сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P5-93-49

В.Г.Одинцов

ПОЛУЧЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

1993

Движение заряженной частицы в магнитном поле описывается дифференциальными уравнениями второго порядка вида[1]:

$$
\begin{aligned}
x'' &= aq/p(1+x'^2+y'^2)^{1/2}(B_x x' y' - B_y(1+x'^2)+B_z y') = \Phi(x,y,z,x',y'),\\
y'' &= aq/p(1+x'^2+y'^2)^{1/2}(B_x(1+y'^2) - B_y x' y' - B_z x') = f(x,y,z,x',y'),
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $a=0{,}2998$, $q=\pm1,\pm2,\ldots,$ - заряд частицы, p- ее импульс, B_x, B_y, B_z- компоненты вектора напряженности магнитного поля $\vec{B}$ в точке (x,y,z), $x'=dx/dz$, $x''=d^2x/dz^2$.

Решение прямой задачи- нахождение траектории движения частицы в магнитном поле с известным импульсом p- можно получить численным интегрированием методом Рунге-Кутта при начальных условиях: z_1, $x_1=x(z_1)$, $y_1=y(z_1)$, $x'_1=x'(z_1)$, $y'_1=y'(z_1)$[2]. (2)

На $(i+1)$-м шаге

$$
\begin{aligned}
z_{i+1} &= z_i + h = z_1 + hi,\\
x_{i+1} &= x_i + x'_i h + 1/6(m_1^i + m_2^i + m_3^i)h^2,\\
y_{i+1} &= y_i + y'_i h + 1/6(k_1^i + k_2^i + k_3^i)h^2,\\
x'_{i+1} &= x'_i + 1/6(m_1^i + 2m_2^i + 2m_3^i + m_4^i)h,\\
y'_{i+1} &= y'_i + 1/6(k_1^i + 2k_2^i + 2k_3^i + k_4^i)h,
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

где $h=\Delta z$- шаг интегрирования,

$$
\begin{aligned}
m_1^i &= \Phi_1(x_i,y_i,z_i,x'_i,y'_i), & k_1^i &= f_1(x_i,y_i,z_i,x'_i,y'_i),\\
m_2^i &= \Phi_2(\chi_i,\varkappa_i,\zeta_i,\chi'_i,\varkappa'_i), & k_2^i &= f_2(\chi_i,\varkappa_i,\zeta_i,\chi'_i,\varkappa'_i),\\
m_3^i &= \Phi_3(o_i,\omega_i,\zeta_i,o'_i,\omega'_i), & k_3^i &= f_3(o_i,\omega_i,\zeta_i,o'_i,\omega'_i),\\
m_4^i &= \Phi_4(\gamma_i,\upsilon_i,\xi_i,\gamma'_i,\upsilon'_i), & k_4^i &= f_4(\gamma_i,\upsilon_i,\xi_i,\gamma'_i,\upsilon'_i),
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

