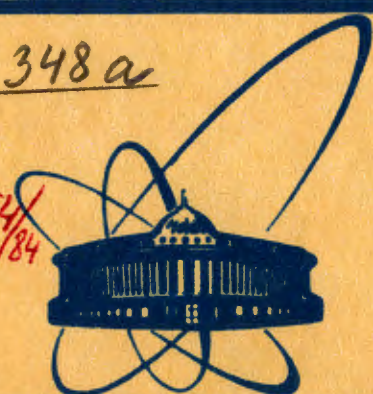


84-282

C348a

3554/  
184



**сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна**

P5-84-282

**А.К.Попов**

**АППРОКСИМАЦИЯ ШЕСТИ ГРУПП  
ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНОВ  
ДВУМЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ**

**1984**

Известные уравнения кинетики содержат шесть групп запаздывающих нейтронов:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\ell^*} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i, \quad \frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\ell^*} n - \lambda_i C_i, \quad i = 1, \dots, 6, \quad /1/$$

где  $n$  - плотность нейтронов,  $\rho$  - реактивность,  $\ell^*$  - эффективное время жизни мгновенных нейтронов,  $\beta_i$ ,  $\beta = \sum_i \beta_i$  - соответственно доля запаздывающих нейтронов группы  $i$  и суммарная,  $C_i$ ,  $\lambda_i$  - соответственно концентрация и постоянная распада источников запаздывающих нейтронов группы  $i$ ,  $t$  - время.

Передаточная функция реактора нулевой мощности, получаемая из системы уравнений /1/ после линеаризации первого уравнения, имеет известный вид /1/:

$$W_R(p) = \frac{\Delta n^*(p)}{\rho^*(p)} = \frac{1}{T_0 p + 1 - \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i}{T_i p + 1}} = \frac{1}{p \left( T_0 + \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i T_i}{T_i p + 1} \right)} \quad /2/$$

Здесь  $\Delta n^* = \Delta n / n_0$  - относительное отклонение плотности нейтронов, где  $\Delta n$  - отклонение плотности нейтронов от установившегося начального значения  $n_0$ ;  $\rho^*$  - реактивность в долях  $\beta$ ;  $T_0 = \ell^* / \beta$ ,  $T_i = 1 / \lambda_i$  - постоянные времена соответственно мгновенных нейтронов и запаздывающих нейтронов группы  $i$ ;  $\mu_i = \beta_i / \beta$  - относительная доля запаздывающих нейтронов группы  $i$ ,  $\sum_i \mu_i = 1$ ;  $p$  - переменная преобразования Лапласа.

Постоянной времени мгновенных нейтронов  $T_0$  обычно пренебрегают из-за ее малости и рассматривают передаточную функцию в более простом виде:

$$W_R(p) = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i}{T_i p + 1}} = \frac{1}{p \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i T_i}{T_i p + 1}} \quad /3/$$

Нередко для упрощения исследований шесть групп запаздывающих нейтронов аппроксимируют одной или двумя эквивалентными группами. При одnogрупповой аппроксимации достигается сохранение полной доли запаздывающих нейтронов и правильное значение установившегося периода разгона. Однако она неточно описывает переходные процессы. При двухгрупповой аппроксимации параметры эквивалентных групп зависят, естественно, от выбора критерия

аппроксимации. В работе /2/ сравниваются предложенные разными авторами аппроксимации и оценивается погрешность одно- и двух- групповой аппроксимации при скачке плотности нейтронов, а также при разгоне реактора с заданным периодом. В этой же работе предлагается при аппроксимации использовать критерий минимума среднеквадратического отклонения функции  $\sum_i \mu_i \exp(-\lambda_i t)$ , соответствующей исходным шести группам, от аналогичной функции, соответствующей эквивалентным группам. Однако при такой минимизации суммарная доля запаздывающих нейтронов для эквивалентных групп  $\sum_i \mu_{ai}$  получается иной, чем для исходных шести групп  $\sum_i \mu_i$ :  $\sum_i \mu_{ai} < \sum_i \mu_i$ .

