12/III-84

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

1291/84

Р5-83-873

А.Двуреченский, Г.А.Ососков

О ПРЕДЕЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ МОДИФИЦИРОВАННОГО СЧЕТЧИКА С МЕРТВЫМ ВРЕМЕНЕМ ПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ ТИПА

Направлено в журнал "Известия АН СССР, Техническая кибернетика"

1983

ВВЕДЕНИЕ

Математическая теория счетчиков частиц связана в основном с определением и изучением стохастических процессов, возникающих, например, при регистрации частиц радиоактивных веществ с помощью прибора, предназначенного для их обнаружения и регистрации. Общая проблема может быть намечена следующим образом.

Предположим, что каждая испускаемая частица при своей регистрации в приборе определяет импульс случайной длины. Из-за инерции прибора может оказаться, что все частицы не будут учтены. Период, за время которого прибор не регистрирует частицы, называется мертвым временем. Математическая и физическая литература о счетчиках[1,2] касается в основном двух их типов. Счетчик с мертвым временем непродлевающегося типа имеет мертвое время, которое образуется только импульсами зарегистрированных частиц. Счетчик с мертвым временем продлевающегося типа имеет мертвое время, образуемое всеми импульсами частиц, испускаемых образцом соответственно. Примеры этих счетчиков - счетчики Гейгера-Мюллера и электронные умножители.

В основном предполагалось [1], что входной поток частиц - рекуррентный, и длины импульсов испускаемых частиц - независимые друг от друга и от входного потока одинаково распределенные случайные величины.

Для модифицированного счетчика с мертвым временем продлевающегося типа будем считать, что каждая зарегистрированная частица имеет функцию распределения, отличную в общем случае от функций распределений незарегистрированных частиц, которые между собой равны.

Для физиков особенно важно число частиц, пришедших на счетчик за мертвое время. Подобные вопросы возникают также в задачах о фильмовом и бесфильмовом измерении ионизационной плотности следов частиц в пузырьковых и стримерных камерах. Подробности можно найти, например, в [3,4]. Аналогичные задачи возникают также при описании общих систем массового обслуживания с бесконечным числом приборов [5].

В настоящей заметке получено, во-первых, точное распределение числа частиц ν, пришедших на счетчик за период мертвого времени; во-вторых, поведение $P(\nu = n)$ при $n \to \infty$; в-третьих - предельное распределение $a\nu$ /a - нормирующий множитель/ при $M(\nu) \to \infty$. Для одинаково распределенных длин импульсов эти проблемы изучались в [5,6].

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА ЧАСТИЦ

Будем считать, что счетчик до процесса регистрации свободен. Пусть испускаемые частицы приходят на счетчик в моменты $0 = \tau_1 < \tau_2 < \dots$ и $\{T_n = \tau_{n+1} - \tau_n\}_{n=1}^{\infty}$ – независимая последовательность одинаково распределенных случайных величин с функцией распределения $F(t) = P(T_1 < t)$ и пусть $H(t)$ и $H^*(t)$ – функции распределения зарегистрированной и незарегистрированной частиц, соответственно.

Обозначим через $\{\chi_n\}_{n=1}^{\infty}$ такую последовательность импульсов, при которой $\{\chi_n\}_{n=1}^{\infty}$ – независимые положительные случайные величины, не зависящие от $\{T_n\}_{n=1}^{\infty}$ с функциями распределений $H(t) = P(\chi_1 < t)$, $H^*(t) = P(\chi_n < t)$, $n \geq 2$. Если определить $A_n = \{\chi_1 < T_1 + \dots + T_n,\ \chi_2 < T_2 + \dots + T_n, \dots, \chi_n < T_n\}$, то для числа частиц ν, пришедших на счетчик за период мертвого времени, имеем $P_n = P(\nu = n) = P(\bar{A}_1 \dots \bar{A}_{n-1} A_n)$, $n \geq 1$. Хотя последовательность событий $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ в общем не рекуррентна, имеет место следующее соотношение: пусть $1 \leq i_1 < \dots < i_j$, $j \geq 2$, тогда

$$P(A_{i_2} \dots A_{i_j} / A_{i_1}) = P(A^*_{i_2 - i_1} \dots A^*_{i_j - i_1}), \qquad /1.1/$$

