89-220

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Б 734

P5-89-220

Н.Б.Богданова, Б.Ф.Костенко

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ СИСТЕМ ЛОГИКИ

Введение. Элементы логики здравого смысла

1989

Введение

Иногда полагают, что научная информация, не организованная в соответствии с правилами математической логики, заведомо бессмысленна. Между тем использование умозаключений, отличных от формально-логических, столь же распространено, сколь и необходимо.

Рассмотрим, например, теоретическую ситуацию по множественному рождению элементарных частиц, сложившуюся к середине 1987 года согласно /1/. Видно, что в качестве "аксиоматического базиса" сейчас здесь стоят не только четкие и самосогласованные теоретические положения, но и не вполне систематичные качественные представления, а также довольно грубые экспериментальные данные. Видно также, что иногда модели, претендующие на объяснение одних и тех же явлений, никак не связаны друг с другом (конкурирующие гипотезы), а то и прямо противоречат друг другу. Например, структурные и коллективные модели соотносятся друг с другом как утверждение и его отрицание.

Поскольку "правильная" дедуктивная теория – это всегда лишь конечный, а потому уже неинтересный продукт, естественно поставить вопрос об общих правилах, по которым формируется и преобразуется информация именно такого рода. Возможно, что правила подобных логических операций будут не менее полезны, чем правила обычной формальной логики, в частности при решении некоторых задач на ЭВМ или в качестве эвристического инструмента.

1.1. Дистрибутивные решетки. Диаграмма Венна. Четыре истинностных значения

Хотя дальнейшее изложение будет вестись на "физическом" уровне строгости, обсудим некоторые необходимые факты из теории структур /2-5/. В упорядоченном множестве M элемент a называется верхней гранью подмножества $M' \subset M$, если для любого элемента $a' \in M'$ имеет место $a' \leq a$. Если множество верхних граней подмножества M' имеет наименьший элемент a, то a называют точной верхней гранью ($\sup$) подмножества M'. Аналогично определяется точная нижняя грань ($\inf$).

Упорядоченное множество, всякое непустое конечное подмножество которого обладает точной верхней и точной нижней гранью, называется решеткой или структурой.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Иногда мы будем изображать упорядоченные множества диаграммами, на которых отношение $x \prec y$ (что эквивалентно $x \leq y$, $x \neq y$) выполняется, если и только если на диаграмме имеется восходящая от x к y ломаная. В дальнейшем мы будем рассматривать только решетки, имеющие наименьший (обозначение 0) и наибольший (обозначение 1) элементы.

Предложение 1 /2-5/

Алгебра ($A, \wedge, \vee$) с двумя бинарными операциями тогда и только тогда ассоциирована с некоторой решеткой, когда в ней выполняются следующий условия*):

1) Идемпотентность:

$x \wedge x = x$, $x \vee x = x$;

2) Коммутативность:

$x \wedge y = y \wedge x$, $x \vee y = y \vee x$;

3) Ассоциативность:

$x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$, $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$;

4) Законы поглощения:

$x \wedge (x \vee y) = x$, $x \vee (x \wedge y) = x$.

Далее будет видно, что операция $\wedge$ может быть интерпретирована как логическая связка "и", а операции $\vee$ отвечает связка "или" в неисключающем смысле.

Из предложения 1 следует, что отношение $x \leq y$ можно представить также в виде $x \wedge y = x$ или $x \vee y = y$. Кроме того, можно убедиться, что если в упорядоченном множестве для любых элементов x и y существует $\sup(x,y)$, то этот элемент совпадает с $x \vee y$. Аналогично – $\inf(x,y)$ совпадает с $x \wedge y$ **).

---

*) Впрочем, число условий можно сократить, так как идемпотентность обеих операций легко выводится из законов поглощения.

**) В свете этой интерпретации предложение 1 становится почти очевидным. Действительно, условия 1)–4), накладываемые на бинарные операции $\wedge$ и $\vee$, отвечают следующим, хорошо известным свойствам операций inf и sup:

1) $\inf(x,x) = x = \operatorname{Sup}(x,x)$,

2) $\inf(x,y) = \inf(y,x)$, $\operatorname{Sup}(x,y) = \operatorname{Sup}(y,x)$,

3) $\inf(x, \inf(y,z)) = \inf(\inf(x,y), z)$,

$\operatorname{Sup}(x, \operatorname{Sup}(y,z)) = \operatorname{Sup}(\operatorname{Sup}(x,y), z)$,

4) $\inf(x, \operatorname{Sup}(x,y)) = x$, $\operatorname{Sup}(x, \inf(x,y)) = x$.

