сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P5-87-848

А.К.Попов

АППРОКСИМАЦИЯ ШЕСТИ ГРУПП ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНОВ В ИМПУЛЬСНОМ РЕАКТОРЕ ОДНОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ГРУППОЙ

1987

Аналитическое исследование переходных процессов в реакторе существенно упрощается, если вместо шести групп запаздывающих нейтронов рассматривать две, а тем более одну эквивалентную. В работе /1/ для вычисления параметров двух эквивалентных групп был использован предложенный автором критерий одновременного удовлетворения трех линейных интегральных оценок качества переходного процесса при скачкообразном изменении мощности. Аппроксимация характеризовалась достаточно малой погрешностью.

В импульсном реакторе периодического действия длительность импульсов мощности на несколько порядков меньше интервалов между ними, причем практически вся энергия в реакторе выделяется именно в импульсах. Поэтому динамика импульсного реактора описывается уравнениями, связывающими значения переменных в дискретные моменты времени. При этом мощность реактора $P(t)$ представляется последовательностью импульсов, пропорциональных дельта-функциям

$$P(t) = \sum_{n=o}^{\infty} E_n \delta(t - nT_и), \qquad (1)$$

где E_n — энергия n-го импульса мощности, n — номер импульса, t — время, $T_и$ — период следования импульсов мощности. Для аналитического исследования такие уравнения менее удобны, чем уравнения, соответствующие реактору непрерывного действия. Поэтому интересно оценить возможность аппроксимации шести групп запаздывающих нейтронов одной эквивалентной для основного режима работы импульсного реактора — режима стабилизации заданного уровня мощности. Этот режим характеризуется небольшими отклонениями мощности от заданного уровня. С этой целью сравнивались переходные процессы отклонений источников запаздывающих нейтронов ΔS_Σ и ΔS от их первоначальных значений, обусловленные соответственно шестью исходными и одной эквивалентной группами, при ступенчатом изменении уровня мощности. Необходимо подчеркнуть, что в уравнения динамики входят значения источников запаздывающих нейтронов, соответствующие лишь моментам времени, непосредственно предшествующим началу развития импульсов мощности. Таким образом, сравнивались последовательности $\Delta S_{\Sigma n}$ и ΔS_n в дискретные моменты времени. Относительная доля μ и постоянная распада λ эквивалентной группы запаздывающих нейтронов вычислялись из двух условий: 1) равенства $\Delta S_{\Sigma уст}$ и $\Delta S_{уст}$ в установившемся режиме и 2) равенства суммарных экспоненциальных оценок качества $I_{e\Sigma}$ и I_e переходных процессов $\Delta S_{\Sigma n}$ и ΔS_n. Суммарные оценки в импульсных системах являются аналогами интегральных оценок, используемых в непрерывных системах.

Первое условие сводится к удовлетворению равенства

$$\mu\lambda A = \sum_{i=1}^{6} \mu_i \lambda_i A_i , \qquad (2)$$

где

$$A = \exp(-\lambda T_и)/[1 - \exp(-\lambda T_и)], \qquad (3)$$

$$A_i = \exp(-\lambda_i T_и)/[1 - \exp(-\lambda_i T_и)]. \qquad (4)$$

Здесь и далее индекс i относится к параметрам и переменным, соответствующим i-й группе запаздывающих нейтронов. Второе условие получалось следующим образом. Оценки $I_{e\Sigma}$ и I_e определялись выражениями

$$I_{e\Sigma} = T_и \sum_{n=0}^{\infty} \Delta s_{\Sigma n} \exp(-p_e n T_и), \qquad (5)$$

$$I_e = T_и \sum_{n=0}^{\infty} \Delta s_n \exp(-p_e n T_и), \qquad (6)$$

где

$$\Delta s_{\Sigma n} = \frac{\Delta S_{\Sigma\, уст} - \Delta S_{\Sigma n}}{\Delta S_{\Sigma\, уст}} = \frac{\sum_{i=1}^{6} (\Delta S_{i\, уст} - \Delta S_{in})}{\Delta S_{\Sigma\, уст}}, \qquad (7)$$

$$\Delta s_n = \frac{\Delta S_{\Sigma\, уст} - \Delta S_n}{\Delta S_{\Sigma\, уст}}, \qquad (8)$$

