объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р5-82-682

А.Двуреченский, Л.А.Кулюкина, Г.А.Ососков

О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С БЕСКОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ КАНАЛОВ К НЕКОТОРЫМ ЗАДАЧАМ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Направлено в Оргкомитет четвертой международной
летней школы по теории вероятностей
и математической статистике, Варна, октябрь-ноябрь 1982 г.

1982

Введение

Системы массового обслуживания (СМО) с бесконечным числом каналов обслуживания с успехом используются в качестве модели при решении различного рода прикладных задач, таких, например, как описание систем самообслуживания, определение занятости коек в больницах, числа молекул газа в фиксированной области в условиях низких температур (см. /I/) или исследование электрической активности нейрона /2/ и др. Кроме того, СМО с бесконечным числом каналов могут быть использованы в качестве аппроксимирующих для СМО с большим числом каналов обслуживания, возникающих, например, в задачах телефонии /3,4/. Наиболее полное освещение вопросов, относящихся к СМО с бесконечным числом каналов, можно найти в монографиях /4-8/.

В настоящей работе излагаются основные идеи применения математических методов для СМО с бесконечным числом каналов к некоторым задачам физики высоких энергий, возникающим в практике Объединенного института ядерных исследований.

Одним из актуальных вопросов обработки экспериментальной информации в физике высоких энергий является определение ионизационной плотности следов частиц в трековых камерах. Вдоль траектории движения частицы в магнитном поле камеры появляется цепочка пузырьков или стримерных разрядов, изображение которых можно представить следующей идеализированной моделью /9,I0/: след (трек) частицы состоит из последовательности окружностей со случайными радиусами и центрами, образующими процесс Пуассона, так что расстояния между центрами соседних окружностей имеют экспоненциальное распределение с параметром g. Этот параметр, т.е. среднее число окружностей на единицу длины трека и является ионизационной плотностью, подлежащей определению.

Отдельные окружности (изображения стримеров) сливаются в сгустки, внутри которых могут оказаться некоторые из них, полностью скрытые изображениями остальных и поэтому принципиально ненаблюдаемые. Визуально структура трека описывается как последовательность таких

сгустков из явно наблюдаемых стримеров и промежутков между сгустками. Для определения g необходимо уметь подсчитывать полное число стримеров, приходящихся на какой-то достаточно длинный участок трека, однако наличие скрытых стримеров делает невозможным этот подсчет непосредственно по изображению трека.

Эта трудность является только частью значительно более сложных проблем, возникающих при подсчете ионизации в реальной практике массовых измерений, предоставляющих экспериментатору не сами изображения, а данные их дискретизации и оцифровки с помощью какого-либо автоматического измерительного устройства. Эти данные позволяют подсчитывать длины дискретизованных сгустков и промежутков между ними, но определение ионизации на основе этих выборочных величин возможно только косвенным путем на основе применения методов математической статистики.

Перечислим величины, точные распределения которых необходимы физикам при реализации этих косвенных методов :

1. Число всех стримеров в сгустке;
2. Число наблюдаемых стримеров в сгустке;
3. Длина сгустка, длина промежутка между сгустками, расстояние между началом двух соседних сгустков;
4. Длина дискретизованного сгустка;
5. Распределение диаметров стримеров.

Ниже изложены проблемы нахождения точных распределений этих случайных величин в терминах СМО с бесконечным числом каналов обслуживания, причем общим в решении этих проблем является подход, основанный на теории рекуррентных событий.

Будем рассматривать случайный диаметр окружности, представляющий собой изображение стримера как время обслуживания, а левые края этих окружностей – как моменты поступления требований в систему. Отметим одно важное обстоятельство /II/ – левые края окружностей образуют простейший поток с тем же параметром g. Длина сгустка B получает естественное толкование как период занятости системы; длина промежутка L – как период ее простоя, а их сумма $T = B + L$ – как цикл системы. В первых работах, в которых исследовались вышеуказанные вопросы /I0-I3/, либо делались некоторые ограничительные предположения, либо считалось, что диаметры окружностей постоянные. В настоящей работе будет исследоваться общий случай произвольных диаметров, с некоторым известным законом распределения, а также с произвольным распределением левых концов диаметров, т.е. моментов прихода требований в систему.