При аппроксимации, предлагаемой ниже, суммарная доля запаздывающих нейтронов сохраняется неизменной. Для вычисления параметров двух эквивалентных групп используется критерий трех линейных интегральных оценок переходного процесса реактивности, при котором обеспечивается скачкообразное изменение плотности нейтронов. Ранее такие интегральные оценки были предложены для вычисления параметров системы автоматического регулирования, при которых достигался желаемый вид переходного процесса /3,4/.

Как следует из передаточной функции /3/, скачок плотности нейтронов  $\Delta n^*(t) = C$ , где  $C$  - константа, достигается, если реактивность изменяется по закону  $\rho^*(t) = C \sum_{i=1}^6 \mu_i \exp(-t/T_i)$ . Удобно рассматривать нормированную реактивность

$$\rho_o^*(t) = \sum_{i=1}^6 \mu_i \exp(-t/T_i), \quad /4/$$

начальное значение которой равно единице. Реактивности /4/ соответствует лапласово изображение

$$\rho_o^*(p) = \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i T_i}{T_i p + 1}. \quad /5/$$

Соответственно для двух эквивалентных групп

$$\rho_{ao}^*(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_{ai} \exp(-t/T_{ai}), \quad /6/$$

$$\rho_{ao}^*(p) = \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ai} T_{ai}}{T_{ai} p + 1}, \quad /7/$$

где  $\sum_{i=1}^2 \mu_{ai} = 1$ .

Переходный процесс реактивности /4/ характеризовался тремя линейными интегральными оценками:

$$I_o = \int_0^{\infty} \rho_o^*(t) dt = \rho^*(p=0) = \sum_i \mu_i T_i, \quad /8/$$

$$I_e = \int_0^{\infty} \rho_o^*(t) e^{-p_e t} dt = \rho_o^*(p=p_e) = \sum_i \frac{\mu_i T_i}{T_i p_e + 1}, \quad /9/$$

$$\bar{I}_e = \int_0^{\infty} \rho_o^*(t) e^{p_e t} dt = \rho_o^*(p=-p_e) = \sum_i \frac{\mu_i T_i}{-T_i p_e + 1}, \quad /10/$$

где

$$p_e = 1/mI_o, \quad /11/$$

$m$  - задаваемый параметр.

Оценки /8/-/10/ равны площадям фигур, ограниченных подынтегральными функциями и осями координат. По сравнению с равномерной оценкой /8/ в интегральной оценке /9/ последующие значения  $\rho_o^*(t)$  имеют относительно меньший вес, а в оценке /10/ - больший, причем эта зависимость проявляется тем резче, чем меньше значение  $m$ .

Параметры эквивалентных групп вычислялись из условия равенства оценок /8/-/10/ аналогичным оценкам, соответствующим аппроксимирующей реактивности /6/, при различных значениях  $m$ . Из ряда вычисленных наборов параметров выбирался тот набор, при котором среднеквадратическое отклонение нормированных реактивностей

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [\rho_{ao}^*(t) - \rho_o^*(t)]^2 dt} \quad /12/$$

было минимальным. При этом в качестве границы временного интервала  $T$  в /12/ принимался момент времени, при котором реактивность уменьшалась до 5% от начального значения:  $\rho_o^*(T) = 0,05$ .

Исходные параметры запаздывающих нейтронов принимались согласно Кипину /5/. В результате получены следующие значения параметров эквивалентных групп.

Для  $U^{235}$  при делении тепловыми нейтронами:

$$\lambda_{a1} = 0,0281 \text{ с}^{-1}, \lambda_{a2} = 0,353 \text{ с}^{-1}, \mu_{a1} = 0,312, \mu_{a2} = 0,688, /13/ \\ T_{a1} = 35,5 \text{ с}, T_{a2} = 2,83 \text{ с}, T_{a3} = 7,72 \text{ с}.$$

