

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P5-87-155

О.К.Пашаев, Ф.Х.Хакимов*, Х.Т.Холмурадов*

ДИФРАКЦИЯ СОЛИТОНА
В НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОКУСИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Направлено в журнал
"Известия АН Таджикской ССР"

* Таджикский государственный университет
им. В.И.Ленина, Душанбе

1987

1. Среди многочисленных приложений нелинейного уравнения Шредингера (НУШ), в последнее время значительный интерес представляют теоретические и экспериментальные исследования солитонов в волоконных световодах (ВС) [1]. Теоретически возможность формирования солитонов в ВС на основе НУШ была предсказана в [2], а ее экспериментальная реализация в области "аномальной" дисперсии групповой скорости $\partial^2 \omega / \partial k^2 < 0$ - в одномодовом ВС в [3]. Точная компенсация дисперсионного уширения импульсов нелинейным самосжатием позволяет использовать солитон в качестве носителя информации в ВС со значительным увеличением скорости ее передачи на большие расстояния [1]. Наряду с аномальным режимом, в работе [2] была рассмотрена также возможность формирования "темных" солитонов в режиме с нормальной групповой скоростью $\partial^2 \omega / \partial k^2 > 0$. Результаты экспериментального наблюдения распространения нелинейного импульса в одномодовом ВС для нормального режима были представлены в [4]. Для передачи информации в ВС предпочтение отдается многосолитонным конфигурациям, исключая переход в линейный режим с существенным подавлением дисперсии [5]. В связи с этим большой интерес представляют вопросы генерации n -солитонных решений НУШ из заданного импульса. Для простейшего случая - прямоугольной ямы - эта задача сводится к задаче о Фраунгоферовской дифракции плоской монохроматической волны на полосе в нелинейной дефокусирующей среде. Ее решение было дано Захаровым и Шабатом [6], на основе решения вспомогательной линейной задачи

$$\Psi_{1x} + i \lambda \Psi_1 = i u^*(x, z) \Psi_2 \quad (1)$$

$$\Psi_{2x} - i \lambda \Psi_2 = -i u(x, z) \Psi_1$$

для НУШ отталкивающегося типа

$$i u_z + u_{xx} - 2(|u|^2 - 1)u = 0. \quad (2)$$

Поле дифрагирующей плоской волны единичной амплитуды на полосе полуширины a , расположенной в плоскости $z=0$, задается условием

$$u(x, z=0) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ 1, & |x| > a, \end{cases} \quad (3)$$

где z - продольная, x - поперечная координаты падающей волны. Сшивая решения (1) при условии (3), авторы [6] получили характеристическое уравнение на собственные значения λ :

$$\cos 2 \lambda a = \pm \lambda. \quad (4)$$

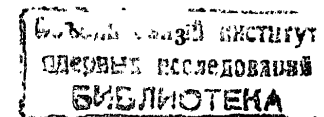
Его решениям $\lambda = \lambda(a)$ соответствуют зоны частичной тени, описываемые "темными" солитонами и распространяющиеся по прямым в плоскости (x, z) под углом $\varphi_n = \arctg 2 \lambda_n(a)$ по отношению к направлению z падающей волны. Число солитонов всегда четно и при больших a растет как $\frac{2a}{\pi}$. Если на пути какого-либо из образовавшихся солитонов расположена полоса, то мы приходим к задаче о дифракции солитона.

2. В настоящей работе рассматривается задача о дифракции солитона на полосе полуширины a , поле которого в плоскости полосы $z=0$ имеет вид:

$$u(x, z=0) = \begin{cases} 0, & |x| < a \\ 1 + \frac{i \nu_0}{\lambda_0 - i \nu_0} (1 - \text{th } \nu_0 x), & |x| > a, \end{cases} \quad (5)$$

где $\nu_0 = \sqrt{1 - \lambda_0^2}$ - обратная ширина солитона.

Параметр λ_0 определяет также угол $\varphi_0 = \arctg 2 \lambda_0$, под которым распространяется солитон по отношению к направлению падающей волны. Угол падения солитона не может быть больше $\arctg 2$.



При $\lambda_0 \rightarrow \pm 1$ ($\nu_0 \rightarrow 0$) солитон исчезает, и мы возвращаемся к случаю (3) дифракции плоской волны.

