

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P5-86-748

С.П.Радев, Р.Т.Йорданов *

**НЕЛИНЕЙНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
КАПИЛЛЯРНОЙ СТРУИ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ
С КООКСИАЛЬНЫМ СЛОЕМ
НЕСМЕШИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ**

* Софийский Университет им. Кл. Охридского

ВВЕДЕНИЕ

Составные (двухслойные) капиллярные струи, состоящие из ядра, взаимодействующего с коаксиальным слоем несмешивающейся жидкости, представляют интерес с точки зрения управления устойчивостью таких течений и получения капель заданных размеров и структуры.

Линейный анализ неустойчивости составных струй^{/1,2/} дает возможность выявить три характерных типа потери устойчивости: а) одновременный распад ядра и слоя и образование капель, содержащих жидкие ядро и сферическую оболочку; б) более быстрое разрушение ядра струи на капли, увлекаемые жидкостью слоя; в) соприкосновение внешней межфазной поверхности с внутренней, предшествующее первым двум формам распада. В то время как формы (а) и (б) наблюдались экспериментально в^{/3/}, форма (в) определена пока только из теоретического анализа. Для ее выявления необходимо жидкость слоя подобрать таким образом, чтобы ее плотность была меньше, чем плотность ядра, а поверхностное натяжение на внутренней поверхности — много меньше натяжения на внешней.

Однако, как показывают эксперименты, образующиеся капли неоднородны по размерам: большие основные капли чередуются с вторичными, меньших диаметров. Это говорит о том, что на определенных стадиях развития возмущений в струе возбуждаются высшие гармоники и процесс распада становится нелинейным. Взаимодействие отдельных гармоник между собой приводит к перераспределению энергии возмущений между ними, к искажению формы межфазных поверхностей по сравнению с определяемой из линейной теории и, в результате, к отрыву капель-сателлитов, перемежающихся с основными каплями.

Настоящая работа посвящена задаче о нелинейном развитии возмущений в составной струе. В отличие от^{/4/} снято предположение о малости начальной амплитуды возмущения. Метод рядов Фурье применяется к исходной системе уравнений движения ядра и коаксиального слоя, записанной в одномерном приближении^{/2,5/}. Нелинейные эффекты исследуются главным образом с точки зрения воздействия слоя на течение в ядре.

Наиболее существенное влияние на форму распада струи оказывают волновое число возмущений и безразмерные отношения поверхностных натяжений и плотностей ядра и слоя. Как правило, потеря устойчивости струи происходит из-за распада ядра на капли

(типа (а)), причем в длинноволновом диапазоне имеет место образование вторичных капель-сателлитов. При достаточно больших поверхностных натяжениях слоя можно добиться одновременного распада ядра и слоя на капли со сферической оболочкой. При одновременном уменьшении плотности слоя появляется новая форма потери устойчивости типа (в).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим течение осесимметричной капиллярной струи радиуса h_2 , включающей центральное ядро радиуса h_1 , взаимодействующее с коаксиальным слоем несмешивающейся жидкости (см. рис. 1).

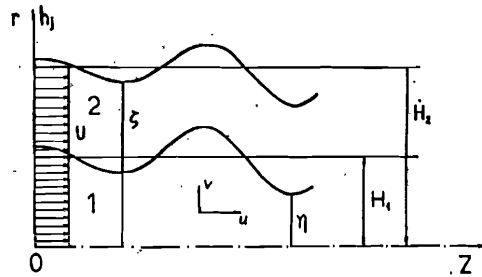


Рис. 1. Конфигурация составной струи.