Поскольку система аксиом 1)–4), определяющая класс всех решеток, не меняется, если взаимозаменить знаки $\wedge$ и $\vee$, то имеет место принцип двойственности для решеток: если некоторый класс решеток можно задать системой аксиом, не меняющихся при взаимной замене знаков $\wedge$ и $\vee$ во всех аксиомах, и в том классе истинна формула $\Phi(\wedge, \vee)$, то в нем истинна и двойственная формула, получающаяся из Φ заменой $\vee \longleftrightarrow \wedge$.

Принцип двойственности имеет место в обычной формальной логике, что связано с тем, что логика задана на булевской алгебре, которая является дистрибутивной решеткой с дополнениями. Дополнением элемента x в решетке с 0 и 1 называется такой элемент y, что $x \wedge y = 0$, $x \vee y = 1$. Дистрибутивными решетками называется класс решеток, для которых помимо аксиом 1)–4) имеет место дистрибутивный закон

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z).$$

Пользуясь аксиомами, можно теперь показать /2-5/, что:

а) имеет место также и двойственное к предыдущему условие

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z),$$

б) дистрибутивная решетка с дополнениями является решеткой с единственными дополнениями.

Утверждение а) обуславливает в обычной логике существование принципа двойственности, условие б) – закон исключения третьего (tertium non datur).

На дистрибутивной решетке будет задана и обсуждаемая ниже логика здравого смысла, для обоснования которой важное значение имеет следующее утверждение /2,4/.

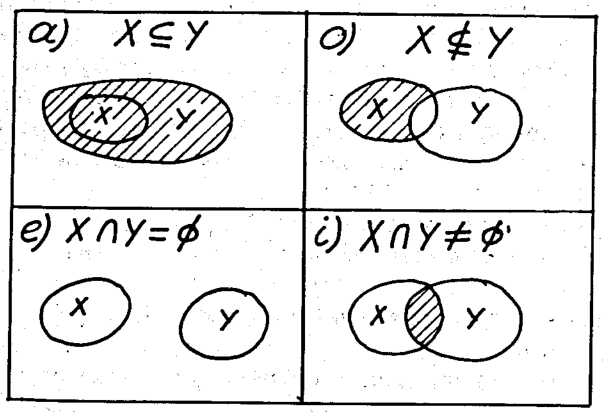
Предложение 2 (теорема Биркгофа):

каждая дистрибутивная решетка вкладывается в решетку всех подмножеств подходящего множества.

Теорема Биркгофа позволит нам перейти к обсуждению свойств дистрибутивных решеток в терминах диаграмм Венна.

Обсудим теперь некоторые элементы логики здравого смысла, основываясь на идеях, высказанных в неформальной форме уже на заре развития логики.

Основные высказывания силлогистики Аристотеля суть $x \breve{a} Y$, $x \breve{o} Y$, $x \breve{e} Y$, $x \breve{i} Y$ /6/ интерпретируются в терминах отношений предмета x и его свойства Y: $\breve{a}$) Y присуще всякому x, ŏ) Y присуще не всякому X , ĕ) Y не присуще всякому X , ĭ) Y присуще некоторому X . Неоплатоник Порфирий в трактате "Введение к "Категориям Аристотеля", который вскоре после написания стал рассматриваться в качестве пособия при изучении логики Стагирита, перевел обсуждение в плоскость отношений классов (множеств) X,Y : X a Y , X o Y , X e Y , X i Y /7/. В современных обозначениях им отвечают следующие теоретико-множественные отношения:



Диаграммы Венна для основных высказываний силлогистики Аристотеля.

