} m \\ l \end{bmatrix} C_{\alpha\beta\gamma ijk}^{lsm} \kappa^\epsilon \beta_m^\epsilon \tilde{Z}_{ijk}^{(l+s)} x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma, \quad (6)$$

где

$$C_{\alpha\beta\gamma ijk}^{lsm} = \begin{bmatrix} m-l & m-l-p & i+2p & j+2q & k+2(m-l-p-q) & N+2 & (N-\mu-2(s-1))/2 \\ p & q & d & f & g & \mu & \nu \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} N-2(s+\nu-1) & \lambda \\ \lambda & \tau \end{bmatrix} (-1)^{s+\mu+a+1} \frac{(N-\mu)!(n-\mu+2)}{2^s s! (N-\mu-2(s-1))! (N+2)} N_{Q_1 Q_2 Q_3} C_a^\alpha C_b^\beta C_c^\gamma,$$

где $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$, причем $C_n^k = 0$, если $k > n$;

$$2a = \alpha + \beta + \gamma - 2(m-l) - i - j - k + 2(s+\nu-1);$$

$$2b = \gamma + \beta - j - k - 2(m-l-p) + g + f - \lambda;$$

$$2c = \gamma - k - 2(m-l-p-q) + g - \tau;$$

$$N_{Q_1 Q_2 Q_3} = \int_{\partial D} \frac{\alpha_1^{2Q_1} \alpha_2^{2Q_2} \alpha_3^{2Q_3}}{\alpha_0^2} \sin \theta d\theta d\phi,$$

$$2Q_1 = d + N - 2(s+\nu-1) - \lambda; \quad 2Q_2 = \lambda - \tau + f; \quad 2Q_3 = g + \tau; \quad N = d + f + g;$$

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{\alpha_0 a_0} \sin \theta \cos \phi; \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{\alpha_0 a_0} \sin \theta \sin \phi; \quad \alpha_3 = \frac{a_3}{\alpha_0 a_0} \cos \theta; \quad \alpha_0 = (a_1 a_2 a_3)^{1/3};$$

$$\alpha_0 = a_0 \left(a_1^{-2} \sin^2 \theta \cos^2 \phi + a_2^{-2} \sin^2 \theta \sin^2 \phi + a_3^{-2} \cos^2 \theta \right)^{1/2}.$$

Для вычисления интегралов $N_{Q_1 Q_2 Q_3}$ получена простая рекуррентная формула [11].

Удается и другие члены, входящие в уравнение гидростатического равновесия, представить в виде полиномов координат x_i . Подстановка полученных выражений в (1) приводит к следующей системе алгебраических уравнений относительно Z_{ijk} :

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\epsilon=0}^m \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{ijk} \begin{bmatrix} m \\ l \end{bmatrix} C_{\alpha\beta\gamma ijk}^{lsm} \kappa^\epsilon \beta_m^\epsilon \tilde{Z}_{ijk}^{(l+s)} - (\delta_{\alpha\beta\gamma}^{200} + \delta_{\alpha\beta\gamma}^{020}) (v e^{-\frac{2}{3}} + P_0(1+\kappa)) -$$

$$-P_0(1+\kappa)(Z_{\alpha\beta\gamma} + \delta_{\alpha\beta\gamma}^{002} - \delta_{\alpha\beta\gamma}^{000}) = \delta_{\alpha\beta\gamma}^{000} \text{const} + \kappa_m \Pi_{\alpha\beta\gamma}^{(m)}; \quad (7)$$

$$\text{где } \kappa_m \sim \frac{H_0^2 \sin^2 \varphi}{8\pi^2 G \rho_0^2 a_0^2}, \quad P_0 = \frac{K \rho_0^{\frac{1}{2}}}{\pi G \rho_0 a_0^2},$$

$$\delta_{\alpha\beta\gamma}^{ijk} = \delta_{\alpha}^i \delta_{\beta}^j \delta_{\gamma}^k, \quad e = \frac{a_3}{a_1};$$

а \vec{H}_0 — напряженность магнитного поля, φ — угол между магнитной осью и осью вращения.