Будем считать, что пространство вокруг оси занято вязким газом постоянной плотности и давления. Из приведенных в [3] фотографий видно, что в реальных условиях движение составной струи имеет нестационарный волновой характер: на обеих межфазных поверхностях возникают бегущие волны с возрастающей амплитудой. Для простоты при изучении волнового течения струи

будем пренебрегать влиянием вязких и массовых сил. Кроме того, аналогично однослойным капиллярным струям в уравнениях движения будем пренебрегать зависимостью аксиальной скорости и давления от радиальной координаты. Это означает, что мы будем пользоваться одномерными нестационарными уравнениями движения, подробно выписанными в [2]. Для наших дальнейших целей удобно ввести в эти уравнения новые независимые переменные

$$t = t, \quad \xi = az - \omega t, \quad (1)$$

где a и ω — заданные положительные числа, смысл которых уточним ниже. В общем случае при помощи (1) осуществляется переход к подвижной координатной системе, имеющей скорость ω/a . В этой системе одномерные уравнения движения принимают вид

$$u_{1t} = (\omega - au_1)u_{1\xi} + 2aWe^{-1}[h_1^{-2}h_{1\xi\xi} + a^2h_{1\xi\xi\xi} + T_0(h_2^{-2}h_{2\xi\xi} + a^2h_{2\xi\xi\xi})],$$

$$h_{1t} = (\omega - au_1)h_{1\xi} - \frac{1}{2}ah_1u_{1\xi},$$

$$u_{2t} = (\omega - au_2)u_{2\xi} + 2aWe^{-1}T_0\rho_0^{-1}(h_2^{-2}h_{2\xi\xi} + a^2h_{2\xi\xi\xi}), \quad (2)$$

$$h_{2t} = (\omega - au_2)h_{2\xi} - \frac{1}{2}ah_2u_{2\xi} + \frac{1}{2}a\frac{h_1^2}{h_2}(u_{2\xi} - u_{1\xi}) + a\frac{h_1}{h_2}(u_2 - u_1)h_{1\xi},$$

где нижними индексами t и ξ обозначено дифференцирование по этим переменным, а индексы $j = 1, 2$ введены для гидродинамических величин в ядре и слое соответственно. Уравнения (2) приведены к безразмерному виду, при этом в качестве масштабов использованы некоторые характерные значения невозмущенного радиуса H_* и невозмущенной скорости U_* ядра струи. Для краткости через $T_0 = T_2/T_1$ обозначено отношение поверхностных натяжений на обеих фазовых границах, а через $\rho_0 = \rho_2/\rho_1$ — отношение плотностей жидкостей струи. Число Вебера $We = 2\rho_1H_*U_*^2/T_1$ соответствует параметрам ядра, что делает систему (2) более пригодной для исследования влияния слоя на распространение возмущений в ядре.

В стационарных условиях ($\partial/\partial t = 0$) уравнения движения (2) имеют очевидное решение

$$u_j = U_j, \quad h_j = H_j, \quad (3)$$

в котором постоянные H_j и U_j интерпретируются как невозмущенные значения радиусов и скоростей ядра и слоя. Физически (3) описывает течение цилиндрической составной струи с цилиндрическим ядром и однородными (плоскими) профилями скорости в ядре и слое. Для общности можно принять $U_1 \neq U_2$, допуская возможность тангенциального разрыва скоростей на внутренней межфазной поверхности. Ниже удобно размерные значения радиуса и скорости невозмущенного ядра H_1 и U_1 использовать как характерные масштабы:

$$U_* = \overset{\circ}{U}_1, \quad H_* = \overset{\circ}{H}_1. \quad (4)$$

Безразмерное отношение радиуса ядра к полному радиусу струи обозначим через δ . Тогда по определению

$$H_1 = 1, \quad H_2 = \delta^{-1}, \quad U_1 = 1, \quad U_2 = \overset{\circ}{U}_2/\overset{\circ}{U}_1. \quad (5)$$

Когда амплитуда возмущений достаточно мала, уравнения движения (2) можно линеаризовать, записывая искомое решение в виде

$$u_1 = U_1 + v, \quad u_2 = U_2 + w, \quad h_1 = \eta = H_1 + \tilde{\eta}, \quad h_2 = \zeta = H_2 + \tilde{\zeta} \quad (6)$$

и пренебрегая квадратичными по отношению к $v, w, \tilde{\eta}$ и $\tilde{\zeta}$ членами. В [2] показано, что амплитуда линейных волн возрастает экспоненциально:

$$f = \bar{f} e^{-iaqt} e^{-i\xi}, \quad f = (v, w, \tilde{\eta}, \tilde{\zeta}), \quad (7)$$