$$
\begin{aligned}
&\chi_i=\chi_i(x_i,\zeta_i,x'_i)=x_i+x'_i\frac{h}{2},\ \chi'_i=\chi'_i(x'_i,\zeta_i,m_1^i)=x'_i+m_1^i\frac{h}{2},\ \zeta_i=z_i+\frac{h}{2},\\
&\varkappa_i=\varkappa_i(y_i,\zeta_i,y'_i)=y_i+y'_i\frac{h}{2},\ \varkappa'_i=\varkappa'_i(y'_i,\zeta_i,k_1^i)=y'_i+k_1^i\frac{h}{2},\ \zeta_i=z_i+\frac{h}{2},\\
&o_i=o_i(x_i,\zeta_i,x'_i,m_1^i)=x_i+x'_i\frac{h}{2}+m_1^i\frac{h^2}{4},\ o'_i=o'_i(x'_i,\zeta_i,m_2^i)=x'_i+m_2^i\frac{h}{2},\ \zeta_i=z_i+\frac{h}{2},\\
&\omega_i=\omega_i(y_i,\zeta_i,y'_i,k_1^i)=y_i+y'_i\frac{h}{2}+k_1^i\frac{h^2}{4},\ \omega'_i=\omega'_i(y'_i,\zeta_i,k_2^i)=y'_i+k_2^i\frac{h}{2},\ \zeta_i=z_i+\frac{h}{2},\\
&\gamma_i=\gamma_i(x_i,\xi_i,x'_i,m_2^i)=x_i+x'_i h+m_2^i\frac{h^2}{2},\ \gamma'_i=\gamma'_i(x'_i,\xi_i,m_3^i)=x'_i+m_3^i h,\ \xi_i=z_i+h,\\
&\upsilon_i=\upsilon_i(y_i,\xi_i,y'_i,k_2^i)=y_i+y'_i h+k_2^i\frac{h^2}{2},\ \upsilon'_i=\upsilon'_i(y',\xi_i,k_3^i)=y'_i+k_3^i h,\ \xi_i=z_i+h.
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Таким образом, при известных импульсе, шаге интегрирования и карте магнитного поля траектория движения заряженной частицы представится набором (x,y,z)- координат N точек.

Теперь решим обратную задачу: по известным N точкам траектории движения и напряженности магнитного поля в этих точках восстановим импульс частицы. Как правило, подобные задачи решаются методом фитирования заданной интегральной кривой уравнениями движения (1), где импульс p является искомым параметром. Для получения как можно более точного результата, вообще говоря, необходим выбор оптимального шага интегрирования h при численном решении задачи с использованием уравнений (3)-(5). Величина шага интегрирования h существенно зависит от конфигурации магнитного поля и точности его описания. Таким образом, h является вторым искомым параметром.

Как известно, решение указанной задачи связано с вычислением производных по параметрам уравнений движения частицы в заданных точках траектории, описываемых этими уравнениями. В работе[3] получены представления для производных по импульсу p от решений уравнений (3) как параметру.

Целью настоящей работы является получение представлений для производных по шагу интегрирования h от решений уравнений движения частицы в виде (3)-(5).

Выполним дифференцирование в (3) по параметру h:

$$\frac{\partial z_{i+1}}{\partial h} = i, \quad \frac{\partial z_1}{\partial h} = 0,$$

$$\frac{\partial x_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial x_i}{\partial h} + \frac{\partial x'_i}{\partial h}h + 1/6\left(\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + \frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \frac{\partial m^i_3}{\partial h}\right)h^2 + x'_i + 1/3(m^i_1 + m^i_2 + m^i_3)h,$$

$$\frac{\partial y_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial y_i}{\partial h} + \frac{\partial y'_i}{\partial h}h + 1/6\left(\frac{\partial k^i_1}{\partial h} + \frac{\partial k^i_2}{\partial h} + \frac{\partial k^i_3}{\partial h}\right)h^2 + y'_i + 1/3(k^i_1 + k^i_2 + k^i_3)h, \tag{7}$$

$$\frac{\partial x'_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial x'_i}{\partial h} + 1/6\left(\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + 2\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + 2\frac{\partial m^i_3}{\partial h} + \frac{\partial m^i_4}{\partial h}\right)h + 1/6(m^i_1 + 2m^i_2 + 2m^i_3 + m^i_4),$$

$$\frac{\partial y'_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial y'_i}{\partial h} + 1/6\left(\frac{\partial k^i_1}{\partial h} + 2\frac{\partial k^i_2}{\partial h} + 2\frac{\partial k^i_3}{\partial h} + \frac{\partial k^i_4}{\partial h}\right)h + 1/6(k^i_1 + 2k^i_2 + 2k^i_3 + k^i_4).$$