Для практического использования системы (7) следует ограничиться конечным числом уравнений, соответствующим наборам индексов α, β, γ из условия $2 \leq \alpha + \beta + \gamma \leq 2L$, и, следовательно, конечным числом неизвестных коэффициентов Z_{ijk} . Фактически такой подход означает пренебрежение в представлении плотности (4) и в потенциале (6) высокими степенями координат.

Систему (7) можно непосредственно использовать для расчета симметричного относительно оси вращения распределения плотности, определяемого коэффициентами $Z_{(ij)k} = Z_{(ji)k}$. Для этого можно использовать известные методы решения нелинейных систем [13]. Однако при $\kappa \ll 1$ ее можно линеаризовать. Для этого параметры v, P_0 и коэффициенты $Z_{(ij)k}$ следует искать в виде рядов по малому параметру κ .

Теперь рассмотрим малую антисимметричную добавку $Z_{[ij]k} = -Z_{[ji]k}$; $Z_{[ij]k} \ll Z_{(ij)k}$. Это позволяет на фоне симметричной относительно оси вращения равновесной конфигурации исследовать малые асимметричные возмущения в распределении плотности, вызываемые внутренним магнитным полем, магнитная ось которого не совпадает с осью вращения. Для определения $Z_{[ij]k}$ удастся получить следующую систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j \neq k} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{\substack{l \\ i+j+k}} \begin{bmatrix} m & l+s \\ l & t \end{bmatrix} \tilde{Z}_{(ij)k}^{(l+s-t)} \right) C_{\alpha\beta\gamma i+j+k}^{lsm} \tilde{Z}_{[ij]k}^{(l)} -$$

$$-(\delta_{\alpha\beta\gamma}^{200} + \delta_{\alpha\beta\gamma}^{020}) (v e^{-\frac{2}{3}} + P_0(1+\kappa)) -$$

$$-P_0(1+\kappa) (Z_{(\alpha\beta)\gamma} + Z_{[\alpha\beta]\gamma} + \delta_{\alpha\beta\gamma}^{002}) = \kappa_m \Pi_{[\alpha\beta]\gamma}^{(m)}. \quad (8)$$

Заметим, что система (8) фактически представляет собой просто разложение общей системы (7) в ряд Тейлора вблизи $Z_{[ij]k} = 0$. В нулевом порядке она переходит в систему для $Z_{(ij)k}$.

В символьном виде систему (8) относительно $Z_{[ij]k} = X^I$, как отмечалось в [14], можно записать следующим образом:

$$\sum_{l=0}^{\infty} W_{l_1 l_2 \dots l_{2l+1}}^K \prod_{r=1}^{2l+1} X^{I_r} = \Delta_{(m)}^K, \quad (9)$$

где X^I — неизвестные $Z_{[ij]k}$, $I = 1, 2, \dots, n$; а $\Delta_{(m)}^K \sim \kappa_m \ll 1$. При этом в (9) предполагается суммирование по повторяющимся индексам.

Заметим, что в (8), (9) фигурируют только нечетные степени неизвестных, что следует из инвариантности решения относительно поворота на $\frac{\pi}{2}$, т.е. физической неразличимости направления вращения.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА АСИММЕТРИЮ РАВНОВЕСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ

Очевидно, что при $|\det W| \sim 1$ решение системы (9) порядка κ_m и полностью определяется линейной частью (9) $W_1^K X^I = \Delta_{(m)}^K$ и $X^I \sim \kappa_m$. Однако в критических точках, в которых $|\det W| < (\kappa_m)^{2/3}$, в игру вступают нелинейные члены, а при $|\det W| \rightarrow 0$ становятся доминирующими, определяя нелинейный характер системы.

В общем случае система (9) решается только численно. Но при малых $\Delta_{(m)}^K$ удастся провести следующее аналитическое исследование.