с коэффициентом нарастания aq , где q — корень дисперсионного уравнения с положительной мнимой частью:

$$q^4 + q^2 We^{-1} [1 - a^2 + T_0(\rho_0 \delta)^{-1} (1 - \delta^2)(\delta^2 - a^2) + \delta T_0(\delta^2 - a^2)] + We^{-2} T_0(\rho_0 \delta)^{-1} (1 - a^2)(1 - \delta^2)(\delta^2 - a^2) = 0. \quad (8)$$

Заметим, что формально q является собственным числом линейризованной задачи.

Уравнение (8) записано для частного случая однородного профиля скорости во всей струе $U_1 = U_2$. Отметим, что в (7) и (8) a — это волновое число, а ω — угловая частота малых возмущений. В рассматриваемом частном случае возмущения распространяются со скоростью невозмущенного течения, и, следовательно, они будут покоиться в системе отсчета (1) с $\omega/a = 1$. В ^{1/2} найдено, что в волновом диапазоне $0 < a < \delta$ дисперсионное соотношение допускает два семейства линейных волн с возрастающими амплитудами, т.е. две неустойчивые моды, а при $\delta < a < 1$ — одну неустойчивую моду.

Из-за экспоненциального роста амплитуд возмущений нелинейные члены системы (2) становятся существенными, а линейное решение (7), (8) — неприменимым к более поздним стадиям волнового течения струи. Таким образом, возникает задача о прослеживании развития во времени начального возмущения заданной формы (например, типа (7)) и длины волны $\lambda = 2\pi/a$.

2. МЕТОД РЯДОВ ФУРЬЕ

К одномерным уравнениям движения однослойной капиллярной струи этот метод применялся в ^{5/}, а к двухслойной — в ^{4/}. Идея метода заключается в отыскании решения одномерных уравнений движения в виде ряда, состоящего из основной (главной) гармоники (с заданной длиной волны λ) и ее кратных (высших) гармоник с неизвестными амплитудами, зависящими от времени:

$$f = f_0 + f_1 e_- + f_1^* e_+ + f_2 e_{-2} + f_2^* e_{2+} + \dots \quad (9)$$

Сокращенно

$$e_{\pm} = e^{\pm i\xi}, \quad e_{\pm 2} = e^{\pm 2i\xi}, \quad (10)$$

и через f обозначена любая из величин v, w, η, ζ ; обозначение f^* введено для комплексно-сопряженной функции f .

Подставляя в (2) и приравнивая выражения перед одинаковыми степенями $e^{\pm im\xi}$ ($m=0,1,2$), получим последовательно уравнения для производных по времени от амплитудных функций. Имеем для v :

$$\begin{aligned} v'_0 &= 0, \\ iv'_1 &= (\omega - aU_1)v_1 - av_1^*v_2 + a\hat{\sigma}_1[(\eta_0^{-2} - a^2)\eta_1 + \\ &+ (3\eta_0^{-4}\eta_1^2\eta_1^* - 2\eta_0^{-3}\eta_1^*\eta_2)] + a\rho_0\hat{\sigma}_2[(\zeta_0^{-2} - a^2)\zeta_1 + (3\zeta_0^{-4}\zeta_1^2\zeta_1^* - 2\zeta_0^{-3}\zeta_1^*\zeta_2)], \\ iv'_2 &= 2(\omega - aU_1)v_2 - av_1^2 + a\hat{\sigma}_1[2(\eta_0^{-2} - 4a^2)\eta_2 - 2\eta_0^{-3}\eta_1^2] + \\ &+ a\rho_0\hat{\sigma}_2[2(\zeta_0^{-2} - 4a^2)\zeta_2 - 2\zeta_0^{-3}\zeta_1^2], \end{aligned} \quad (11)$$