Введём обозначения:

$$\alpha_i = \alpha_i(x'_i, y'_i) = (1 + x'^2_i + y'^2_i)^{1/2}, \quad c = aq/P,$$

$$\beta^i_{xj} = \frac{\partial m^i_j}{\partial B^i_x} = c\alpha_i x'_i y'_i, \quad \beta^i_{yj} = \frac{\partial m^i_j}{\partial B^i_y} = -c\alpha_i(1 + x'^2_i), \quad \beta^i_{zj} = \frac{\partial m^i_j}{\partial B^i_z} = c\alpha_i y'_i, \tag{8}$$

$$\mathfrak{B}^i_{xj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial B^i_x} = c\alpha_i(1 + y'^2_i), \quad \mathfrak{B}^i_{yj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial B^i_y} = -c\alpha_i x'_i y'_i, \quad \mathfrak{B}^i_{zj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial B^i_z} = -c\alpha_i x'_i,$$

$$\mathfrak{M}^i_{xj} = \frac{\partial B^i_j}{\partial x_i} = \beta^i_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial x_i} + \beta^i_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial x_i} + \beta^i_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial x_i},$$

$$\mathfrak{M}^i_{yj} = \frac{\partial m^i_j}{\partial y_i} = \beta^i_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial y_i} + \beta^i_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial y_i} + \beta^i_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial y_i},$$

$$\mathfrak{M}^i_{zj} = \frac{\partial m^i_j}{\partial z} = \beta^i_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial z_i} + \beta^i_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial z_i} + \beta^i_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial z_i}, \tag{9}$$

$$\mathfrak{K}^i_{xj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial x_i} = \mathfrak{B}^i_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial x_i} + \mathfrak{B}^i_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial x_i} + \mathfrak{B}^i_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial x_i},$$

$$\mathfrak{K}^i_{yj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial y_i} = \mathfrak{B}^i_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial y_i} + \mathfrak{B}^i_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial y_i} + \mathfrak{B}^i_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial y_i},$$

$$\mathfrak{K}^i_{zj} = \frac{\partial k^i_j}{\partial z_i} = \mathfrak{B}_{xj}\frac{\partial B^i_x}{\partial z_i} + \mathfrak{B}_{yj}\frac{\partial B^i_y}{\partial z_i} + \mathfrak{B}_{zj}\frac{\partial B^i_z}{\partial z_i},$$

$$\mathfrak{L}^i_{\dot{x}j} = \frac{\partial m^i_j}{\partial x'_i} = m^i_j x'_i/\alpha^2_i + c\alpha_i(B^i_x y'_i - 2B^i_y x'_i),$$

$$\mathfrak{L}^i_{\dot{y}j} = \frac{\partial m^i_j}{\partial y'_i} = m^i_j y'_i/\alpha^2_i + c\alpha_i(B^i_x x'_i + B^i_z), \tag{10}$$

$$\mathfrak{N}^i_{\dot{x}j} = \frac{\partial k^i_j}{\partial x'_i} = k^i_j x'_i/\alpha^2_i - c\alpha_i(B^i_y y'_i + B^i_z),$$

$$\mathfrak{N}^i_{\dot{y}j} = \frac{\partial k^i_j}{\partial y'_i} = k^i_j y'_i/\alpha^2_i + c\alpha_i(2B^i_x y'_i - B^i_y x'_i), \quad j=1,\dots,4, \quad i=1,\dots,N.$$