Пусть $|\det W| < (\kappa_m)^{2/3}$ и λ_{\min} — минимальное по модулю собственное значение матрицы W , и пусть также оно простое и действительное. Сделаем замену переменных $Y = HX$ и умножим (9) слева на матрицу H , в которой первая строка является собственным вектором матрицы W^T , ассоциированным с собственным значением λ_{\min} , а остальные $H_i^k = \delta_i^k$, $i, k > 1$. Такое преобразование приводит систему (9) к виду

$$\lambda_{\min} Y^1 + \sum_{l=1}^{\infty} H_K^1 W_{l_1 l_2 \dots l_{2l+1}}^K \prod_{r=1}^{2l+1} H^{-1 I_r} Y^{J_r} = H_1^1 \Delta_{(m)}^1, \quad (10)$$

$$Y^K = (HWH^{-1})^{-1K} (\Delta^I - Y^1 W_1^I); \quad I, K = 2, 3, \dots, n.$$

В критических точках $|Y^1| \gg \Delta_{(m)}^K$. Поэтому связь Y^K с Y^1 упрощается

$$Y^K = (-1) (HWH^{-1})^{-1K} Y^1 W_1^I. \quad (11)$$

Подстановка (11) в первое уравнение (10) приводит к следующему нелинейному уравнению относительно Y^1 :

$$b_1 Y^1 + \sum_{l=1}^{\infty} b_l (Y^1)^l = \tilde{\Delta}_{(m)}, \quad (12)$$

$$\text{где } b_l = (-1) H_K^1 W_{l_1}^K \dots W_{l_{2l+1}}^K \prod_{r=1}^{2l+1} (HWH^{-1})^{-1}_{J_r} W_{l_r}^J ;$$

$$b_l = \lambda_{\min} ; \quad \bar{\Delta}_{(m)} = H_K^1 \Delta_{(m)}^K \sim \kappa_m .$$

Таким образом, система (9) вблизи критических точек эквивалентна одному нелинейному уравнению (12) относительно Y^1 , являющегося линейной комбинацией X^J , а остальные неизвестные $Y^K = X^K$; $K = 2, 3 \dots n$; выражаются через Y^1 линейно согласно (11). Коэффициенты b_l в уравнении (12) являются функциями свободных параметров модели κ и v . Значения (κ, v) , при которых $|b_l(\kappa, v)| \leq \kappa_m^{\frac{2}{3}}$, определяют область D_{nl} нелинейности уравнения (12), а следовательно, и системы уравнений (8), (9). Значения (κ, v) , в которых $b_l(\kappa, v) = 0$, определяют "критические" точки (κ_c, v_c) . Для анализа поведения коэффициентов $b_l(\kappa, v)$ в зависимости от параметров κ и v их удобно разложить в ряды Тейлора в точке (κ_c, v_c)

$$b_l(\kappa, v) = \sum_{n=0}^{\infty} b_l^{(n)} \kappa^n, \quad \text{где } b_l^{(n)} = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial \kappa^n} [b_l(\kappa, v)]_{(v_c, \kappa_c)}. \quad (13)$$

Заметим, что предложенный метод анализа решения систем типа (9) легко обобщается и на случай нескольких различных малых собственных значений матрицы линейной части, а также на случай кратных малых собственных значений.

Следует подчеркнуть, что границы области нелинейности D_{nl} могут быть существенно удалены от "критических" точек, а следовательно, нелинейные эффекты могут иметь место и в том случае, когда "критическая" точка вообще не достигается.