где $\hat{\sigma}_1 = 2/We$, $\hat{\sigma}_2 = 2T_0\rho_0^{-1}/We$; для ζ :

$$\begin{aligned} i\zeta'_0 &= \frac{1}{2}a(w_1\zeta_1^* - w_1^*\zeta_1) + \frac{1}{2}a\eta_0^2\zeta_0^{-2}(\zeta_1a_1^* - \zeta_1^*a_1) + \\ &+ a\eta_0\zeta_0^{-2}A(\eta_1^*\zeta_1 - \eta_1\zeta_1^*), \\ i\zeta'_1 &= (\omega - aU_2)\zeta_1 - \frac{1}{2}a\zeta_0w_1 - \frac{3}{2}a\zeta_2w_1^* + a\eta_0\zeta_0^{-1}A\eta_1 + \frac{1}{2}a\eta_0^2\zeta_0^{-1}a_1 + \\ &+ aA(2\eta_0\zeta_0^{-3}\eta_1\zeta_1\zeta_1^* - 2\eta_0\zeta_0^{-2}\zeta_1^*\eta_2 - \zeta_0^{-2}\eta_1^2\zeta_1^* + \zeta_0^{-1}\eta_1^*\eta_2 - \\ &- \eta_0\zeta_0^{-3}\eta_1^*\zeta_1^2 + \eta_0\zeta_0^{-2}\eta_1^*\zeta_2) + a(\eta_0\zeta_0^{-1}\eta_1^*a_2 + \eta_0\zeta_0^{-1}\eta_2a_1^* - \\ &- \eta_0\zeta_0^{-2}\eta_1\zeta_1a_1 - 2\eta_0\zeta_0^{-2}\eta_1\zeta_1^*a_1^* + \frac{1}{2}\zeta_0^{-1}\eta_1^2a_1^* + \eta_0^2\zeta_0^{-3}\zeta_1\zeta_1^*a_1 - \\ &- \eta_0^2\zeta_0^{-2}\zeta_1^*a_2 + \eta_0\zeta_0^{-2}\eta_1\zeta_1a_1^* - \zeta_0^{-1}\eta_1\eta_1^*a_1 - \frac{1}{2}\eta_0^2\zeta_0^{-3}\zeta_1^2a_1^* + \\ &+ \frac{1}{2}\eta_0^2\zeta_0^{-2}\zeta_2a_1^*), \\ i\zeta'_2 &= 2(\omega - aU_2)\zeta_2 - a\zeta_0w_2 - \frac{3}{2}a\zeta_1w_1 + 2a\eta_0\zeta_0^{-1}A\eta_2 + \end{aligned}$$

$$a \eta_0^2 \zeta_0^{-1} a_2 + a (2 \eta_0 \zeta_0^{-1} \eta_1 a_1 - \frac{1}{2} \eta_0^2 \zeta_0^{-2} \zeta_1 a_1) + a A (\zeta_0^{-1} \eta_1^2 - \eta_0 \zeta_0^{-2} \eta_1 \zeta_1);$$

где $A \equiv U_2 - U_1$, $a_m = w_m - v_m$ ($m = 1, 2$).

Уравнения для производных от амплитудных функций w получаются из (11) подстановкой

$$U_1 \rightarrow U_2, \quad v_m \rightarrow w_m, \quad \hat{\sigma}_1 \rightarrow 0, \quad \rho_0 \rightarrow 1; \quad (13)$$

а для амплитудных функций — из (12) посредством

$$U_1 \rightarrow U_2, \quad w_m \rightarrow v_m, \quad \zeta_m \rightarrow \eta_m, \quad A \rightarrow 0, \quad a_m \rightarrow 0. \quad (14)$$

Равенства (11) — (14) образуют систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для комплексных амплитуд f_m . Первые уравнения (11) и (13) имеют очевидные решения

$$v_0 = U_1, \quad w_0 = U_2 \quad (15)$$

и выражают тот факт, что средние скорости нестационарных течений не искажаются нелинейными взаимодействиями. Если в (11) — (14) отбросим нелинейные члены, то эта система распадается на независимые группы линейных уравнений для определения главной f_1 и кратной f_2 гармоник. Что касается η_0 и ζ_0 , то в данном случае имеем

$$\eta_0 = N_1, \quad \zeta_0 = N_2. \quad (16)$$

При $f_2 \equiv 0$ приходим к линейному решению типа (7), (8).