Учитывая обозначения (8)-(10) настоящей работы и формулы (8) работы[3], для $\left\{\frac{\partial m^i_j}{\partial h}, \frac{\partial k^i_j}{\partial h}\right\}^4_{j=1}$ будем иметь:

$$\frac{\partial m^i_1}{\partial h} = \mathfrak{M}^i_{x1}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{M}^i_{y1}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{M}^i_{z1} + \mathfrak{L}^i_{\dot{x}1}\frac{\partial x'_i}{\partial h} + \mathfrak{L}^i_{\dot{y}1}\frac{\partial y'_i}{\partial h}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial m^i_2}{\partial h} = \mathfrak{M}^i_{x2}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{M}^i_{y2}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{M}^i_{z2} + \left(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{x2}\right)\frac{\partial x'_i}{\partial h} + \left(\mathfrak{L}^i_{\dot{y}2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{y2}\right)\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$
$$+ \frac{h}{2}\left(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}2}\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + \mathfrak{L}^i_{\dot{y}2}\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right) + \frac{1}{2}(\mathfrak{M}^i_{x2}x'_i + \mathfrak{M}^i_{y2}y'_i + \mathfrak{M}^i_{z2}) + \frac{1}{2}(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}2}m_1 + \mathfrak{L}^i_{\dot{y}2}k_1),$$

$$\frac{\partial m^i_3}{\partial h} = \mathfrak{M}^i_{x3}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{M}^i_{y3}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{M}^i_{z3} + \left(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}3} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{x3}\right)\frac{\partial x'_i}{\partial h} + \left(\mathfrak{L}^i_{\dot{y}3} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{y3}\right)\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$
$$+ \frac{h^2}{4}\left(\mathfrak{M}^i_{x3}\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + \mathfrak{M}^i_{y3}\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right) + \frac{h}{2}\left(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}3}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{L}^i_{\dot{y}3}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) + \frac{h}{2}(\mathfrak{M}^i_{x3}m^i_1 + \mathfrak{M}^i_{y3}k^i_1) +$$
$$+ \frac{1}{2}(\mathfrak{M}^i_{x3}x'_i + \mathfrak{M}^i_{y3}y'_i + \mathfrak{M}^i_{z3}) + \frac{1}{2}(\mathfrak{L}^i_{\dot{x}3}m^i_2 + \mathfrak{L}^i_{\dot{y}3}k^i_2),$$

$$\frac{\partial m^i_4}{\partial h} = \mathfrak{M}^i_{x4}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{M}^i_{y4}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{M}^i_{z4} + (\mathfrak{L}^i_{\dot x4} + h\mathfrak{M}^i_{x4})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\mathfrak{L}^i_{\dot y4} + h\mathfrak{M}^i_{y4})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h^2}{2}\left(\mathfrak{M}_{x4}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{M}_{y4}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) + h\left(\mathfrak{L}_{\dot x4}\frac{\partial m^i_3}{\partial h} + \mathfrak{L}_{\dot y4}\frac{\partial k^i_3}{\partial h}\right) + h(\mathfrak{M}^i_{x4}m^i_2 + \mathfrak{M}^i_{y4}k^i_2) +$$

$$+ \mathfrak{M}^i_{x4}x'_i + \mathfrak{M}^i_{y4}y'_i + \mathfrak{M}^i_{z4} + \mathfrak{L}^i_{\dot x4}m^i_2 + \mathfrak{L}^i_{\dot y4}k^i_2,$$

$$\frac{\partial k^i_1}{\partial p} = \mathfrak{R}^i_{x1}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{R}^i_{y1}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{R}^i_{z1} + \mathfrak{N}^i_{\dot x1}\frac{\partial x'_i}{\partial h} + \mathfrak{N}^i_{\dot y1}\frac{\partial y'_i}{\partial h}, \qquad (12)$$

$$\frac{\partial k^i_2}{\partial h} = \mathfrak{R}^i_{x2}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{R}^i_{y2}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{R}^i_{z2} + (\mathfrak{N}^i_{\dot x2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{x2})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot y2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{y2})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h}{2}\left(\mathfrak{N}^i_{\dot x2}\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + \mathfrak{N}^i_{\dot y2}\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right) + \frac{1}{2}(\mathfrak{R}^i_{x2}x'_i + \mathfrak{R}^i_{y2}y'_i + \mathfrak{R}^i_{z2}) + \frac{1}{2}(\mathfrak{N}^i_{\dot x2}m_1 + \mathfrak{N}^i_{\dot y2}k_1),$$