где $A^*_n = \{\chi_2 < T_2 + \dots + T_{n+1},\ \chi_3 < T_3 + \dots + T_{n+1}, \chi_{n+1} < T_{n+1}\}$ и

$$P(A^*_n) = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} H^*(t_1) \dots H^*(t_1 + \dots + t_n)\, dF(t_1) \dots dF(t_n). \qquad /1.2/$$

При этом $\{A^*_n\}_{n=1}^{\infty}$ – последовательность рекуррентных событий по Феллеру [7], т.е. если $1 \leq i_1 < \dots < i_j$, $j \geq 2$, то $P(A^*_{i_2} \dots A^*_{i_j} / A^*_{i_1}) = P(A^*_{i_2 - i_1} \dots A^*_{i_j - i_1})$. Поэтому для случайной величины ν^*, определенной соотношением $P^*_n = P(\nu^* = n) = P(\bar{A}^*_1 \dots \bar{A}^*_{n-1} A^*_n)$, имеем [7]:

$$P^*_1 = P(A^*_1), \qquad /1.3/$$

$$P^*_n = P(A^*_n) - \sum_{j=1}^{n-1} P(A^*_j) P^*_{n-j}, \quad n \geq 2.$$

Вернемся к определению первоначальной величины ν. Тогда

$$P_n = P(A_n) - \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_j \leq n-1} (-1)^{j-1} P(A_{i_1} \dots A_{i_j} A_n).$$

Используя /1.1/, можно получить следующие формулы:

$$P_1 = P(A_1), \qquad /1.4/$$

$$P_n = P(A_n) - \sum_{j=1}^{n-1} P(A_j) P^*_{n-j}, \quad n \geq 2,$$

где /1.5/

$$P(A_n) = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} H(t_1 + \dots + t_n) H^*(t_1) \dots H^*(t_1 + \dots + t_{n-1})\, dF(t_1) \dots dF(t_n).$$

Ясно, что если $H = H^*$, то из /1.4/ получим /1.3/. Случайную величину ν^* можно интерпретировать как число частиц, пришедших за период мертвого времени на такой счетчик с мертвым временем продлевающегося типа, на котором входной поток является рекуррентным с функцией распределения F, а функция распределения длин импульсов – H^*.

Обозначим через ϕ и ϕ^* производящие функции случайных величин ν и ν^*, а также определим для $|z| < 1$

$$\psi(z) = P(A_1) z + \sum_{n=2}^{\infty} (P(A_n) - P(A_{n-1})) z^n,$$

$$\psi^*(z) = P(A^*_1) z + \sum_{n=2}^{\infty} (P(A^*_n) - P(A^*_{n-1})) z^n,$$

$$U(z) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) z^n, \quad U^*(z) = \sum_{n=2}^{\infty} P(A^*_n) z^n.$$

Тогда

$$\phi(z) = (1 - \phi^*(z))(U(z) - 1) = U(z) / (1 + U^*(z)) \qquad /1.6/$$

или

$$\phi(z) = \psi(z) / (1 - z + \psi^*(z)). \qquad /1.7/$$

Из /1.2/ ясно, что $\{P(A^*_n)\}$ – не возрастающая последовательность с пределом p^*. Покажем, что и $\{P(A_n)\}$ имеет предел, равный p^*. Для этого достаточно убедиться в неравенстве

$$P(\chi_1 < T_1 + \dots + T_n) P(A^*_{n-1}) \leq P(A_n) \leq P(A^*_{n-1}), \quad n \geq 2. \qquad /1.8/$$

Правая часть /1.8/ очевидна, а левая может быть доказана путем применения неравенства Чебышева [8] к интегралу /1.5/. Предельный переход в /1.8/ доказывает утверждение.