I. Число стримеров в сгустке

Предположим, что в СМО с бесконечным числом каналов обслуживания в момент $0 < \tau_1 < \tau_2 < \ldots < \infty$ приходят единичные требования. Будем считать, что требования обслуживаются по одному и обслуживание n -го требования длится время D_n, $n=1,2,\ldots$. Последовательности $\{T_n = \tau_n - \tau_{n-1}\}_{n-1}^{\infty}$ $(\tau_0=0)$ и $\{D_n\}_{n-1}^{\infty}$ рассматриваются как последовательности взаимно независимых одинаково распределенных положительных случайных величин с функциями распределения

$$F(t)=P(T_1 < t)\ ,\ H(t)=P(D_1 < t),\quad t \geq 0\ ,$$

соответственно.

Период занятости B – период, когда обслуживаются хотя бы одно требование; период простоя L – период, когда не обслуживается ни одно требование.

Обозначим через ν число требований, обслуженных за период занятости. Распределение числа ν было впервые получено в /2/. Здесь это будет сделано значительно более простым методом рекуррентных событий /I4/.

Пусть q_n – число требований, обслуживаемых в системе в момент прихода n -го требования.

Если обозначить $A_n = \{q_{n+1}=0\}$, то

$$P_n=P(\nu=n)=P(\bar{A}_1\ldots\bar{A}_{n-1}\ A_n)\ ,\quad n=1,2,\ldots$$

(через $\bar{A}$ обозначено событие, дополнительное к A).

Последовательность событий $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ является рекуррентной в смысле Феллера, т.е. для каждого набора индексов $i_1 < i_2 < \ldots < i_n$, $n=2,3,\ldots$ справедливо

$$P(A_{i_n}/A_{i_1}\ldots A_{i_{n-1}}) = P(A_{i_n - i_{n-1}})\ .$$

Поэтому

$$P_n=P(A_n)-\sum_{i\geq 1}^{n-1} P(A_i)\cdot P_{n-i}, \qquad (I.I)$$

где

$$P(A_n) = \int_0^{\infty}\ldots\int_0^{\infty} H(t_1)\ldots H(t_1+\ldots+t_n)\,dF(t_1)\ldots dF(t_n)\ .$$

Естественно предполагать, что

$$P(A_1) > 0, \qquad (I.2)$$

иначе за период занятости обслуживается бесконечное число требований. Из теории рекуррентных событий /I5/ следует, что $\sum_{n=1}^{\infty} P_{n=1}$ тогда и только тогда, когда $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)=\infty$, а предел $p=\lim_{n\to\infty} P(A_n)$ существует, и среднее значение $M(\nu)$ конечно тогда и только тогда, когда $p \neq 0$.

В этом случае

$$M(\nu) = 1/p\ . \qquad (I.3)$$

Если обозначить $\varphi(z)=M(z^{\nu})=\sum_{n=1}^{\infty} P_n z^n$ – производящую функцию случайной величины ν и $P(A_0) = 1$, то

$$\varphi(z)=z(1-\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n)(1-z\sum_{n=0} a_n z^n)^{-1}\ , \qquad (I.4)$$

где

$$a_n = P(A_n)-P(A_{n+1})\ .$$

В работе /2/ сформулированы условия, которые гарантируют, что

$$\lim_{p\to 0} P(p\nu > x) = e^{-x}\ ,\quad x \geq 0\ . \qquad (I.5)$$

При их выполнении для малых p будет справедлива приближенная формула $P(\nu>n)\approx e^{-pn}$. Если еще учесть, что в физических приложениях диаметры окружностей ограничены (например, в работах /I0,II/ в качестве распределения диаметров было использовано усеченное нормальное распределение), то справедливо следующее утверждение об асимптотическом поведении ν /4/: пусть существует t_0 такое, что $H(t_0)=1$, тогда существуют $\beta>1$, β_1, $R>1$, C – такие, что

$$P_n=(\beta-1)\,\beta_1\,\beta^{-n-1}+r_n\ ,\quad n=1,2\ldots,$$

где

$$|r_n| \leq CR^{-n}\ .$$

Из этого, в частности, следует, что при естественном в физических задачах предположении: $F(t)=1-e^{-gt}$, $t\geq 0$, имеет место:

Теорема I.I. Распределение числа стримеров ν в сгустке в определяется формулой (I.I),

где

$$P(A_n) = \frac{g^{n+1}}{n!}\int_0^\infty \left\{\int_0^t H(x)dx\right\}^n e^{-gt}dt . \qquad (I.5)$$

Если $D=\int_0^\infty tdH(t)<\infty$, то среднее значение ν равно

$$M(\nu) = e^{gD} . \qquad (I.6)$$

Производящая функция $\varphi(z)$ имеет вид

$$\varphi(z)=1-(g\int_0^\infty \exp(-g\int_0^t (1-zH(x)dxdt)^{-1} . \qquad (I.7)$$

Следствие.