$$\frac{\partial k^i_3}{\partial h} = \mathfrak{R}^i_{x3}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{R}^i_{y3}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{R}^i_{z3} + (\mathfrak{N}^i_{\dot x3} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{x3})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot y3} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{y3})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h^2}{4}\left(\mathfrak{R}^i_{x3}\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + \mathfrak{R}^i_{y3}\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right) + \frac{h}{2}\left(\mathfrak{N}^i_{\dot x3}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{N}^i_{\dot y3}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) + \frac{h}{2}(\mathfrak{R}^i_{x3}m^i_1 + \mathfrak{R}^i_{y3}k^i_1) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\mathfrak{R}^i_{x3}x'_i + \mathfrak{R}^i_{y3}y'_i + \mathfrak{R}^i_{z3}) + \frac{1}{2}(\mathfrak{N}^i_{\dot x3}m^i_2 + \mathfrak{N}^i_{\dot y3}k^i_2),$$

$$\frac{\partial k^i_4}{\partial h} = \mathfrak{R}^i_{x4}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \mathfrak{R}^i_{y4}\frac{\partial y_i}{\partial h} + (i-1)\mathfrak{R}^i_{z4} + (\mathfrak{N}^i_{\dot x4} + h\mathfrak{R}^i_{x4})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot y4} + h\mathfrak{R}^i_{y4})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h^2}{2}\left(\mathfrak{R}_{x4}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{R}_{y4}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) + h\left(\mathfrak{N}_{\dot x4}\frac{\partial m^i_3}{\partial h} + \mathfrak{N}_{\dot y4}\frac{\partial k^i_3}{\partial h}\right) + h(\mathfrak{R}^i_{x4}m^i_2 + \mathfrak{R}^i_{y4}k^i_2) +$$

$$+ \mathfrak{R}^i_{x4}x'_i + \mathfrak{R}^i_{y4}y'_i + \mathfrak{R}^i_{z4} + \mathfrak{N}^i_{\dot x4}m^i_2 + \mathfrak{N}^i_{\dot y4}k^i_2.$$

Подставляя (11),(12) в (7), окончательно получим

$$\frac{\partial z_{i+1}}{\partial h} = i, \quad \frac{\partial z_1}{\partial h} = 0,$$

$$\frac{\partial x_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial x_i}{\partial h} + h\frac{\partial x'_i}{\partial h} + \frac{1}{3}(m^i_1 + m^i_2 + m^i_3)h + x'_i + 1/6\Bigg\{\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{M}^i_{xj}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \sum_{j=1}^{3}\mathfrak{M}^i_{yj}\frac{\partial y_i}{\partial h} +$$

$$+(i-1)\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{M}^i_{zj} + \sum_{j=1}^{3}\mathfrak{L}^i_{\dot xj} + \frac{h}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{M}^i_{yj})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{L}^i_{\dot yj} + \frac{h}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{M}^i_{yj})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h}{2}\left[(\mathfrak{L}^i_{\dot x2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{x3})\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + (\mathfrak{L}^i_{\dot y2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{y3})\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right] + \frac{h}{2}\left(\mathfrak{L}^i_{\dot x3}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{L}^i_{\dot y3}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{M}^i_{xj}x'_i + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{M}^i_{yj}y'_i + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{M}^i_{zj} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}m^i_{j-1}\mathfrak{L}^i_{\dot xj} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}k^i_{j-1}\mathfrak{L}^i_{\dot yj} +$$

$$+ \frac{h}{2}(m^i_1\mathfrak{M}^i_{x3} + k^i_1\mathfrak{M}^i_{y3})\Bigg\}h^2,$$