Пользуясь диаграммами Венна, непосредственно видим, что

$\sim(X\ a\ Y) = X\ o\ Y$, $\sim(X\ o\ Y) = X\ a\ Y$,

$\sim(X\ e\ Y) = X\ i\ Y$, $\sim(X\ i\ Y) = X\ e\ Y$,

где знак $\sim$ обозначает логическое отрицание. На основании теоремы Биркгофа силлогистику Аристотеля можно также перенести на дистрибутивную решетку, интерпретируя ее основные отношения так: a) $X \le Y$, o) $X \wedge Y < X$, e) $X \wedge Y = 0$, i) $X \wedge Y > 0$. Нетрудно заметить, что отношение a) обладает всеми свойствами материальной импликации[ж)]. Действительно, если $X \le Y$, то когда имеет место X , имеет место и Y . Наоборот, если X не имеет места, то из того, что $X \le Y$,

ж) В формальной логике материальной импликацией называют функцию $\Longrightarrow$ из $\{0,1\} \otimes \{0,1\}$ в $\{0,1\}$, образованную по правилу: из истины (1) следует только истина (1), из лжи (0) – что угодно (или 0 или 1)/9/.

ничего определенного о Y сказать нельзя – взятый наугад элемент универсального множества может принадлежать или не принадлежать Y .

Исходя из такой теоретико-множественной интерпретации, можно проверить все правила силлогистики Аристотеля. В частности, это можно сделать, обосновав четыре аксиомы и три правила вывода, из которых согласно Лукашевичу /8/ может быть выведена вся логика Аристотеля. Точно так же выводятся все утверждения логики здравого смысла, обсуждаемые в следующем разделе.

Индуктивная логика, описанная Аристотелем в "Топиках", с современной точки зрения весьма несовершенна , однако представители эпикурейской школы, в частности Эпикур, Филодем, уже коснулись самого существа вопроса /7/. Эпикурейцы развивали теорию индуктивного вывода, согласно которой в качестве основы для суждений принимался ответ, а переход от познанного к непознанному достигался путем обобщения (с пренебрежением возможными вариациями в области ненаблюдаемого). Они также рассматривали умозаключение от частного к частному на основе аналогии, предлагали пользоваться методом антиципаций – выдвижение любых гипотез, не противоречащих опыту. Заслуживает внимания чисто эвристическая интерпретация Филодемом смысла условного предложения $A \Rightarrow B$, согласно которой вначале проверяется истинность всего утверждения $A \Rightarrow B$, затем проверяется истинность B , после чего либо отвергают A (modus tollens), либо A принимают (обоснование гипотезы A путем подтверждения ее следствия B). Основной недостаток логики эпикурейцев состоял в том, что они, следуя традиции 2-значной логики Аристотеля, абсолютизировали значение индуктивных выводов, приписывая им те же истинностные значения, что и дедуктивным.

Впервые ввел третье <u>промежуточное между истиной и ложью истинностное значение</u>, видимо, Боэций – наиболее выдающийся логик позднеримской – ранней средневековой эпохи. В частности, он сформулировал в виде мнемонического "логического квадрата" правило /7/, которому в современных обозначениях можно придать следующий вид. Обозначим через $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ следующие высказывания: α = (A необходимо потребовать), β = (A возможно потребовать), γ = (A не необходимо потребовать), δ = (A невозможно потребовать). Тогда имеет место утверждение:

<u>Предложение 3</u>

1) $\gamma = \sim\alpha$, $\delta = \sim\beta$,
   $\sim\gamma = \alpha$, $\sim\delta = \beta$.

2) $\alpha = 1 \Longrightarrow \beta = 1$;
   $\beta = 1 \Longrightarrow \alpha = 1, \ \gamma = 1$;
   $\gamma = 1 \Longrightarrow \beta = 1, \ \delta = 1$;
   $\delta = 1 \Longrightarrow \gamma = 1$.

Здесь I-третье, истинностное значение, удовлетворяющее условию $0 < I < 1$. Таким образом, если мы хотим оперировать модальными оттенками типа "необходимо потребовать", "возможно потребовать" и их отрицаниями (а в эвристических рассуждениях это представляется неизбежным), мы с необходимостью приходим к третьему, промежуточному между истиной и ложью, истинностному значению.

Наконец, нам понадобится четвертое истинностное значение ε, которое будет описывать изменение истинностных значений высказываний. О существовании его, видимо, догадывались уже арабские ученые. В частности, в своей теории индукции и аналогии Ибн-Сина отмечает /7/: "...аналогия может привлечь внимание или навеять сомнения, но не установить достоверность".