Для рекуррентных событий $\{A^*_n\}_{n=1}^{\infty}$ из общей теории [7] вытекает, что ν^* является достоверной случайной величиной тогда и только тогда, когда $\sum_{n=1}^{\infty} P(A^*_n) = \infty$. Можно доказать, что если $P(A_1) < 1$, то

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_n = 1 \iff \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \infty \iff \sum_{n=1}^{\infty} P(A^*_n) = \infty.$$

В самом деле, из /1.8/ видно, что существует такое n_0, что $P(\chi_1 < T_1 + \dots + T_{n_0}) > 0$ и $P(A_n) \geq P(A^*_{n-1}) P(\chi_1 < T_1 + \dots + T_{n_0})$ для каждого n и n_0. Поэтому $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \infty \iff \sum_{n=1}^{\infty} P(A^*_n) = \infty$. Используя /1.8/, можно убедиться в том, что $\lim_{z \to 1^-} U(z) / U^*(z) = 1$, если $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \infty$. Отсюда, в силу /1.6/, получаем $\phi(1) = 1$. Заметим, что требование $P(A_1) < 1$ является существенным. Например, если $T_n = 1$, $n \geq 1$, $H(1) = 1$, $H^*(1) = 0$, то $U(z) = z$, $U^*(z) = 0$, $P_1 = 1$, но $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = 1$.

Для среднего значения ν вытекает из /1.7/, что

$$M(\nu) = (\psi'(1) - \psi^{*\prime}(1) + 1) / p^*. \qquad /1.9/$$

2. ПОВЕДЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ P_n

Теорема 1. Предположим, что (I) $H^*(t) \leq H(t)$ для каждого t; (II) $p^* > 0$; (III) уравнение $1 - z + \psi^*(z) = 0$ имеет решение. Тогда

$$P_n = \beta_1 \beta_2 \beta^{-n-1} + r_n, \qquad /2.1/$$

где

$$\beta = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [\psi^{*k}(z)] \Big|_{z=1},$$

$$\beta_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dz^k} [\psi^{*k}(z)] \Big|_{z=1},$$

$\beta_2 = \psi(\beta)$ (если $H^* = H$, то $\beta_2 = \beta - 1$) и $|r_n| < C(q(1 - P(A_1^*)))^n$

/константы $C > 0$ и $q > 1$ не зависят от n /.

Доказательство. Из формулы Коши ясно, что

$$P_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=1} \frac{\psi(z)\, dz}{(1 - z + \phi^*(z))\, z^{n+1}}.$$

Если определить $P(A_0^*) = 1$ и $a_n^* = P(A_n^*) - P(A_{n+1}^*)$, $n \geq 1$, то

$$1 - z + \psi^*(z) = 1 - z \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* z^n \qquad /2.2/$$

и для $z = 1$ выражение /2.2/ имеет значение $p^* > 0$. Из условий теоремы вытекает, что корень уравнения (III) должен быть положителен и больше 1. Обозначим через β минимальный корень /он простой/ и пусть $R > 1$ - радиус круга, в котором (III) имеет единственный нуль. Из (I) явствует, что $P(A_n^*) \leq P(A_n) \leq P(A_{n-1}^*)$, $n \geq 2$ и $0 \leq P(A_n) - P(A_{n+1}) \leq P(A_{n-1}^*) - P(A_{n+1}^*) = a_{n-1}^* + a_n^*$. Поэтому функция $\psi(z)$ не имеет полюсов в круге $|z| < R$.

Обозначим

$$r_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=R} \frac{\psi(z)\, dz}{(1 - z + \psi^*(z))\, z^{n+1}} = \frac{\psi(\beta)}{(\psi^{*\prime}(\beta) - 1)\, \beta^{n+1}} + P_n. \qquad /2.3/$$

Интеграл в левой части /2.3/ можно оценить максимумом модуля $|r_n| \leq CR^{-n}$. При этом из /2.2/ видно, что для корня β имеем $\beta(1 - P(A_1^*)) \leq 1$. Поэтому, выбирая $q > 1$ так, чтобы $R = 1/q(1 - P(A_1^*))$, получим оценку для остатка. Заметим, что если $P(A_1^*) = 1$, то $P_1 = 1$, и остаток равен 0.