$$\frac{\partial y_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial y_i}{\partial h} + h\frac{\partial y'_i}{\partial h} + \frac{1}{3}(k^i_1 + k^i_2 + k^i_3)h + y'_i + 1/6\Bigg\{\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{R}^i_{xj}\frac{\partial x_i}{\partial h} + \sum_{j=1}^{3}\mathfrak{R}^i_{yj}\frac{\partial y_i}{\partial h} +$$

$$+(i-1)\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{R}^i_{zj} + \sum_{j=1}^{3}\mathfrak{N}^i_{\dot xj} + \frac{h}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{R}^i_{yj})\frac{\partial x'_i}{\partial h} + (\sum_{j=1}^{3}\mathfrak{N}^i_{\dot yj} + \frac{h}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{R}^i_{yj})\frac{\partial y'_i}{\partial h} +$$

$$+ \frac{h}{2}\left[(\mathfrak{N}^i_{\dot x2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{x3})\frac{\partial m^i_1}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot y2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{y3})\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\right] + \frac{h}{2}\left(\mathfrak{N}^i_{\dot x3}\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + \mathfrak{N}^i_{\dot y3}\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{R}^i_{xj}x'_i + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{R}^i_{yj}y'_i + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}\mathfrak{R}^i_{zj} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}m^i_{j-1}\mathfrak{N}^i_{\dot xj} + \frac{1}{2}\sum_{j=2}^{3}k^i_{j-1}\mathfrak{N}^i_{\dot yj} +$$

$$+ \frac{h}{2}(m^i_1\mathfrak{R}^i_{x3} + k^i_1\mathfrak{R}^i_{y3})\Bigg\}h^2,$$

$$\frac{\partial x'_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial x'_i}{\partial h} + \frac{1}{6}(m^i_1 + 2m^i_2 + 2m^i_3 + m^i_4) + 1/6\Bigg\{(\mathfrak{M}^i_{x1} + 2\mathfrak{M}^i_{x2} + 2\mathfrak{M}^i_{x3} + \mathfrak{M}^i_{x4})\frac{\partial x_i}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{M}^i_{y1} + 2\mathfrak{M}^i_{y2} + 2\mathfrak{M}^i_{y3} + \mathfrak{M}^i_{y4})\frac{\partial y_i}{\partial h} + (\mathfrak{L}^i_{\dot x1} + 2\mathfrak{L}^i_{\dot x2} + 2\mathfrak{L}^i_{\dot x3} + \mathfrak{L}^i_{\dot x4} + h\sum_{j=2}^{4}\mathfrak{M}^i_{xj})\frac{\partial x'_i}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{L}^i_{\dot y1} + 2\mathfrak{L}^i_{\dot y2} + 2\mathfrak{L}^i_{\dot y3} + \mathfrak{L}^i_{\dot y4} + h\sum_{j=2}^{4}\mathfrak{M}^i_{yj})\frac{\partial y'_i}{\partial h} + h\Big\{(\mathfrak{L}^i_{\dot x2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{x3})\frac{\partial m^i_1}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{L}^i_{\dot y2} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{y3})\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\Big] + h\left[(\mathfrak{L}^i_{\dot x3} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{x4})\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + (\mathfrak{L}^i_{\dot y3} + \frac{h}{2}\mathfrak{M}^i_{y4})\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right] +$$

$$+ h\left(\mathfrak{L}^i_{\dot x4}\frac{\partial m^i_3}{\partial h} + \mathfrak{L}^i_{\dot y4}\frac{\partial k^i_3}{\partial h}\right) + (i-1)(\mathfrak{M}^i_{z1} + 2\mathfrak{M}^i_{z2} + 2\mathfrak{M}^i_{z3} + \mathfrak{M}^i_{z4}) +$$

$$+ \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{M}^i_{xj}x'_i + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{M}^i_{yj}y'_i + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{M}^i_{zj} + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{L}^i_{\dot xj}m^i_{j-1} + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{L}^i_{\dot yj}k^i_{j-1} +$$