Используя односолитонные решения Йоста линейной задачи (I), получим выражения для волновых функций внутри и вне полосы полуширины d в виде:

$$\Psi_I = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\lambda x} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\lambda x}, \text{ при } |x| < d,$$

$$\Psi_{II} = c_3 \begin{pmatrix} (\lambda - i\nu) - \frac{\nu_0 [(\lambda - i\nu) + (\lambda_0 - i\nu_0)]}{(\nu_0 + \nu)[1 + \exp(2\nu_0 x)]} \\ 1 - \frac{\nu_0 [1 + (\lambda_0 + i\nu_0)(\lambda - i\nu)]}{(\nu_0 + \nu)[1 + \exp(2\nu_0 x)]} \end{pmatrix} e^{-\nu x}, \text{ при } x > d,$$

$$\Psi_{III} = c_4 \begin{pmatrix} 1 - \frac{\nu_0 [1 + (\lambda_0 - i\nu_0)(\lambda - i\nu)]}{(\nu_0 - \nu)[1 + \exp(2\nu_0 x)]} \\ (\lambda - i\nu) - \frac{\nu_0 [(\lambda - i\nu) + (\lambda_0 + i\nu_0)]}{(\nu_0 - \nu)[1 + \exp(2\nu_0 x)]} \end{pmatrix} e^{\nu x}, \text{ при } x < -d,$$

где $\nu = \sqrt{1 - \lambda^2}$.

Сшивая эти решения по непрерывности в точках $x = \pm d$, получим трансцендентное уравнение на собственные значения $\lambda = \lambda(\lambda_0, d)$:

$$\cos 2\lambda d = \pm \frac{\lambda + f_1}{\sqrt{1 + f_2}}, \quad (6)$$

где $f_1(\lambda, \lambda_0, d) = \frac{\nu_0(\lambda_0 + \lambda)}{2(\nu_0^2 - \nu^2)} [\nu_0(1 + \text{th}^2 \nu_0 d) - 2\nu_0 \text{th} \nu_0 d]$.

$$f_2(\lambda, \lambda_0, d) = f_1(f_1 + 2\nu_0^2 \lambda) + g(g - 2\nu_0^2 \nu);$$

$$g(\lambda, \lambda_0, d) = \frac{\nu_0}{(\nu_0^2 - \nu^2)} [2\nu_0 \nu + (\nu_0^2 + \nu^2) \text{th} \nu_0 d].$$

Функции f_1 и f_2 связаны с солитонной модуляцией плоской волны. При $\lambda_0 \rightarrow \pm 1$ или $\nu_0 \rightarrow 0$, $f_1, f_2 \rightarrow 0$ и уравнение (6) переходит в уравнение (4) для дифракции плоской волны.

Трансцендентное уравнение (6) было решено численно на ЭВМ. В отличие от плосковолновой дифракции [6], дифракция солитона

зависит от угла $\varphi_0 = \arctg 2\lambda_0$, под которым солитон падает к плоскости полосы $z=0$. Расчеты проводились при $|\lambda| \leq 1$ и фиксированных значениях $|\lambda_0| \leq 1$ и $d \geq 1$.

Анализ численных результатов показывает, что при значениях полуширины $d > 1$ дифракционная картина солитона обнаруживает качественное совпадение с дифракцией плоской волны. А именно, число порождаемых пар солитонов не меняется, и результат солитонной модуляции сказывается на изменении интенсивности зон частичной тени и угла их распространения в плоскости (x, z) . Солитоны рождаются парами, распространяющимися под углами $\varphi_n = \pm \arctg 2\lambda_n$. Отметим, что как дифрагирующий, так и возникающие солитоны могут распространяться лишь под углами $|\varphi| < \arctg 2$.

Существенные различия в дифракции солитона и плоской волны обнаружены нами при $d = 1$.