Обозначая $\beta_1 = 1/(1 - \psi^{*\prime}(\beta))$ и $\beta_2 = \psi(\beta)$, из /2.3/ получаем формулу /2.1/. Чтобы найти явные выражения для β и β_1, рассмотрим функцию $w = z - \psi^*(z)$, которая конформным образом отображает некоторую окрестность точки $w = 1$ на некоторую окрестность точки $z = \beta$. Поэтому $w = w(z)$ имеет обратную ей функцию $z = z(w)$. Легко видеть, что $\beta = z(1)$ и $\beta_1 = z'(1)$. Используя разложение Лагранжа[9], получаем выражения для β и β_1.

Теорема 2. Пусть F - произвольное распределение ($F(0) \neq 1$) и (I) $H^*(t) \leq H(t)$ для каждого t; (II) $\int_0^{\infty} H^*(t)\, dF(t) > 0$; (III) $\sup\{\lambda : \int_0^{\infty} e^{\lambda t}\, dH^*(t) < \infty\} = \infty$. Тогда имеет место утверждение теоремы 1.

Доказательство. Из[5] вытекает, что $p^* > 0$. Чтобы доказать, что /2.2/ имеет нуль, достаточно заметить, что для произвольного $\lambda > 0$ имеем $0 \leq a_n^* \leq P(\chi_{n+2} \geq T_1 + \ldots + T_{n+1}) \leq M(e^{\lambda \chi_2})(M(e^{-\lambda T_1}))^{n+1}$.

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^* z^n$ больше $1/M(e^{-\lambda T_1}) > 1$. Если $\lambda > \infty$, то $R = \infty$, что и требовалось доказать.

Теорема 3. Пусть (I) $F(t)$ - функция распределения некоторой константы $a > 0$; (II) $0 < H^*(na) \leq H(na)$, $n \geq 1$; (III) $\int_0^{\infty} t\, dH^*(t) < \infty$. Кроме того, если $H^*(na) < 1$ для каждого $n \geq 1$, даже пусть (IV) $\lim_n (1 - H^*(na))/(1 - H^*((n+1)a)) = R(a) > q$; (V) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - H^*((n+1)a)) \times \prod_{i=1}^{n} H^*(ia) R^n(a) > 1$, тогда имеет место утверждение теоремы 1.

Доказательство. Из леммы 2 работы[5] ясно, что при условиях (I) и (II) условие (III) является необходимым и достаточным для того, чтобы $p^* > 0$.

Если $H^*(na) = 1$ для некоторого n, то утверждение следует из теоремы 2.

Пусть $H^*(na) < 1$, $n \geq 1$. Поскольку $P(A_n^*) = \prod_{i=1}^{n} H^*(ia)$, условия (IV) и (V) гарантируют, что выражение /2.2/ имеет нуль. Теорема доказана.

Пример 1. Если $H^*(t) \leq H(t)$ и H^* - гамма-распределение или геометрическое распределение, то имеет место теорема 3.

Заметим (I), что $p^* > 0$ является необходимым условием для того, чтобы P_n выражалось через /2.1/. (II) уравнение $1 - z + \psi^*(z) = 0$ может и не иметь решения, например, в случае счетчика, для которого $T_n = 1$, $n \geq 1$, а $H^*(t) = 1 - 1/(1+t)^{\alpha}$, $t \geq 0$ ($\alpha > 1$). Радиус сходимости ряда $z \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* z^n$ есть 1, но $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^* = 1 - p^* < 1$.

3. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОСТЬ

Обозначим через $p = \lim_{n \to \infty} \int_0^{\infty} \ldots \int_0^{\infty} H(t_1) \ldots H(t_1 + \ldots + t_n)\, dF(t_1) \ldots dF(t_n)$

и пусть

$$\phi(z) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n, \quad \phi^*(z) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* z^n, \qquad /3.1/$$

где $a_n = P(A_n) - P(A_{n+1})$, $a^*_n = P(A^*_n) - P(A^*_{n+1})$, $n \geq 0$, $P(A_0) = P(A^*_0) = 1$. Ясно, что при изменении параметра p будут получаться, вообще говоря, различные функции $\phi(z)$ и $\phi^*(z)$. Учитывая эту независимость, будем писать $\phi_p(z)$ и $\phi^*_p(z)$. То же самое можно сказать о параметре $p^* = p^*(p)$.

Теорема 4. Если распределения случайных величин $\{T_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\chi_n\}_{n=1}^{\infty}$ меняются так, что (I) $0 < p \leq 1$; (II) $H^*(t) \leq H(t)$; (III) – функция $p^* = p^*(p) > 0$ – непрерывная в некоторой правой окрестности точки 0 и $p^{*\prime}(0^+) \neq 0$; (IV) $\left|\frac{d}{dz}\phi_p(z)\right|_{z=1} = |\phi_p'(1)| < \infty$, $\left|\frac{d}{dz}\phi^*_p(z)\right|_{z=1} = |\phi^{*\prime}_p(1)| < \infty$; (V) $\lim\limits_{p\to 0^+}\phi_p'(1) = \lim\limits_{p\to 0^+}\phi^{*\prime}_p(1) = 0$; (VI) $\lim\limits_{p\to 0^+}\left|\frac{\partial}{\partial p}\phi^*_p(1)\right| \neq \infty \neq \lim\limits_{p\to 0^+}\left|\frac{\partial}{\partial p}\phi^{*\prime}_p(1)\right|$, Тогда $\lim\limits_{p\to 0^+} P(\alpha\nu > t) = e^{-t}$, $t \geq 0$, где $\alpha = \alpha(p) = 1/M(\nu)$.

Доказательство. Используя /1.9/, нетрудно показать, что функция $\alpha = \alpha(p)$ имеет следующие свойства: $\alpha(0^+) = 0$, $\alpha'(0^+) = p^{*\prime}(0^+)$. Из /1.7/ и /3.1/ вытекает, что для $s \geq 0$

$$M(e^{-s\alpha\nu}) = [e^{-s\alpha}\phi_p(e^{-s\alpha})/(1 - e^{-s\alpha}(1 - \phi^*_p(e^{-s\alpha})))] =$$

$$= e^{-s\alpha}/[(1 - e^{-s\alpha})/\phi_p(e^{-s\alpha}) + \phi^*_p(e^{-s\alpha})/\phi_p(e^{-s\alpha})].$$

Используя правило Лопиталя, можно доказать, что

$$\lim_{p\to 0^+}\phi^*_p(e^{-s\alpha(p)})/\phi_p(e^{-s\alpha(p)}) = 1.$$

В самом деле,

$$\frac{\partial}{\partial p}\phi_p(e^{-s\alpha(p)})\Big|_{p=0^+} = -\sum_{n=0}^{\infty} a_n'(0^+)\,e^{-sn\alpha(0^+)} + s\sum_{n=0}^{\infty} a_n(0^+)\,n e^{-sn\alpha(0^+)}\alpha'(0^+) =$$

$$= -p^{*\prime}(0^+) + 0.$$

Аналогично для $\frac{\partial}{\partial p}\phi^*_p(e^{-s\alpha(p)})\Big|_{p=0^+} = -p^{*\prime}(0^+)$.

Кроме того, используя еще раз правило Лопиталя, можно доказать, что $\lim\limits_{p\to 0^+}(1 - e^{-s\alpha(p)})/p^*(p) = s$. Поэтому для доказательства утверждения теоремы достаточно указать, что $\lim\limits_{p\to 0^+} p^*(p)/\phi_p(e^{-s\alpha(p)}) = 1$. Заметим, что функция $\phi_p(z)$ при заданном $p \in (0,1]$ не возрастает при $z \geq 0$. Используя это, а также неравенство $e^{-x} \geq 1 - x$, получаем $p^*(p) = \phi_p(1) \leq \phi_p(e^{-s\alpha(p)}) \leq \phi_p(1 - s\alpha(p))$. Ввиду справедливости при $|z| \leq 1$ неравенства $(1-x)^n \geq 1 - nx$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ для достаточно малых p имеем $\phi_p(1 - s\alpha(p)) = 1 - \sum\limits_{n=0}^{\infty}(1 - s\alpha(p))^n a_n \leq p^*(p) + s\alpha(p)\sum\limits_{n=1}^{\infty} n a_n = p^*(p) - s\alpha(p)\,\phi_p'(1)$.