$$+ h(m^i_1\mathfrak{M}^i_{x3} + m^i_2\mathfrak{M}^i_{x4} + k^i_1\mathfrak{M}^i_{y3} + k^i_2\mathfrak{M}^i_{y4})\Bigg\}h, \qquad (13)$$

$$\frac{\partial y'_{i+1}}{\partial h} = \frac{\partial y'_i}{\partial h} + \frac{1}{6}(k^i_1 + 2k^i_2 + 2k^i_3 + k^i_4) + 1/6\Bigg\{(\mathfrak{R}^i_{x1} + 2\mathfrak{R}^i_{x2} + 2\mathfrak{R}^i_{x3} + \mathfrak{R}^i_{x4})\frac{\partial x_i}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{R}^i_{y1} + 2\mathfrak{R}^i_{y2} + 2\mathfrak{R}^i_{y3} + \mathfrak{R}^i_{y4})\frac{\partial y_i}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot x1} + 2\mathfrak{N}^i_{\dot x2} + 2\mathfrak{N}^i_{\dot x3} + \mathfrak{N}^i_{\dot x4} + h\sum_{j=2}^{4}\mathfrak{R}^i_{xj})\frac{\partial x'_i}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{N}^i_{\dot y1} + 2\mathfrak{N}^i_{\dot y2} + 2\mathfrak{N}^i_{\dot y3} + \mathfrak{N}^i_{\dot y4} + h\sum_{j=2}^{4}\mathfrak{R}^i_{yj})\frac{\partial y'_i}{\partial h} + h\Big[(\mathfrak{N}^i_{\dot x2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{x3})\frac{\partial m^i_1}{\partial h} +$$

$$+ (\mathfrak{N}^i_{\dot y2} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{y3})\frac{\partial k^i_1}{\partial h}\Big] + h\left[(\mathfrak{N}^i_{\dot x3} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{x4})\frac{\partial m^i_2}{\partial h} + (\mathfrak{N}^i_{\dot y3} + \frac{h}{2}\mathfrak{R}^i_{y4})\frac{\partial k^i_2}{\partial h}\right] +$$

$$+ h\left(\mathfrak{N}^i_{\dot x4}\frac{\partial m^i_3}{\partial h} + \mathfrak{N}^i_{\dot y4}\frac{\partial k^i_3}{\partial h}\right) + (i-1)(\mathfrak{R}^i_{z1} + 2\mathfrak{R}^i_{z2} + 2\mathfrak{R}^i_{z3} + \mathfrak{R}^i_{z4}) +$$

$$+ \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{R}^i_{xj}x'_i + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{R}^i_{yj}y'_i + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{R}^i_{zj} + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{N}^i_{\dot xj}m^i_{j-1} + \sum_{j=2}^{4}\mathfrak{N}^i_{\dot yj}k^i_{j-1} +$$

$$+ h(m^i_1\mathfrak{R}^i_{x3} + m^i_2\mathfrak{R}^i_{x4} + k^i_1\mathfrak{R}^i_{y3} + k^i_2\mathfrak{R}^i_{y4})\Bigg\}h.$$

Теперь предположим, что мы располагаем известными: траекторией движения заряженной частицы, состоящей из N точек, картой напряженности магнитного поля и импульсом частицы. Фитируя заданную траекторию по h как параметру с помощью уравнений, представленных формулами (1)-(5), и используя для вычисления производных от решения уравнений (3) по h полученные выше формулы (13), мы тем самым определим оптимальный шаг интегрирования кривой в данном событии. Усредняя полученное в заданном событии значение h на статистике из некоторого числа событий, мы установим оптимальное значение шага интегрирования, которое обеспечит решение поставленной задачи с заданной точностью.

Литература:

1. Виноградов В.Б. т др. ОИЯИ, Р1-83-390, Дубна, 1983.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике, Изд-во "Наука", М., 1977, с.708.
3. Odintsov V.G. JINR, E5-93-47, Dubna, 1993.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 февраля 1993 года.