Для однозначного решения системы (11) — (14) необходимо задать начальные условия для каждой из комплексных амплитуд. Один вариант таких условий получим, если в начальный момент $t = 0$, наряду с (16), зададим ненулевые значения только для η_1 и ζ_1 :

$$\eta_1(0) = \eta_{10} > 0, \quad \zeta_1(0) = \zeta_{10} > 0. \quad (17)$$

В соответствии с (9) при помощи (16) и (17) в начальный момент на невозмущенные поверхности составной струи накладываются гармонические возмущения их толщин с амплитудами η_{10} и ζ_{10} . В последующие моменты времени форма поверхностей и распределение скоростей в рамках одной длины волны будут определяться из (11) — (14). Для малых времен и начальных амплитуд возмущения в струе будут развиваться согласно линеаризованной системе (11) — (14). Ее фундаментальное решение является линейной комбинацией четырех линейно-независимых решений типа (7), (8). Отсюда видно, что условия задачи можно подобрать таким образом, чтобы они соответствовали одной из возрастающих мод. Для этого из линеаризованной системы нужно найти собственный вектор $(\bar{v}, \bar{w}, \bar{\eta}_1, \bar{\zeta}_1)$,

соответствующий данной, например наиболее быстро возрастающей, моде. При фиксированном собственном числе q координаты собственного вектора легко выразить, например, через $\bar{\eta}_1$. Задаваясь начальным значением η_{10} , можно вычислить начальные амплитуды v, w и ζ , к которым нужно добавить (16); для оставшихся амплитуд запишем нулевые начальные значения. Построенные таким образом начальные условия для системы (11) — (14) будем называть согласованными с наиболее быстро растущей модой.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В численных расчетах, изображенных ниже на рисунках, некоторые из безразмерных параметров задачи остаются фиксированными: $We = 50$, $\delta = 0,5$; применяются начальные условия с фиксированной амплитудой $\eta_{10} = 0,01$, согласованные с большей модой.

Из линейного анализа устойчивости составной струи /6/ известно, что влияние коаксиального слоя на коэффициент нарастания возмущений проявляется главным образом через безразмерное отношение T_0 поверхностных натяжений на обеих фазовых границах. В коротковолновом диапазоне добавление слоя к ядру приводит к стабилизации возмущений в струе, а в длинноволновом диапазоне — к обратному эффекту. На рис. 2,3 при фиксированном волновом числе эффект слоя прослеживается на конечной стадии распада струи. На рис. 2а,б,в волновое число выбрано в длинноволновом диапазоне ($a = 0,3$), а форма струи перед распадом показана для трех характерных значений параметра T_0 . В первом случае $T_0 \ll 1$ возмущения в ядре развиваются, как в изолированной струе, не испытывая влияния слоя. С возрастанием T_0 начинает сказываться дестабилизирующее воздействие слоя на волновое движение струи. Эффект стабилизации заметен на внешней поверхности струи, амплитуда возмущений которой резко возрастает. С физической точки зрения это означает, что увеличивается вклад слоя в неустойчивость составной струи. На рис. 2в внешняя поверхность уже является фактором, контролирующим распад струи.

На рис. 2 можно выделить две характерные формы образования капель из составной струи. Так же, как и в линейном приближении, ядро первым распадается на капли, которые затем движутся, увлекаемые жидкостью слоя. Подобные формы распада показаны на рис. 2а, б. Учет нелинейности процесса распространения возмущений приводит, как и в однослойной струе, к образованию капель-спутников, расположенных между основными каплями и также увлекаемых слоем. Как видно из рис. 2, до тех пор, пока $T_0 \lesssim 1$, размеры основных и вторичных капель ядра практически не меняются при фиксированном волновом числе. Интересно отметить, что размер вторичных капель сохраняется и в случае рис. 2в, но они имеют другую структуру. Из ядра струи образуется ядро, а из слоя — сфери-