1.2. Элементы логики здравого смысла

Перейдем к формулировке одной простой модели неклассической логики, которая является лишь формализованным изложением правил "допустимых правдоподобных рассуждений", сформулированных Пойа /10/ на основе анализа конкретных примеров решения научных (в основном математических) проблем. Будем предполагать, что всякому высказыванию отвечает некоторый элемент дистрибутивной решетки с дополнениями или, что эквивалентно, некоторое подмножество универсального множества на диаграмме Венна. При этом примем следующую интерпретацию:

логической связке "и" отвечает пересечение соответствующих множеств,

связки "или" (понимается в неисключающем смысле) – операция теоретико-множественного объединения,

операция отрицания интерпретируется как взятие дополнения подмножества до универсального множества,

отношение логического следования $\Longrightarrow$ отвечает отношению включения $\subseteq$ для множеств,

логическая несовместимость A/B высказываний A и B интерпретируется как $A \cap B = \Phi$.

На диаграмме Венна можно задать меру *), приписывая всякому высказыванию A число $0 \leq P(A) \leq 1$, описывающее степень истинности

*) В данном случае P можно интерпретировать как вероятность реализации некоторого события /10/. Дистрибутивность решетки при этом играет важную роль. Именно невыполнение этого условия для квантовой логики /11/ приводит к необходимости введения комплексной меры (амплитуд вероятности) /12/. В теории нечетных логик существует также подход, когда $0 \leq P \leq 1$, однако выполнение аксиом теории вероятностей не предполагается /13,14/.

(правдоподобности) этого высказывания. В частности, множеству меры нуль отвечает ложное высказывание (абсолютно недостоверное событие), а все универсальное множество символизирует логическую истину с $P=1$.

Рассмотрим некоторые из предложений, обсуждавшихся в книге Пойа.

I. Фундаментальная индуктивная схема

Если из утверждения A следует утверждение B и если утверждение B истинно, то A более правдоподобно.

Доказательство. Вероятность реализации события $A \subseteq U$ возрастает, если мы переходим от всего универсального множества U к его части B, содержащей A (редукция универсального множества).

Фундаментальная индуктивная схема согласно Пойа является едва ли не самой важной логической операцией в ситуации, подобной той, что обсуждалась во введении.

2. Правило отделения (modus ponens)

Если из утверждения A следует утверждение B и если утверждение A истинно, то B также истинно.

Доказательство. $(A \Longrightarrow B) \Longleftrightarrow (A \subseteq B) \Longrightarrow (P(A) \leq P(B) \leq P(U)=1)$.

Отсюда из $P(A)=1$ имеем $P(B)=1$. Это правило мы уже обосновали в предыдущем разделе при обсуждении силлогистики Аристотеля. Оно имеет место и в математической логике, являясь там основным правилом вывода.

3. Гипотетический силлогизм (modus tollens)

Если из утверждения A следует утверждение B и если утверждение B ложно, то A также ложно.

Это правило также используется в математической логике и в свете обсуждаемой интерпретации столь же очевидно. Не останавливаясь на обосновании всех схем доказательных и правдоподобных рассуждений такого типа, сформулируем их в виде следующего утверждения.

Предложение 4. Если высказывания A и B связаны функтором материальной импликации или функтором несовместимости, то имеют место следующие правила вывода.

	Доказательная схема	Затушеванная доказательная схема	Затушеванная индуктивная схема	Индуктивная схема
I. Исследование следствия	$\dfrac{(A \Rightarrow B)=1 \quad B=0}{A=0}$	$\dfrac{(A \Rightarrow B)=1 \quad B=I-2\varepsilon}{A=I-2\varepsilon}$	$\dfrac{(A \Rightarrow B)=1 \quad B=I+2\varepsilon}{A=I+\varepsilon}$	$\dfrac{(A \Rightarrow B)=1 \quad B=1}{A=I+2\varepsilon}$
2. Исследование возможного основания	$\dfrac{(A \Leftarrow B)=1 \quad B=1}{A=1}$	$\dfrac{(A \Leftarrow B)=1 \quad B=I+2\varepsilon}{A=I+2\varepsilon}$	$\dfrac{(A \Leftarrow B)=1 \quad B=I-2\varepsilon}{A=I-\varepsilon}$	$\dfrac{(A \Leftarrow B)=1 \quad B=0}{A=I-2\varepsilon}$
3. Исследование противоречащего предложения	$\dfrac{(A/B)=1 \quad B=1}{A=0}$	$\dfrac{(A/B)=1 \quad B=I+2\varepsilon}{A=I-2\varepsilon}$	$\dfrac{(A/B)=1 \quad B=I-2\varepsilon}{A=I+\varepsilon}$	$\dfrac{(A/B)=1 \quad B=0}{A=I+2\varepsilon}$