Для  $U^{235}$  при делении быстрыми нейтронами:

$$\lambda_{a1} = 0,0280 \text{ с}^{-1}, \lambda_{a2} = 0,365 \text{ с}^{-1}, \mu_{a1} = 0,304, \mu_{a2} = 0,696, /14/ \\ T_{a1} = 35,7 \text{ с}, T_{a2} = 2,74 \text{ с}, T_{a3} = 7,66 \text{ с}.$$

Для  $Pu^{239}$  при делении быстрыми нейтронами:

$$\lambda_{a1} = 0,0282 \text{ с}^{-1}, \lambda_{a2} = 0,368 \text{ с}^{-1}, \mu_{a1} = 0,364, \mu_{a2} = 0,636, /15/ \\ T_{a1} = 35,5 \text{ с}, T_{a2} = 2,72 \text{ с}, T_{a3} = 6,58 \text{ с}.$$

В /13/-/15/, помимо параметров  $\lambda_{ai}$  и  $\mu_{ai}$ , приведены также постоянные времени  $T_{a1} = 1/\lambda_{a1}$ ,  $T_{a2} = 1/\lambda_{a2}$ ,  $T_{a3} =$

$= T_{a1} T_{a2} / (\mu_{a1} T_{a1} + \mu_{a2} T_{a2})$ , поскольку при двухгрупповой аппроксимации передаточную функцию реактора /3/ часто записывают в виде

$$W_{Ra}(p) = \frac{1}{p \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ai} T_{ai}}{T_{ai} p + 1}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 \mu_{ai} T_{ai}} \cdot \frac{(T_{a1} p + 1)(T_{a2} p + 1)}{p(T_{a3} p + 1)} \quad /16/$$

Для вариантов /13/-/15/ отклонение /12/ достигало минимума соответственно при  $m$ , равном 0,31; 0,31; 0,23.

Вычисленные значения параметров /13/-/15/ обеспечивают достаточно малую погрешность аппроксимации. Среднеквадратические отклонения /12/ для вариантов /13/-/15/ соответственно равны: 0,0153; 0,0159; 0,0142.

Однако значения параметров /13/-/15/ обеспечивают малую погрешность аппроксимации и для режима увеличения плотности нейтронов по экспоненциальному закону с заданным периодом  $T_e$ :  $n = n_0 \exp(t/T_e)$ . Для этого режима реактивность должна изменяться по закону:

$$\rho^*(t) = \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i T_i}{T_i + T_e} \{1 - \exp[-(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i})t]\} \quad /17/$$

Рассчитывалась нормированная реактивность для шести групп

$$\rho_o^*(t) = \rho^*(t) / \rho_{уст}^* \quad /18/$$

где

$$\rho_{уст}^* = \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i T_i}{T_i + T_e} \quad /19/$$

и аналогичная реактивность  $\rho_{ao}^*(t)$  для двух эквивалентных групп.

Среднеквадратические отклонения, вычисленные по формуле /12/, для вариантов /13/-/15/ при  $T_e = 60$  с соответственно получились равными: 0,0116; 0,0122; 0,0115. Значения установившейся реактивности  $\rho_{уст}^*$  в долях  $\beta$  соответственно равны 0,144; 0,141; 0,160.

На рисунке для варианта /15/ показаны погрешности аппроксимации  $\Delta \rho_o^*(t) = \rho_{ao}^*(t) - \rho_o^*(t)$  как функции времени. Кривая 1 соответствует изменению плотности нейтронов скачком, кривая 2 - экспоненциальному увеличению с периодом  $T_e = 60$  с.

При скачке плотности нейтронов для вариантов /13/-/15/ наибольшая погрешность аппроксимации по модулю не превосходит соответственно 0,034; 0,036; 0,032, т.е. при скачке, составляющем, например, 10% исходного уровня, погрешность не превосходит соответственно 0,0034 $\beta$ ; 0,0036 $\beta$ ; 0,0032 $\beta$ .