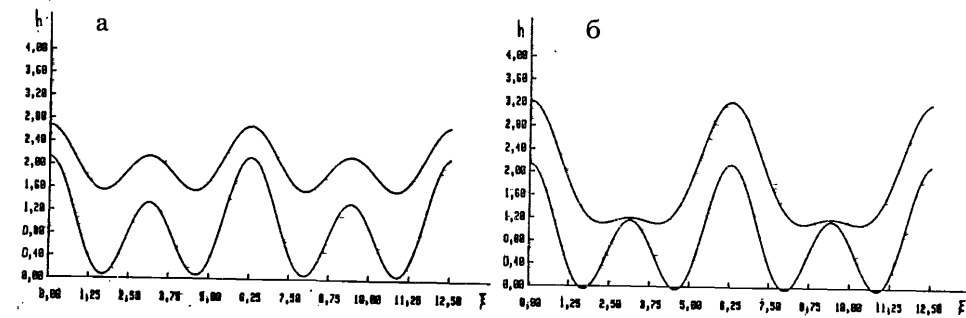


Рис. 2. Формы распада составной струи в длинноволновом диапазоне: $\alpha = 0,3$; $\rho_0 = 1$; а) $T_0 = 10^{-2}$, $t_b = 90,1$; б) $T_0 = 4$, $t_b = 72,1$; в) $T_0 = 10^2$, $t_b = 16,1$.

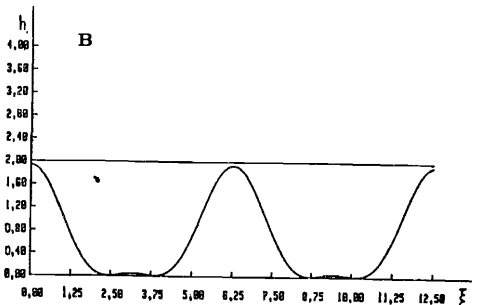
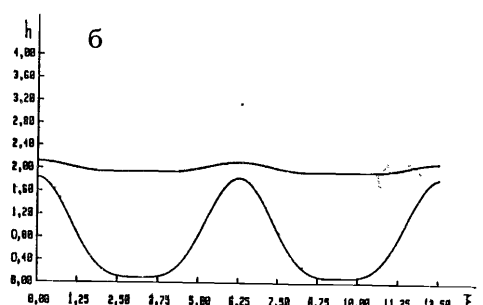
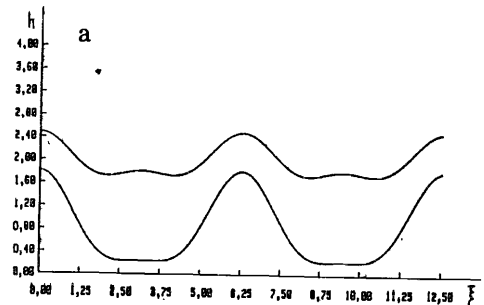
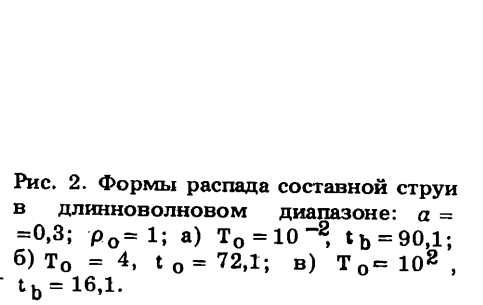
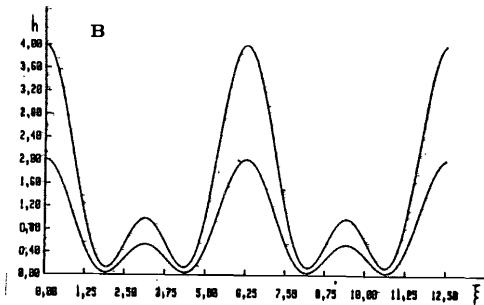


Рис. 3. Формы распада струи в коротковолновом диапазоне: $\alpha = 0,707$, $\rho_0 = 1$; а) $T_0 = 10^{-2}$, $t_b = 51,1$; б) $T_0 = 4$, $t_b = 57,1$; в) $T_0 = 10^2$, $t_b = 59,5$.