Возникает вопрос о точках, в которых существуют нетривиальные решения системы (9) при отсутствии магнитных возмущений, т.е. при $\Delta_{(m)}^K = 0$. Такие точки называются точками бифуркации, и в них происходит отщепление от осесимметричных конфигураций асимметричных. Определенные выше "критические" точки, очевидно, в этом случае соответствуют точкам бифуркации. Однако при $\Delta_{(m)}^K \neq 0$, т.е. при наличии магнитных возмущений, никаких бифуркаций решения нет и в "критических" точках имеет место лишь нелинейный эффект, приводящий к нелинейному росту асимметрии конфигурации.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Сначала численно решается система (7) и рассчитываются коэффициенты $Z_{(ij)k}$, определяющие симметричное относительно оси вращения распределение плотности, и определяются коэффициенты системы (8) для $Z_{(ij)k}$, зависящие от $Z_{(ij)k}$. Затем система (8) приводится к виду (11)–(12) и численно исследуется зависимость коэффициентов уравнения (12) от показателя политропы $\gamma = 1/\kappa$ на основе (13) вблизи последовательности "критических" точек. Проведено также численное исследование безразмерных параметров конфигурации $3M/4\pi\rho_0 a_0^3$, P_0 , v вблизи последовательности "критических" точек $v_c = v_c(\kappa)$. Зависимости $e_c(\kappa)$ и $v_c(\kappa)$ приведены на рис.1,2.

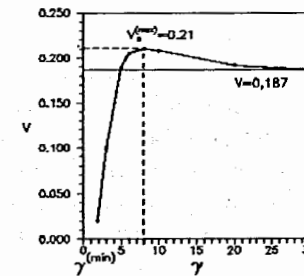


Рис.1. Зависимость критического значения параметра $v = \omega^2/2\pi G\rho_0$ от показателя политропы $\gamma = 1/\kappa$.

Из рис.1,2 видно, что при $\gamma \rightarrow \infty$ получаются хорошо известные для несжимаемого случая значения $e_c(\infty) = 0,58$ и $v_c(\infty) = 0,187$. При малых γ , как это видно из рис.1, последовательность асимметричных конфигураций обрывается при $\gamma^{(min)} \simeq 1,2$, что хорошо соответствует известному значению Джеймса $\gamma_J = 1,22$ [15].

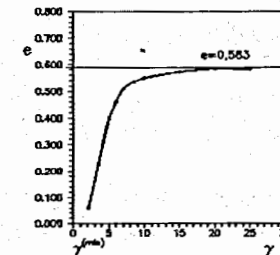


Рис.2. Зависимость критического значения сплюснутости e от показателя политропы $\gamma = 1/\kappa$.

Впервые обнаружено, что зависимость $v_c(\gamma)$ имеет максимум $v_c^{max} \approx 0,21$, который достигается при $\gamma_{max} \approx 7,8$. Полученный результат легко понять из рис.3, на котором представлены зависимости $v(e)$ при разных γ , и из следующих рассуждений.

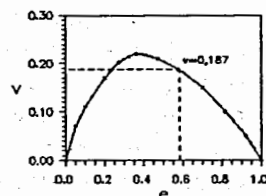


Рис.3. Зависимость параметра $v = \omega^2/2\pi G\rho_0$ от сплюснутости e при $\kappa = 0$

Рассмотрим приращение $\Delta v(\kappa, e)$ в точке $\kappa = 0, e = 0,58$:

$\Delta v(\kappa, e) \approx v'_\kappa|_{\kappa=0}\Delta\kappa + v'_e|_{e=0,58}\Delta e$. Очевидно, что $|v'_\kappa\Delta\kappa| < |v'_e\Delta e|$. Поэтому, $\Delta v(\kappa, e) \sim v'_e\Delta e > 0$, т.е. при малом отклонении от несжимаемого случая параметр v увеличивается. Таким образом, при уменьшении γ "критическая" точка (v_c, γ_c) сначала смещается влево и поднимается вверх, а затем, перевалив через максимум, опускается вниз.

Для коэффициентов $b_1^{(1)}$ и $b_3^{(0)}$, определенных в (13), получены следующие значения (см. таблицу).

Таблица. Зависимость коэффициентов $b_1^{(1)}$ и $b_3^{(0)}$ от показателя политропы γ

γ	30	20	10	5
$-b_1^{(1)} 10^{-2}$	5,20	5,94	6,67	15,5
$b_3^{(0)} 10^{-2}$	6,24	6,24	6,27	3,36

Из таблицы видно, что коэффициент $b_3^{(0)}(\kappa)$ слабо меняется при изменении показателя политропы. Это позволяет утверждать, что нелинейные эффекты в "критических" точках определяются кубическими членами систем (8), (9). Значения $b_1^{(1)}(\kappa)$ характеризуют размер области нелинейности D_{nl} .