а $p_e \geq 0$ — вещественная величина. Суммарные оценки зависят от выбранного значения p_e. Чем p_e больше, тем относительно меньший вклад в суммарные оценки вносят последующие значения $\Delta s_{\Sigma n}$ и Δs_n по сравнению с предыдущими. Величина $\exp(-p_e n T_и)$ является, таким образом, весовым коэффициентом. Суммарная оценка (5) численно равна площади, ограниченной ступенчатой ломаной линией, показанной на рис. 1, и осями координат. То же относится и к оценке (6). Легко видеть, что сумму в выражении (5) можно рассматривать как изображение по Лапласу $\Delta s^*_\Sigma(p)$ импульсной функции $\Delta s^*_\Sigma(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta s_{\Sigma n} \delta(t - nT_и)$ при

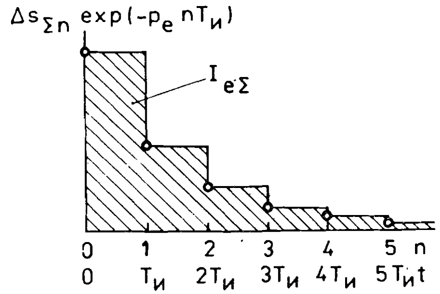

Рис. 1. Геометрическое отображение суммарной оценки качества переходного процесса $I_{e\Sigma}$. Точками помечены значения функции $\Delta s_{\Sigma n} \exp(-p_e n T_и)$. $I_{e\Sigma}$ — площадь заштрихованной фигуры.

фиксированном значении переменной Лапласа $p = p_e$. Учитывая это, оценку (5) нетрудно привести к следующему выражению:

$$I_{e\Sigma} = T_и \Delta s^*_\Sigma(p)\big|_{p=p_e} = T_и \frac{\sum_{i=1}^{6} \mu_i \lambda_i A_i \exp(p_e T_и)/[\exp(p_e T_и) - \exp(-\lambda_i T_и)]}{\sum_{i=1}^{6} \mu_i \lambda_i A_i}. \qquad (9)$$

Аналогично получается выражение и для оценки (6). В результате второе условие сводится к удовлетворению равенства

$$\frac{\mu\lambda A}{\exp(p_e T_и) - \exp(-\lambda T_и)} = \sum_{i=1}^{6} \frac{\mu_i \lambda_i A_i}{\exp(p_e T_и) - \exp(-\lambda_i T_и)}. \qquad (10)$$

Из уравнений (2) и (10) вычислены значения μ и λ для разных значений $T_и$ и p_e. Значение p_e для удобства выражалось в долях от обратной величины суммарной оценки $I_o = I_{e\Sigma}\big|_{p_e = 0}$ согласно формуле

$$p_e = q/I_o, \qquad (11)$$

где $q \geq 0$ — задаваемый параметр весового коэффициента,

$$I_o = T_и \sum_{i=1}^{6} \frac{\mu_i \lambda_i A_i}{1 - \exp(-\lambda_i T_и)} \Big/ \sum_{i=1}^{6} \mu_i \lambda_i A_i . \qquad (12)$$

Были приняты следующие значения параметров шести групп запаздывающих нейтронов: μ_i — 0,038; 0,28; 0,216; 0,328; 0,103; 0,035; λ_i — соответственно 0,0129; 0,0311; 0,134; 0,331; 1,26; 3,21 (случай деления Pu^{239} быстрыми нейтронами /2/). Для разных значений параметра q вычислены параметры μ и λ. Для каждой вычисленной пары μ и λ определены последовательности значений Δs_n, которые сравнивались со значениями $\Delta s_{\Sigma n} = \sum_{i=1}^{6} \Delta s_{in}$, соответствующими шести группами запаздывающих нейтронов. Номера импульсов n изменялись от 0 до N, причем номер N выбирался так, чтобы значение $\Delta s_{\Sigma N}$ составляло менее 5% от начального значения $\Delta s_{\Sigma 0}$, т.е. номер N выбирался из условий $\Delta s_{\Sigma (N-1)} \geq 0{,}05$ и $\Delta s_{\Sigma N} < 0{,}05$. Для каждой пары μ и λ вычислены среднеквадратическая ошибка аппроксимации

$$\delta_s^{\sqrt{}} = \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} (\Delta s_n - \Delta s_{\Sigma n})^2}, \tag{13}$$