Отсюда следует, что $1 = \phi_p(1)/p^*(p) \leq p^*(p)/p^*(p) - s\alpha(p)\,\phi_p'(1)/p^*(p)$ и окончательно $\lim\limits_{p\to 0^+} M(e^{-s\alpha(p)\nu}) = 1/(1+s)$. Таким образом, теорема полностью доказана.

Пример 2. Рассмотрим счетчик, для которого $T_n = 1$, $n \geq 1$ и $0 < H^*(n) \leq H(n)$, $n \geq 1$. Пусть для некоторых n_0 и m_0 $H(n_0) \neq 1$, $H(n_0 + 1) = 1$ и $H^*(m_0) \neq 1$, $H^*(m_0 + 1) = 1$. Если $p^{*\prime}(0^+) \neq 0$, то все условия теоремы 4 будут выполнены.

Подобным образом, если у нас имеется счетчик, для которого F произвольно, а H^* и H – функции констант D^* и D, $D^* \geq D > 0$, и если предположим $F(D^*) \neq 1$ и $p^{*\prime}(0^+) \neq 0$, то для этого счетчика справедлива теорема 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смит В.Л. Сборник переводов, 1961, Б:3.
2. Гольданский В.И., Куценко В.В., Подгорецкий М.И. Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. Гос. изд-во физ.-мат. лит., М., 1959.
3. Dvurečenskij A., Kulyukina L.A., Ososkov G.A. JINR, E10-82-136, Dubna, 1982.
4. Двуреченский А., Кулюкина Л.А., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р5-82-682, Дубна, 1982.
5. Афанасьева М.Г., Михайлова И.В. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1978, №6.
6. Dvurečenskij A., Ososkov G.A. JINR, E5-83-255, Dubna, 1983.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. "Мир", М., 1967, т. 1.
8. Харди Г., Литтльвуд Д., Полиа Г. Неравенства. Изд-во иностр.лит. М., 1948.
9. Такач Л. Комбинаторные методы в теории случайных процессов. "Мир", М., 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 декабря 1983 года.

Двуреченский А., Ососков Г.А. Р5-83-873

О предельных свойствах модифицированного счетчика с мертвым временем продлевающегося типа

Предполагается, что в счетчике с мертвым временем продлевающегося типа каждая зарегистрированная частица определяет импульс случайной длины с функцией распределения, отличной от функции распределения незарегистрированных частиц. Получены: 1/ точное распределение числа частиц, пришедших на счетчик за период мертвого времени, 2/ геометрическое поведение $P_n = P(\nu = n)$ при $n \to \infty$; 3/ асимптотическая показательность ν при среднем значении $M(\nu) \to \infty$. Полученные результаты применимы также к задачам о фильмовом и бесфильмовом измерениях ионизационной плотности в стримерных камерах.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации, ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Dvurečenskij A., Ososkov G.A. P5-83-873

On Limit Properties of a Modified Counter with Prolonging Dead Time

In the counter with prolonging dead time any registered particle is supposed to determine an impulse of a random length with a distribution function different, in general case, of a distribution function of nonregistered particle. In the present paper we give: 1/ the exact distribution of the number of particles arriving at the counter during dead time; 2/ the geometric behaviour of $P_n = P(\nu = n)$, when $n \to \infty$; 3/ an asymptotic exponential law of ν, when the mean value $M(\nu) \to \infty$. The obtained results are applicable to some problems on the film or filmless measurements of ionization parameters in the streamer chambers.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983