Для сплошных треков (т.е. когда $g\to\infty$) имеем $P(\nu > n)\approx e^{-pn}$, где $p=e^{-gD}$.

2. Число наблюдаемых стримеров в сгустке

При практическом определении числа окружностей в сгустке возникают трудности из-за эффекта полного поглощения отдельных окружностей некоторой другой или другими окружностями.

Этого эффекта нет в случае окружностей с постоянными диаметрами /II/ (СМО $GI/D/\infty$), когда число окружностей в сгустке имеет геометрическое распределение с параметром $p=1-F(D-0)$. В случае окружностей со случайными диаметрами введем новое понятие наблюдаемой окружности, т.е. такой, для которой не существует других окружностей с центрами, расположенными на прямой, покрывающих ее целиком.

Обозначим через ν_H /I6/ число наблюдаемых окружностей (требований), обслуженных за период занятости системы $GI/GI/\infty$, через $q(t)$ – число занятых каналов в момент t, $P_k(t)=P(q(t)=k)$, $k=1,2,\ldots$, и пусть $P_0(0)=1$. Если $\{k_n\}_{n=1}^\infty$ – случайная последовательность всех наблюдаемых окружностей и $A_n=\{q_{k_{n+1}}=0\}$ (q_r означает число требований в системе в момент прихода r-го требования), то $P(\nu_H=n)=P(\bar{A}_1\ldots\bar{A}_{n-1}A_n)$.

События $\{A_n\}_{n=1}^\infty$ – рекуррентные и имеют место $P(A_n/\bar{A}_{n-1})=P(A_n)$, $n=2,3,\ldots$. Поэтому события $\{A_n\}_{n=1}^\infty$ являются испытаниями Бернулли /I6/ и

$$P_n^H = P(\nu_H = n) = p(1-p)^{n-1} , \quad n=1,2\ldots, \qquad (2.I)$$

где

$$p=\int_0^\infty P_0(t+0)dH(t) .$$

Таким образом доказана

Теорема 2.I. Число наблюдаемых стримеров ν_H в сгустке в имеет геометрическое распределение (2.I) с параметром

$$p=\int_0^\infty \exp(-g\int_0^t (1-H(x)dx)dH(t) \qquad (2.2)$$

и $M(\nu)=1/p$.

Для сплошных треков $(g\to\infty)$ имеем асимптотическую оценку $P(\nu_H>n)\approx e^{-pn}$, где p определяется по формуле (2.2).

3. Длина сгустка, длина промежутка, длина цикла

Распределение периода занятости, т.е. длины сгустка в СМО с бесконечным числом каналов, известно авторам только для частных систем $M/GI/\infty$ и $GI/D/\infty$. В работе /I7/ преобразование Лапласа периода занятости для первой из этих систем было определено решением уравнения в частных производных I-го порядка. В настоящей работе для этой цели снова используется более простой метод рекуррентных событий /I4/. Пусть T – цикл (т.е., $T=B+L$) системы $GI/GI/\infty$. Обозначим

$$a(s)=\int_0^\infty e^{-st}dF(t) , \quad s\geq 0 , \qquad (3.I)$$

и $\varphi^*(z)$ – производящую функцию (I.4) числа требований, обслуженных за период занятости системы, в которой $F(t)$ заменена на

$$F^*(t,s) = a^{-1}(s)\int_0^t e^{-sx}dF(x) . \qquad (3.2)$$

Тогда (см. /4/) преобразование Лапласа $\Phi_T(s)=M(e^{-Ts})$ цикла T системы $GI/GI/\infty$ имеет вид

$$\Phi_T(s) = \varphi^*(a(s)) \quad , \quad s \geq 0 \tag{3.3}$$

и

$$M(T) = M(\nu)\, M(T_1) \tag{3.4}$$

(T_1 – по-прежнему промежуток между двумя последовательными требованиями).