Таблица I

Здесь в каждой клетке над чертой стоят исходные предложения вместе с их истинностными значениями (антецедент), а под чертой – логическое следствие (консеквент). Символ I характеризует промежуточную между истиной и ложью степень уверенности в истинности высказывания $0 < I < 1$, а символ ε – малое положительное число

$$\varepsilon \ll \min(I, 1-I) ,$$

характеризующее направление изменения уверенности в истинности высказывания A после получения информации об истинностном значении высказывания B. Число 2 в таблице введено условно для того, чтобы отличать более правдоподобные аргументы от менее правдоподобных, и может быть заменено любым числом $\alpha \in (1, \infty)$.

Предложение 5

Для операции логического отрицания имеет место следующая таблица истинности значений:

A	1	0	$I + \alpha\varepsilon$
$\sim A$	0	1	$I - \alpha\varepsilon$

Таблица 2

Определяя обычным образом функтор логической эквивалентности $A \Leftrightarrow B$, если и только если $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$, из предложений 4 и 5 получим как следствие следующие схемы:

$$\begin{array}{c} (A \Leftrightarrow B) = 1 \\ B = 1 \\ \hline A = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} (A \Leftrightarrow B) = 1 \\ B = I + 2\varepsilon \\ \hline A = I + 2\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} (A \Leftrightarrow \sim B) = 1 \\ B = 0 \\ \hline A = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} (A \Leftrightarrow \sim B) = 1 \\ B = I - 2\varepsilon \\ \hline A = I + 2\varepsilon \end{array}$$

Таблица 3

Пока мы считали, что основные логические функции действуют из $\{0, I \pm \alpha\varepsilon, 1\}$ в $\{0, 1\}$, хотя эта модель не вполне отвечает ситуации, обсуждаемой во введении. Действительно, оперируя приближенными атомарными высказываниями, мы имеем в общем случае лишь приближенные импликацию, эквиваленцию и отношения несовместимости (например, когда рассуждаем по аналогии, делаем умозаключение на основе качественных соображений и т.д.). Поэтому к предыдущим схемам естественно добавить некоторые другие. В частности, приписывая импликации нечеткое истинностное значение $I + \alpha\varepsilon$ (предположительная выводимость), мы можем определить отношение "аналогично" ($\sim$):

$$(A \sim B) \Longleftrightarrow (\exists H \subset U:\ (H \Rightarrow A) = I + \alpha_1\varepsilon\ ,\ (H \Rightarrow B) = I + \alpha_2\varepsilon\ ) ,$$

которое, в свою очередь, может характеризоваться разной степенью достоверности. Ослабляя отношение несовместимости $A \wedge B = 0$ до $A \wedge B = I \pm \alpha\varepsilon$, приходим естественным образом к понятию соперничающих предложений (A соперник B или $A \wr B$)[*].

<u>Предложение 6</u>. В индуктивной логике разрешены следующие схемы правдоподобных умозаключений:

$$\begin{array}{c} A \sim B = 1 \\ B = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \\ \hline A = I \pm \alpha_1\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \sim B = 1 \\ B = I \pm \beta\varepsilon \\ \hline A = I \pm \alpha_2\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \wr B = 1 \\ B = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \\ \hline A = I \mp \gamma_1\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \wr B = 1 \\ B = I \pm \beta\varepsilon \\ \hline A = I \mp \gamma_2\varepsilon \end{array}$$

Таблица 4

$$\begin{array}{c} A \Rightarrow B = 1 \\ (B \Rightarrow A) = 1 - \alpha\varepsilon \\ B = 1 \\ \hline A = 1 - \delta_2\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \Rightarrow B = 1 \\ (B \Rightarrow A) = \alpha\varepsilon \\ B = 1 \\ \hline A = I + \delta_2\varepsilon \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \Rightarrow B = 1 \\ (B \Rightarrow A) = I \\ B = 1 \\ \hline A = I + \delta_1\varepsilon \end{array}$$

Таблица 5

Здесь коэффициенты α_1, γ_1, δ_1 зависят от степени достоверности высказываний, входящих в антецедент, однако $\alpha_1 > \alpha_2$, $\gamma_1 > \delta_2$, $\delta_1 > \delta_2$, если истинностные значения первой посылки в соответствующих схемах одинаковы. Аналогично, пользуясь диаграммами Венна, можно обосновать и другие правила. В частности, ослабляя утверждение $A \Rightarrow B$ в табл.5, получим схемы с более слабым консеквентом и т.д.