При значениях $\lambda_0 \approx 0,95$ за полосой возникает две пары солитонов. Если угол падения солитона меняется так, что $0,8 < \lambda_0 < 0,95$, за полосой одна из пар солитонов раздваивается, и возникает 3 пары (см. рис.1). Слияние двух пар корней в точке $\lambda_0 = 0,8$ приводит опять к дифракционной картине из двух пар солитонов (случай касания кривых на рис.1). В области $0 < \lambda_0 < 0,8$ мы будем иметь всего лишь одну пару солитонов (см. рис.2), как и в плосковолновом случае. Таким образом при $\lambda_0 \approx 0,95$ и $\lambda_0 \approx 0,8$ четко прослеживаются пороги рождения 1 и 3 пар солитонов, при фиксированной полуширине полосы d , с числом пар на пороге, равным 2.

При отрицательных значениях $-1 < \lambda_0 < 0$ картина дифракции солитона качественно сохраняется, приводя к лишь небольшим сдвигам значений порогов образования пар солитонов.

На рисунках 1 и 2 изображены графики функций $z_1 = \cos 2\lambda d$ (сплошная линия), $z^2 = \frac{\lambda + f_1}{\sqrt{1 + f_2}}$ (штрихованная линия) и $z_3 = \lambda$ (штрих-пунктирная линия) при $\lambda_0 = 0,85$ и $\lambda_0 = 0,7$ соответствен-

но (вторая ветвь графика $z_2 = -\frac{\lambda + f_1}{\sqrt{1+f_2}}$ для простоты опущена, т.к. она порождает симметричные корни λ_n).

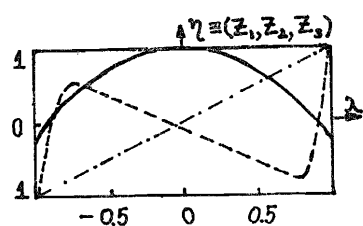


Рис.1.

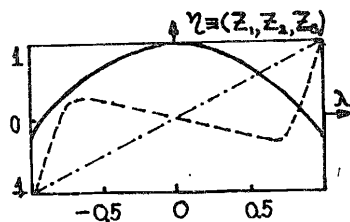


Рис.2.

В заключение авторы выражают благодарность В.Г.Маханькову за интерес к работе.

Литература

1. A.Hasegawa, Y.Kodama. Proc. IEEE, 1981, v.69, p.1145.
2. A.Hasegawa, F.Tappert. Appl. Phys. Lett., 1973, v.23, №3, p.142; v.23, №4, p.171.
3. L.F.Mollenauer, R.H.Stolen, J.P.Gordon. Phys. Rev. Lett., 1980, 45, p.1095.
4. H.Nakatsuka, D.Grischkowsky, A.C.Bolant. Phys. Rev. Lett., 1981, 47, p.910. B.P.Nelson, D.Cotter, K.J.Blow, N.J.Doran. Optics Comm. 1983, 48, №4, p.292.
5. N.J.Doran, K.J.Blow. IEEE J. of Quant. El. 1983, QE-19, p.1883.
6. В.Е.Захаров, А.Б.Шабат, ЖЭТФ, 1973, 64, с.1627.
7. В.Г.Маханьков, О.К.Пашаев, С.А.Сергеенков. ОИЯИ, P2-83-186, Дубна, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1987 года.

Пашаев О.К., Хакимов Ф.Х.,
Холмуродов Х.Т.

P5-87-155

Дифракция солитона в нелинейной дефокусирующей среде

Исследована задача дифракции плоской монохроматической волны, модулированной "темным" солитоном, на полосе в нелинейной дефокусирующей среде. Проведен численный анализ характеристического уравнения и изучены особенности дифракции солитона по сравнению с дифракцией плоской волны. Найдены пороговые значения угла падения солитона для образования 2, 4 и 6 солитонов при фиксированной полуширине полосы $d = 1$.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Pashaev O.K., Khakimov Ph.Kh.,
Kholmurodov Kh.T.

P5-87-155

The Soliton Diffraction in a Nonlinear
Defocusing Medium

The problem of the diffraction of monochromatic plane waves, which are modulated by the dark soliton, on a strip of nonlinear medium is investigated. The numerical analysis for a characteristic equation describing the soliton diffraction is carried out and the peculiarities of the soliton diffraction relatively to the plane wave one are studied. The threshold values of the soliton incident angles leading to a formation of 2, 4 and 6 solitons under the fixed strip width $d = 1$ are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.
Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987