а также наибольшее значение положительной ошибки

$$\delta_s^{+} = (\Delta s_n - \Delta s_{\Sigma n})_{max} \tag{14}$$

и наибольшее по модулю значение отрицательной ошибки

$$\delta_s^{-} = [-(\Delta s_n - \Delta s_{\Sigma n})]_{max} . \tag{15}$$

Результаты расчета для двух значений периода следования импульсов мощности $T_и = 0{,}02$ с и $T_и = 1$ с приведены на рис. 2. Из него видно, что μ и $\delta_s^{\sqrt{}}$ достаточно слабо зависят от параметра q, чего нельзя сказать о наибольших значениях ошибок δ_s^+ и δ_s^-. В связи с этим можно рекомендовать выбирать те значения μ и λ, при которых ошибки δ^+ и δ^- равны. На рис. 3 для различных значений $T_и$ показаны значения μ и λ, выбранные из этого условия равенства наибольших ошибок, и дана соответствующая этому случаю наибольшая ошибка аппроксимации $\delta_s^{=} = \delta_s^+ = \delta_s^-$. Видно, что с увеличением $T_и$ значения μ и λ, а также $\delta_s^{=}$ уменьшаются. С уменьшением $T_и$ рост μ, λ и $\delta_s^{=}$ замедляется. Очевидно, что предельные значения μ и λ при $T_и \to 0$ соответствуют реактору непрерывного действия, поскольку, как известно, при $T_и \to 0$ уравнения непрерывной и импульсной систем совпадают.

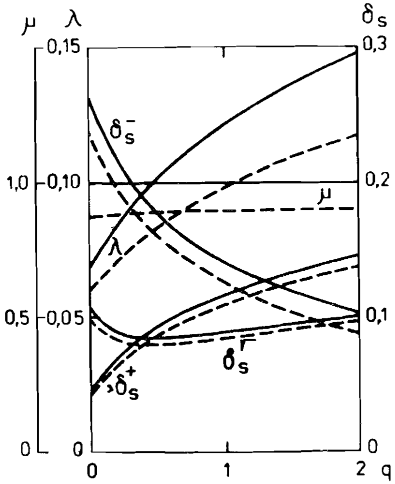

Рис. 2. Зависимость эквивалентных значений μ и λ, а также ошибок аппроксимации $\delta_s^{\sqrt{}}$, δ_s^+, δ_s^- от параметра весового коэффициента q при двух значениях периода следования импульсов мощности $T_и$. Сплошные линии соответствуют $T_и = 0{,}02$ с, пунктирные – $T_и = 1$ с.

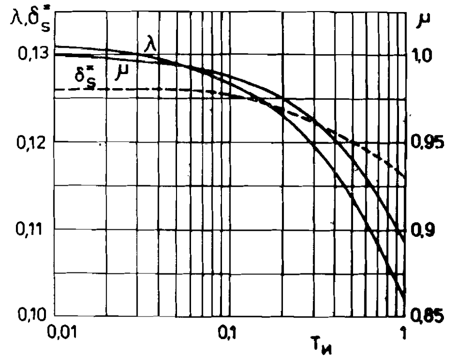

Рис. 3. Зависимость эквивалентных значений μ и λ, выбранных из условия равенства наибольших ошибок аппроксимации $\delta_s^{=} = \delta_s^+ = \delta_s^-$, а также самой ошибки $\delta_s^{=}$ от периода следования импульсов мощности $T_и$, с.

Из рис. 3 следует, что при $T_и = 0{,}2$ с, а это соответствует основному режиму работы реактора ИБР-2, параметры одной эквивалентной группы запаздывающих нейтронов следует принять равными $\mu = 0{,}975$, $\lambda = 0{,}123$ с$^{-1}$, значение постоянной времени эквивалентной группы $T = 1/\lambda = 8{,}13$ с. Наибольшее значение ошибки аппроксимации при этом $\delta_s^{=} = 0{,}124$. Среднеквадратическое значение ошибки, вычисленное для этого случая, равно $\delta_s^{\sqrt{}} = 0{,}091$. Если же выбирать μ и λ из условия минимума $\delta_s^{\sqrt{}}$, то при $T_и = 0{,}2$ с следует принять $\mu = 0{,}972$, $\lambda = 0{,}095$ с$^{-1}$, $T = 1/\lambda = 10{,}5$ с. При этом $\delta_s^{\sqrt{}} = 0{,}083$, $\delta_s^+ = 0{,}089$, однако $\delta_s^- = 0{,}177$, что заметно выше, чем в предыдущем варианте.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Попов А.К. Сообщение ОИЯИ Р5-84-282, Дубна, 1984.*
2. *Кипин Дж.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1967.*

Рукопись поступила в издательский отдел
30 ноября 1987 года.