Описание процесса приближения к истине в ходе правдоподобных рассуждений является отнюдь не тривиальной проблемой. Понятно, что это связано с тем, что <u>теоретическая схема при этом незамкнута</u>, – проверяя истинность атомарных высказываний, мы можем использовать новые экспериментальные и теоретические результаты, что является недопустимым в дедуктивной, в строгом смысле этого слова, теории. Таким образом, само универсальное множество U (полное информационное поле проблемы) может меняться в процессе правдоподобных рассуждений как в сторону роста (экстенсивный этап развития теории), так и в сторону уменьшения (устранение лишних элементов теории в соответствии с экспериментом или бритвой Оккама[**]).

---

* Нетрудно заметить, что отношение $A \sim B$ является ослабленным аналогом аристотелевского $A\ i\ B$, а отношения A/B, $A \wr B$, $A \Rightarrow B$ отвечают $A\ e\ B$, $A\ o\ B$, $A\ a\ B$ соответственно (см.рисунок).

** Первоначально сформулированный Оккамом принцип "...напрасно пытаться делать посредством большего то, что может быть сделано посредством меньшего" /7/ понятнее широко известной формулировки "не следует без нужды множить сущности".

В качестве примера умозаключения с нефиксированным универсальным множеством U приведем уже упоминавшееся ослабление табл.4 :

$$\frac{\begin{array}{c}(A \Rightarrow B) = 1 - \alpha_1 \varepsilon \\ (B \Rightarrow A) = 1 - \alpha_2 \varepsilon \\ B = 1\end{array}}{A = 1 - \alpha_3 \varepsilon}$$

В этом рассуждении согласно антецеденту B совпадает с универсальным множеством (так как истинностное значение B равно 1), с другой стороны, $A \notin B$ (так как $(A \Rightarrow B) = 1 - \alpha_1 \varepsilon$). Перестройка решетки будет, очевидно, продолжаться до тех пор, пока не образуется булевская структура, позволяющая построить теорию на чисто дедуктивной основе. Хотя полная уверенность в непротиворечивости системы аксиом, видимо, никогда не может быть достигнута[*] , представляет интерес рассмотреть вопрос доказательства или опровержения правдоподобного утверждения, сформулированного в рамках строгой в математическом смысле теории. Именно этот случай обсуждает Пойа /10/, такая же ситуация характерна для математической физики. При этом ε необходимо считать актуально существующим бесконечно малым (гипердействительным) числом /15/, что связано с тем, что никакое количество правдоподобных аргументов не заменяет одного доказательного рассуждения. Например, применяя фундаментальную индуктивную схему любое конечное число раз, мы не можем достичь доказательного рассуждения, откуда имеем $\varepsilon + \varepsilon + \varepsilon + \ldots \leq 1 - I$. Более того, приближение к истине согласно Пойа замедляется аналогиями, существующими между подтвержденными следствиями, что может быть сформулировано в виде следующего утверждения:

Предложение 7

Рассмотрим последовательное применение фундаментальной индуктивной схемы. Тогда имеют место следующие схемы правдоподобных рассуждений:

---

[*] Такого доказательства нет сейчас даже для аксиом арифметики. В то же время в истории науки имеются примеры, когда логические противоречия обнаруживались в, казалось бы, весьма респектабельных теориях – теории множеств (парадоксы Рассела), в квантовой электродинамике (проблема нуля заряда) и др.

$$\frac{\begin{array}{c}A \Rightarrow B_{n+1} = 1 \\ B_{n+1} = 1 \\ \forall B_i : B_{n+1} - A \,/\, B_i - A,\ i = 1, \ldots, n\end{array}}{A \to A + \varepsilon}$$	$$\frac{\begin{array}{c}A \Rightarrow B_{n+1} = 1 \\ B_{n+1} = 1 \\ \exists B_i : B_{n+1} - A \sim B_i - A,\ i = 1, \ldots, n\end{array}}{A \to A + \alpha_{n+1} \varepsilon}$$

Здесь $0 < \alpha_{i+1} < 1$, $\alpha_{i+1} < \alpha_i$, $\sum \alpha_{i+1} = 1$, $B - A$ теоретико-множественная разность.