ческая оболочка спутника. В отличие от рис. 2а, б эта форма потери устойчивости является окончательной, в том смысле, что струя как целое распадается на основные и вторичные капли.

В ^{4/} при $T_0 \gg 1$ были отмечены случаи, когда обе поверхности пересекаются в момент времени, предшествующий времени распада, и было показано, что это связано с числом используемых членов в рядах Фурье. На рис. 2в подобный эффект отсутствует.

На рис. 3 для сравнения с рис. 2 волновое число $\alpha = 0,707$ выбрано в коротковолновом диапазоне таким, что в линейном приближении оно соответствует наиболее быстро растущим возмущениям при $T_0 \ll 1$. Заметим, что в области $T_0 \ll 1$ (см. рис. 3а) $\alpha_{opt} = \alpha$ одновременно определяет границу интервала $[0, \alpha_{opt}]$, внутри которого имеет место образование вторичных капель из ядра. Этот вывод согласуется с ^{4/}. Согласно линейной теории, устойчивость струи в короткоживущем диапазоне контролируется внутренней поверхностью, что остается в силе и на нелинейной стадии развития возмущений, как видно из рис. 3. Выполаживание внешней поверхности с возрастанием T_0 объясняется стабилизирующим воздействием слоя на короткие волны.

Интересно сравнить отмеченные формы распада струи с наблюдаемыми в экспериментальных условиях ^{3/}.

Форма распада струи из одинаковых жидкостей ($\rho_0 = 1$, $T_0 \rightarrow \infty$), приведенная в ^{3/}, качественно подобна изображенной на рис. 2в, так как экспериментально определяемое волновое число разрушающего струю возмущения имеет значение $\alpha_* = 0,348$, принадлежащее длинноволновому диапазону. Линейный и нелинейный анализ дают $\alpha_{opt} = 0,353$. В экспериментах наблюдается образование вторичных капель меньших размеров, чем составные. И те, и другие содержат ядро из жидкости ядра струи и сферическую оболочку из жидкости слоя.

Второй эксперимент проводился с составными струями, для которых $T_0 < 1$ (конкретно, $T_0 = 0,385$) и разрушающее возмущение определяется как $\alpha_* = 0,698$ (теоретическое значение $\alpha_{opt} = 0,707$). Фотографии формы распада струи аналогичны рис. 3а: спутничные капли ядра практически отсутствуют и возмущение внешней поверхности струи мало по сравнению с внутренней. Отметим, однако, что потеря устойчивости из-за распада ядра не является конечной стадией распада составной струи. Но распад струи, включающей в себя капли другой несмешивающейся жидкости, требует специального рассмотрения, выходящего за рамки выбранного в данной статье подхода.

С точки зрения формы конечной стадии распада роль параметра T_0 можно охарактеризовать следующими тремя типичными областями его изменения: $T_0 \ll 1$, $T_0 \sim 1$ и $T_0 \gg 1$. Когда $T_0 \ll 1$, спутничные капли формируются из ядра в волновом диапазоне $[0, \alpha_{opt}]$, причем $\alpha_{opt} = 0,707$ соответствует максимальный коэффициент

нарастания возмущений. При $T_0 \gg 1$ струя распадается на основные и вторичные капли со сферической оболочкой в интервале $0 < a < a_{opt}$, где в рассматриваемом случае $a_{opt} = \delta/\sqrt{2}$. Для поверхностных натяжений, сравнимых по порядку ($T_0 \sim 1$), образование сателлитов из ядра имеет место до некоторого промежуточного волнового числа $a \sim 0,5$.