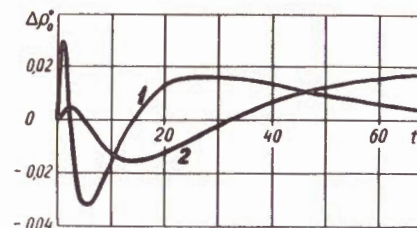


Рис. Погрешности аппроксимации при скачкообразном изменении плотности нейтронов /1/ и при экспоненциальном увеличении плотности нейтронов с периодом 60 с /2/. Реактивность  $\Delta \rho_o^*$  дана в долях от начального значения /1/ и в долях от установившегося значения /2/, время  $t$  - в с.

Для приведенных в /2/ аппроксимаций, при которых сохраняется неизменной суммарная доля запаздывающих нейтронов, максимальная погрешность в случае десятипроцентного скачка плотности нейтронов, выше. Для разных вариантов аппроксимаций она лежит в пределах от 0,007 $\beta$  до 0,017 $\beta$ .

Наибольшая погрешность предложенной в настоящей работе аппроксимации при разгоне с периодом 60 с не превосходит для вариантов /13/-/15/ соответственно 2,1; 2,2; 1,9% установившегося значения реактивности, т.е. 0,003 $\beta$ ; 0,0031 $\beta$  и 0,003 $\beta$ .

Соответственно для вариантов, приведенных в /2/, наибольшая погрешность при таком периоде разгона лежит в пределах от 0,0035 $\beta$  до 0,039 $\beta$ , т.е. или примерно такая же, или на порядок больше, чем для аппроксимации, предложенной в настоящей работе.

Были вычислены также частотные характеристики, соответствующие передаточной функции /3/, для исходных шести групп запаздывающих нейтронов и для двух эквивалентных с параметрами /13/-/15/. Вычисления проведены в диапазоне частот от 0,001 до 79,4 с<sup>-1</sup>.

Для вариантов /13/-/15/ относительные отклонения аппроксимирующей амплитудно-частотной характеристики от исходной принимают наибольшие значения при частоте 0,126 с<sup>-1</sup> и равны соответственно 8,8; 9 и 8,2%. Наибольшие отклонения фазочастотных характеристик имеют место при частоте 0,316 с<sup>-1</sup> и составляют соответственно 4,8°; 5°; 4,5°.

По сравнению с известными аппроксимациями, сохраняющими неизменной суммарную долю запаздывающих нейтронов, аппроксимация по предложенной в настоящей работе методике характеризуется меньшей погрешностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шульц М.А. Регулирование энергетических ядерных реакторов. Изд. иностр. лит., М., 1957.
2. Бриккер И.Н., Мирзоян А.Р. Атомная энергия, 1969, т. 27, вып. 6, с. 556.
3. Попов А.К. "Электричество", 1976, №1, с. 52.

4. Попов А.К. В кн: Межвузовский сборник научных трудов. Теория автоматического управления и регулирования. Изд. МИРЭА, М., 1978, с. 204.
5. Кипин Дж.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. Атомиздат, М., 1967.

#### ЕСТЬ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Рукопись поступила в издательский отдел  
25 апреля 1984 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Попов А.К.

P5-84-282

Аппроксимация шести групп запаздывающих нейтронов двумя эквивалентными

Вычислены параметры двух эквивалентных групп запаздывающих нейтронов, обеспечивающие меньшую погрешность по сравнению с известными аппроксимациями. Параметры вычислены из условия близости переходных процессов реактивности, обеспечивающих скачкообразное изменение плотности нейтронов. Это достигнуто с помощью критерия трех линейных интегральных оценок переходных процессов. Приведены погрешности аппроксимации переходных процессов реактивности, соответствующих скачку и экспоненциальному росту плотности нейтронов, а также погрешности аппроксимации передаточных функций.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой.

Popov A.K.

P5-84-282

Approximation of Six Delayed Neutron Groups by Two Equivalent Ones

Parameters of two equivalent delayed neutron groups are calculated. They ensure smaller error as compared to the known approximations. Parameters are calculated from the condition of nearness of the reactivity transient processes for neutron dense jump. Criterion of three linear integral estimates of transient processes are used. Approximation errors of reactivity transient processes for neutron dense jump and exponential growth are given as well as approximation errors of transfer functions.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984