Полученные значения для коэффициентов $Z_{(ij)k}$ в различных порядках по параметру κ показывают хорошую сходимость используемых разложений.

Численный расчет коэффициентов $Z_{(ij)k}$ показывает, что при $\gamma \rightarrow \infty$ асимметрия в основном определяется коэффициентом $Z_{[20]0}$, т.е. равновесной конфигурацией является трехосный эллипсоид Якоби. При малых γ

все коэффициенты $Z_{[ij]k}$ становятся одного порядка и равновесная конфигурация принципиально отлична от эллипсоида.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в работе аналитические и численные результаты показывают, что в случае политропы, как и в несжимаемом случае [8], существует критическое значение параметра $v_c(\gamma)$, при котором влияние внутреннего магнитного поля приводит к резкому увеличению асимметрии равновесной конфигурации. Показано, что этот нелинейный эффект определяется кубическими членами системы (9). Поэтому асимметрия распределения плотности в "критических" точках возрастает в $(\kappa_m)^{-2/3} \sim 10^6 - 10^8$ раз.

Исследования проведены в диапазоне изменения γ от 1 до бесконечности. Предложен способ аналитического и численного исследования асимметрии конфигурации вблизи последовательности "критических" точек $v_c = v_c(\gamma)$.

Впервые обнаружено, что зависимость $v_c = v_c(\gamma)$ имеет максимум $v_c^{max} \approx 0,21$, который достигается при $\gamma_{max} \approx 7,8$.

Заметим, что рассмотренные в работе нелинейные эффекты, приводящие в "критических" точках к возрастанию интенсивности гравитационного излучения на много порядков, могут найти косвенное экспериментальное подтверждение по анализу аномальных изменений частот $\Delta\omega/\omega$ наблюдаемых пульсаров. Если эти изменения связаны с прохождением пульсаром в своей эволюции "критических" точек, то величины $\Delta\omega/\omega$ должны коррелировать со значениями $(\kappa_m)^{2/3}$.

Численные расчеты в рамках рассмотренной математической модели проводились на персональном компьютере типа IBM 386/387. Использование более быстродействующей вычислительной техники при расчете параметров равновесных конфигураций позволит учесть большее число членов разложения по малому параметру, и полученные численные значения могут быть уточнены.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ж-Л. Тассуль*. Теория вращающихся звезд. М.: МИР, 1982.
2. *Шапиро С., Тьюкольски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Ч.1-2, М.: МИР, 1985.
3. *Саакян Г.С.* Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс. М.: Наука, 1972.
4. *Зельдович Я.Б. Новиков И.Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971.
5. *Чандрасекар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: МИР, 1982.
6. *Mervis J.* // Nature (Gr. Brit). 1992. Vol.355. №6363, p. 756.
7. *Цветков В.П.* // Астроном. журн. 1983. Т.60. №6. С. 1107-1113.
8. *Цветков В.П., Цирулев А.Н.* // Астроном. журн. 1988. Т. 65. С.501.
9. *Tsvetkov V.P.* Phys. Lett. 1984. V.105A. P. 34.
10. *Фок В.А.* Теория пространства, времени и тяготения. М.: Физматгиз, 1961.
11. *Цветков В.П., Цирулев А.Н.* // Астроном. журн. 1982. Т.59. С.475, 666.
12. *Масюков В.В., Цветков В.П.* // Доклады АН СССР. 1990. Т.313. №5. С. 1099-1102.
13. *Жанлав Т., Пузымин И.В.* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1994. Т. 34. №2. С. 175-184.
14. *Masjukov V.V., Tsvetkov V.P.* // Astron. and Astrophys. Transactions, 1993, Vol.4, pp. 41-42.
15. *Jeames R.A.* // Astrophys. J. 1964, Vol.140, pp. 552-582.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июля 1994 года.