Нетрудно видеть, что в системе $M/GI/\infty$ период простоя имеет показательное распределение с параметром g. Поэтому имеют место теоремы:

<u>Теорема 3.I.</u> Преобразование Лапласа расстояния T между левыми краями соседних сгустков имеет вид

$$\Phi_T(s)=1-((g+s)\int_0^\infty \exp(-st-g\int_0^t (1-H(x)dx)dt)^{-1} \quad , \tag{3.5}$$

а среднее значение

$$M(T) = e^{gD} / g \; . \tag{3.6}$$

<u>Теорема 3.2.</u> Преобразование Лапласа длины сгустка B имеет вид

$$\Phi_B(s)=1+s/g-(g\int_0^\infty \exp(-st-g\int_0^t (1-H(x)dx)dt)^{-1} \tag{3.7}$$

и

$$M(B) = (e^{gD}-1)/g \; . \tag{3.8}$$

4. <u>Длина дискретизованного сгустка</u>

В этой части рассматривается задача определения распределения длины сгустка дискретизованного при сканировании изображения устройством. В математическом плане процесс измерения соответствует наложению решетки с шагом h на временную ось и запоминанию координат ячеек решетки, заполненных одной или несколькими окружностями (или частью окружности). Не запоминаются координаты пустых ячеек, а также тех, которые содержат пренебрежимо малую часть какой-то окружности (это определяется заданием малой сагитты s_o сегмента окружности, пересекаемого скан-линией /II/).

Таким образом, дискретизованный сгусток можно представить как последовательность единиц и нулей, соответствующих сгусткам и промежуткам между ними. Более подробно процесс дискретизации описан в /I0,II/.

Как было показано в /I8/, длину дискретизованного сгустка можно истолковать как период занятости дискретной СМО $E/GI/G/\infty$, в которую в момент τ_n приходят требования партиями объемов ν_n, $n=1,2,\ldots$ Таким образом получаем /II,I8,I9/ распределение для моментов поступления

$$P(\tau_n-\tau_{n-1}=kh)=\frac{(e^{gh}-2+e^{-gh})\,e^{-kgh}}{1-e^{-gh}}$$

объемов

$$P(\nu_n=k) = \frac{e^{-gh}(gh)^k}{((1-e^{-gh})k!} \quad , \tag{4.I}$$

и дискретных диаметров

$$P(D_n=kh)= \frac{1}{h}\int_{-s_oh}^{(1-s_o)} \left\{H(h(k+s_o)-u)-H(h(k-1+s_o)-u)\right\} du \; ,$$

$$k=1,2,\ldots.$$

В первых работах /I0,II/, относящихся к определению характеристик дискретизованного трека, делалось существенное допущение, а именно: вероятность эффекта поглощения считалась пренебрежимо малой. Точное решение задачи о распределении с учетом эффекта поглощения было выполнено в работе /8/.

Пусть

$$P_o(k)=e^{-gh}(e^{gF_k} - e^{gF_{k-1}}) \quad , \quad k=1,2,\ldots, \tag{4.2}$$

где

$$F_k = \int_{h(k-1+2s_o)}^{h(k+2s_o)} H(t)dt$$

и

$$P_o(0) = e^{-gh} \; . \tag{4.3}$$

Если $PP(n)$ – вероятность того, что в промежутке $(0,h)$ (в первой ячейке) находится хотя бы один левый конец стримера и длина сгустка равна nh, то искомая вероятность равна

$$P(n) = PP(n)/(1-e^{-gh}) . \tag{4.4}$$

Пусть $W(n,k)$, $k=1,..,n$ – вероятность того, что из партии стримеров, имеющих левые концы в первой ячейке, а правые – не дальше k – й ячейки, образовался сгусток длины nh.
Тогда

$$PP(k) = \sum_{k=1}^{n} W(n,k) . \tag{4.5}$$

Вероятности $PP(k)$ могут быть определены из рекуррентных соотношений

$$\left.\begin{aligned} W(1,1) &= P_0(1)P_0(0) , \\ PP(1) &= W(1,1) . \end{aligned}\right\} , \tag{4.6}$$

$$\left.\begin{aligned} W(2,1) &= P_0(1)PP(1) , \\ W(2,2) &= P_0(2)(P_0(1)+P_0(2))P_0(0) , \\ PP(2) &= W(2,1) + W(2,2) \end{aligned}\right\} . \tag{4.7}$$