Таблица 6

Заключение

Задача разработки "логики здравого смысла" была поставлена в конце 50-х годов в контексте проблемы создания искусственного интеллекта. До настоящего времени она не решена /16/. Рассмотренные здесь правила правдоподобных рассуждений относятся, с нашей точки зрения, именно к этой логике. Возвращаясь к теоретической ситуации по множественному рождению, обсуждавшейся во введении, мы легко обнаруживаем в ней следы обсуждавшихся схем правдоподобных рассуждений – поиск возможного основания, исследование противоречащего предположения, индуктивные обобщения и т.д. Некоторые из сформулированных здесь правил в математической логике отсутствуют, и наоборот. Например, в обычной логике нет никакого аналога фундаментальной индуктивной схемы, а закона исключения третьего нет в логике здравого смысла, причем последнее обстоятельство связано с возможностью изменения универсального множества U в ходе правдоподобных рассуждений. Также вряд ли возможно в незамкнутой теоретической схеме и доказательство от противного, так как формально-логические противоречия встречаются здесь на каждом шагу, что известно еще со времен Абеляра под названием метода " pro et contra " /7/. Среди множества " pro et contra", помимо многообразия <u>самих подходов</u>, представленных на схеме, можно заметить и многообразие <u>форм подходов</u> – описание количественное и качественное, формальное и содержательное, абстрактное и конкретное и др. Кроме фундаментальной индуктивной схемы, которая, попросту говоря, описывает взаимоотношения теории с экспериментом, среди множества правдоподобных умозаключений следует особо выделить аналогию. Возможно, сейчас <u>нет ни одной</u> области в теоретической физике, при возникновении которой не сыграла бы решающую роль та или иная аналогия ("похожесть" гравитационной и инерциальной масс, аналогия между дискретностью спектра атома и струны с закрепленными концами, между квантованными полями и системой осцилляторов, струнные теории поля, термодинамическая аналогия в евклидовской КТП, решения ОТО, описывающие инфляцию, и гидродинамика с отрицательными давлениями, ячеистая структура Вселенной и блики на воде и т.д. и т.п.).

В настоящей работе мы привели некоторые аргументы в пользу законности систем логики, отличных от общепринятой формальной, а также дали краткий математический обзор средств, необходимых для их построения. Некоторые полезные правила логики правдоподобных умозаключений, не упомянутые в настоящей работе, которые также могут быть формализованы при помощи этих средств, можно найти в книге Пойа /10/. Во второй части работы мы рассмотрим некоторую последовательность логик с нечеткими истинностными значениями, существование которой связано с квантовым соотношением неопределенности.

Литература

I. Hwa R.C. In: Workshop on Multiparticle Production. Jinan, Shandong, China, 1987.
2. Биркгоф Г. Теория решеток. "Наука", М., 1984.
3. Скорняков Л.А. Элементы теории структур. "Наука", М., 1982.
4. Салий В.Н. Решетки с единственными дополнениями. "Наука", М., 1984.
5. Гретцер Г. Общая теория решеток. "Мир", М., 1982.
6. Аристотель. Аналитики первая и вторая. Госполитиздат, М., 1952.
7. Попов П.С., Стяжкин Н.И. Развитие логических идей от античности до эпохи Возрождения. Издательство МГУ, М., 1974.
8. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. ИЛ, М., 1959.
9. Зегет В. Элементарная логика. "Высшая школа", М., 1985.
10. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. ИЛ, М., 1957.
11. Birkhoff G., J. von Neumann. Ann. of Math., 1936, v.37, p.823.
12. Фейнман Р., Хиббс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. "Мир", М., 1968.
13. Zadeh Z.A. Inf. and Cont., 1965, v.8, p.338.
14. Сб.: Нечеткие множества и теория возможности. "Радио и связь", М., 1986.
15. Успенский В.А. Что такое нестандартный анализ? "Наука", М., 1987.
16. Мичи Д., Джонстон Р. Компьютер-творец. "Мир", М., 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 марта 1989 года.