Определенное воздействие на распад струи оказывает отношение плотностей ρ_0 . Когда $\rho_0 > 1$ (см. рис. 4а), коаксиальный слой имеет стабилизирующий эффект и амплитуда возмущений внешней поверхности уменьшается; форма ядра остается практически без изменений

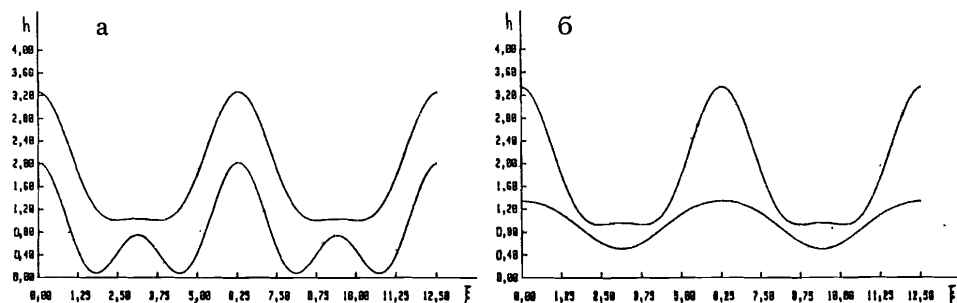


Рис. 4. Эффекты плотности слоя: $\alpha = 0,3$; а) $\rho_0 = 2$, $T_0 = 200$, $t_b = 14,6$; б) $\rho_0 = 0,5$, $T_0 = 50$, $t_b = 13,1$.

(ср. рис. 2в). Однако слой с меньшей плотностью, чем ядро, резко дестабилизирует струю и при $T_0 \rightarrow \infty$ приводит к новой, третьей форме потери устойчивости. Как показано на рис. 4б, нарастание амплитуды внешней поверхности вызывает быстрое смыкание обеих поверхностей, по времени предшествующее одновременному распаду ядра и слоя, который при $\rho_0 = 1$ был рассмотрен на рис. 2в. Нам не известны экспериментальные данные, из которых можно было бы судить о картине течения в струе после потери устойчивости подобного вида.

Авторы выражают благодарность Е.Х.Христову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sanz A., Meseguer J.J. Fluid Mech., 1985, 159, p.55.
2. Радев С.П., Шкадов В.Я. Теор. и прикл. мех., 1985, XVI, №3, с.68.
3. Hertz C.H., Hermanrud B.J. Fluid Mech., 1983, 131, p.271.
4. Епихин В.Е., Радев С.П., Шкадов В.Я. В сб.: "Теоретична и приложна механика" — Труды Пятого национального конгресса по теоретической и прикладной механике, Изд. БАН, София, 1985, т.4, с.591.

5. Шкадов В.Я. Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости, Научные труды Института механики МГУ, М., 1983, №25.
6. Радев С.П. В сб.: "Теоретична и приложна механика" — Труды Пятого национального конгресса по теоретической и прикладной механике, Изд. БАН, София, 1985, т.1, с.178.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 ноября 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1,2-84-555	Труды VII международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Радев С.П., Йорданов Р.Т.

P5-86-748

Нелинейная неустойчивость капиллярной струи, взаимодействующей с коаксиальным слоем несмешивающейся жидкости

При помощи одномерной аппроксимации уравнений движения исследована нелинейная неустойчивость жидкой составной струи. Решение задачи представлено в форме рядов Фурье. В зависимости от волнового числа и отношений поверхностных натяжений и плотностей ядра и слоя выявлены три различные формы распада струи. В длинноволновом диапазоне наряду с основными формируются также спутные капли, чаще всего при распаде ядра. В почти одномерном случае составная струя распадается на капли, состоящие из ядра и сферической оболочки.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Radev S.P., Yordanov R.T.

P5-86-748

Nonlinear Instability of a Capillary Jet Surrounded by a Coaxial Immiscible Layer

The nonlinear instability of a liquid compound jet is investigated by using the one dimensional approximation of the equations of motion. The solution is obtained in the form of Fourier series. Three different forms of the jet disintegration are determined, depending on the wave number and both the ratios of the surface tensions and densities of the core and layer. In the long wave region together with the main satellite droplets appear as well, most often formed from the core. For the almost homogeneous case the compound jet breaks up into the main and satellite droplets that consist of a kernel and spherical cover.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986