Введем обозначения

$$S(k) = \sum_{i=0}^{k} P_0(i) , \qquad k=0,1,2,\ldots, \tag{4.8}$$

$$SS(k) = \prod_{i=0}^{k} S(i) , \qquad k = 1,2, \ldots . \tag{4.9}$$

Для $n \geqslant 3$ определим

$$\begin{aligned} W(n,1) &= P_0(1)PP(n-1) , \\ W(n,n) &= P_0(n)SS(n-1) . \end{aligned} \tag{4.10}$$

Для $2 \leqslant k \leqslant n-1$ положим

$$B(n,k-1,1) = S(1)PP(n-k) + \sum_{i=2}^{n-k+1} W(n-k+1,i) \tag{4.11}$$

и для $2 \leqslant j \leqslant k-1$

$$B(n,k-1,j) = S(j)B(n,k-1,j-1) + \sum_{i=j+1}^{n-k+j} W(n-k+j,i) . \tag{4.12}$$

Тогда

$$W(n,k)=P_0(k)B(n,k-1,k-1) . \tag{4.13}$$

Теорема 4.1. Вероятность того, что дискретизованный сгусток имеет длину nh, определяется по рекуррентным формулам (4.4–4.13).

Для определения преобразования Лапласа и средней длины дискретизованного сгустка применение формул (4.4–4.13) затруднительно. Однако это возможно сделать, как показано в /19/, методом рекуррентных событий, описанным во втором и третьем разделах настоящей работы.

Пусть H_1 – функция распределения дискретного диаметра из (4.1). Подстановкой

$$H(t)=\sum_{k=1}^{\infty} P(\nu_1=k)H_1^k(t)= \frac{e^{-gh}}{1-e^{-gh}}(e^{ghH_1(t)}-1) , \tag{4.14}$$

можно систему $E/GI/GI/\infty$ превратить в систему $E/GI/\infty$ с функцией распределения диаметра (4.14).

Теорема 4.2. Преобразование Лапласа Φ_{B_h} длины дискретного сгустка B_h с шагом h определяется выражением

$$\Phi_{B_h}(s) = \frac{1-e^{-(g+s)h}}{(1-e^{-gh})e^{-sh}} - \frac{e^{-gh}(1-e^{-g(s+h)})}{(1-e^{-gh})^2 e^{-sh}} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(1-e^{-gh})e^{-sh}}{e^{-gh}(1-e^{-g(s+h)})} \right)^{n+1} \sum_{k=n+1}^{\infty} e^{-(g+s)hk} \times \right. \tag{4.15}$$

$$\left. \times \sum_{1 \leqslant k_1 < \ldots < k_n < k} \prod_{j=1}^{n} (e^{ghH_1(hk_j)}-1) \right\}^{-1} , \qquad s \geqslant 0 ,$$

и среднее

$$M(B_h)=(1/\lim P(A_n)-1/(1-e^{-gh}) \quad , \qquad (4.16)$$

где

$$P(A_n)=\frac{(1-e^{-gh})}{e^{-gh}}\sum_{k=n+1}^{\infty} e^{-ghk}\sum_{1\le k_1<\ldots k_n<k}\prod_{j=1}^{n}(e^{ghH_1(hkj)}-1) \ .$$

Устремляя шаг дискретизации h к нулю, получаем следующие предельные соотношения:

$$\lim_{h\to 0} \Phi_{B_h}(s)=\Phi_B(s) \quad , \quad s\geqslant 0 \quad ,$$

где $\Phi_B(s)$ определяется по формуле (3.7) и

$$\lim_{h\to 0} M(B_h) = (e^{gD}-1)/g \ .$$

5. Распределение диаметров стримеров

В определении ранее исследуемых характеристик сгустка важнейшую роль играло распределение диаметров стримеров. Зная значение параметра ионизации g, можно, наблюдая концы сгустков (до дискретизации), восстановить функцию распределения диаметров $H(t)$ /20/. Достаточно для этого исследовать преобразование Лапласа длины сгустка (3.7). Из /20/ вытекает, например, что если распределение цикла T показательное, то $H(t)$ – логистическое, если распределение длины сгустка показательное, то диаметр стримера есть максимум показательного и логистического распределений.

Заключение

Основным методом в решении вышеупомянутых задач является метод рекуррентных событий. Он допускает очень простой и элегантный вывод формул для производящих функций и преобразований Лапласа для ряда исследуемых нами случайных величин. Некоторые из этих формул, естественно, можно вывести также классическими методами, как, например, формула (1.4) была получена в /2/ в результате решения интегрального уравнения, а (3.7) – решения уравнения в частных производных /17/. Метод рекуррентных событий применим также к системам с конечным числом каналов.

Очевидно, что далеко не все проблемы, которые возникают при решении задач обработки физических данных, получаемых в физике высоких энергий, решены выше. Было бы, например, интересно изучение ширины блоба в точке t или процесса появления наблюдаемого стримера и др.

Таким образом видно, что некоторые задачи, возникающие в практике ОИЯИ, вызывают интерес не только физиков, но и специалистов-математиков, интересующихся проблемами систем массового обслуживания с бесконечным числом каналов обслуживания.

Литература

1. Glaz J. J. Appl. Probab., 1981, 18, p. 268.
2. Афанасьева Л.Г., Михайлова И.В. Техническая кибернетика, 1978, № 6, с.88.
3. Takacs L. Introduction to the theory of queues: New York, 1962.
4. Takacs L. Acta Math. Acad. Scient. Hungar., 1958. No 1-2, p.44.
5. Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. "Наука", М., 1972.
6. Боровков А.А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. "Наука", М., 1980.
7. Хинчин А.Я. Математические методы теории массового обслуживания. Изд-во АН СССР, М., 1955.
8. Штоян Д. Качественные свойства и оценки стохастических моделей. "Мир", М., 1979.
9. Кадыков Г.М. и др. В кн.: "Программирование и статистические методы решения физических задач." ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1974, с.51.
10. Двуреченский А. и др. ОИЯИ, 5-81-362, Дубна, 1981.
11. Кулюкина Л.А. и др. ОИЯИ, Р5-11143, Дубна, 1977.
12. Glückstern R.L. Nucl. Instr. Meth., 1966, 45, p.166.
13. Поселиани Ц.И., Ососков Г.А. ОИЯИ, 10-8144, Дубна, 1974.
14. Двуреченский А., Ососков Г.А. ОИЯИ, 5-82-631, Дубна, 1982.

I5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. I, "Мир", М., I967.

I6. Двуреченский А. ОИЯИ, Р5-82-663, Дубна, I982.

I7. Афанасьева Л.Г., Михайлова И.В. В кн.: "Материалы Всесоюзного симпозиума по статистике случайных процессов.", Изд. Киевского госуд. университета, Киев, I973, с.I2.

I8. Dvurečenskij A. et al. JINR, E10-82-136, Dubna, 1982 .

I9. Двуреченский А. ОИЯИ, Р5-82-662, Дубна, I982.

20. Афанасьева Л.Г., Михайлова И.В. В кн.: Труды матем. фак-та ВГУ, Воронеж, I973, с.I32.

Рукопись поступила в издательский отдел
2I сентября I982 года.

Двуреченский А., Кулюкина Л.А., Ососков Г.А. Р5-82-682

О применении систем массового обслуживания
с бесконечным числом каналов к некоторым задачам физики высоких энергий

Путем применения методов теории массового обслуживания для систем с бесконечным числом каналов к определению некоторых характеристик стримерного сгустка получены вероятностные распределения следующих случайных величин: 1 - числа стримеров в стримерном треке; 2 - числа наблюдаемых стримеров в стримерном сгустке; 3 - длины сгустка, следующего за ним промежутка между сгустками и суммы сгустка и промежутка; 4 - длины сгустка после дискретизации в считывающем устройстве. Кроме этого, рассмотрена возможность восстановления неизвестного распределения диаметров стримеров.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Dvurečenskij A., Kulyukina L.A., Osokov G.A. P5-82-682

On Application of Queueing Systems with Infinitely Many Servers
to Some Problems of the High Energies Physics

The application of the methods of the queueing systems with infinitely many servers to the determination of some characteristics of a streamer blob is investigated. The following problems are studied: 1) the number of the streamers in a blob; 2) the number of the observable streamers in a blob; 3) the lengths of the blob; gap, and their sum; 4) the length of discretized blob; 5) the renewal of the distribution of the streamer diameters.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.