сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

1/83

3/1-83

Р5-82-648

Ву Суан Минь

БИЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1982

I. Введение

Линейные дискретные динамические системы с переменными параметрами составляют класс линейных автоматов (или линейных последовательностных машин), переходная функция состояния и выходное отображение которых меняются во времени. Они могут быть построены над бесконечным полем /I-3/ или конечным полем /4-7/. В настоящее время исследование линейных дискретных динамических систем с переменными параметрами представляет собой сложную проблему. Следовательно, конструирование стационарной модели линейных дискретных динамических систем с переменными параметрами, которая легко поддается исследованию, представляет собой несомненный интерес.

В предлагаемой работе с помощью понятия обобщенной билинейной дискретной динамической системы будет показано, что любая линейная дискретная динамическая система с переменными параметрами сводится к стационарной однородной билинейной дискретной динамической системе, проблемы структуры которой успешно решаются алгебраическими методами /8,9/.

2. Обобщенная билинейная дискретная динамическая система

В этом параграфе вводится понятие обобщенной билинейной дискретной динамической системы и устанавливается ее связь с известными классами билинейных дискретных динамических систем.

(2.I) Определение

Обобщенной билинейной дискретной динамической системой над полем K называется девятка

$$S = \langle T, K, X, U, Y, \emptyset, A, B, C \rangle ,$$

где $T = \{0, 1, 2, \ldots\}$; $X = K^n$, $U = K^p$, $Y = K^q$ – конечномерные векторные пространства над полем K с фиксированными базисами, называемые пространством состояний, входным пространством и выходным пространством соответственно; $\emptyset$: $V \to Y^T$ – заданное отображение вход-выход, называемое дискретным динамическим процессом ($V \subseteq U^T$); $A, B=\{B_1,\dots,B_p\}$ и C – постоянные матрицы с коэффициентами из поля K ($A, B_1,\dots,B_p \in K^{n\times n}$ и $C \in K^{n\times p}$), которые определяют в пространстве X одношаговую переходную функцию состояния:

$$x(t+1) = Ax(t) + \sum_{i=1,\dots,p} v_i(t)B_i x(t) + Cv(t),$$

для всех $t \in T$, $x(t) \in X$ и $v \in U^T$ (здесь $v_i(t)$ – i-я координата входной величины $v(t)$). При этом требуется, чтобы для S существовала реализующая пара (x, η) начального состояния $x \in X$ и билинейного выходного отображения $\eta: U\times X \to Y$, определяемого выражением

$$y(t) = \eta(x(t),v(t)) = Dx(t) + \sum_{i=1,\dots,p} v_i(t)E_i x(t) + Fv(t),$$

для всех $t \in T$, $x(t) \in X$, $v \in U^T$, где $D, E_1,\dots,E_p \in K^{q\times n}$ и $F \in K^{q\times p}$. Это означает, что для любого $v \in V$ удовлетворяется равенство

$$S_{x\eta}(v) = \emptyset(v) \quad ,$$

где $S_{x\eta}$: $U^T \to Y^T$ – отображение вход-выход системы S с начальным состоянием x и выходным отображением η.

(2.2) <u>Определение</u>

Переходная функция состояния системы S есть отображение $\lambda : X \times U^T \times T^* \to X$ (где $T^* = \{[0,t) : t \in T\}$), которое определяется индукцией по T:

$$\lambda(x,v\,|\,[0,0)) = x,$$

$$\lambda(x,v\,|\,[0,t+1)) = A\lambda(x,v\,|\,[0,t)) + \sum_{i=1,\dots,p} v_i(t)B_i\lambda(x,v\,|\,[0,t)) + Cv(t),$$

для всех $x \in X$, $v \in U^T$ и $t \in T$.

Таким образом, отображение вход-выход $S_{x\eta}$ определяется выражением

$$S_{x\eta}(v)(t) = \eta(\lambda(x,v\,|\,[0,t))) = D\lambda(x,v\,|\,[0,t)) + \sum_{i=1,\dots,p} v_i(t)E_i\lambda(x,v\,|\,[0,t)) + Fv(t),$$

(2.3) <u>Определение</u>

Обобщенная билинейная дискретная динамическая система называется системой с линейным выходным отображением или неоднородной билинейной системой, если ее выходное отображение является линейным преобразованием, т.е.

$$y(t) = Dx(t) \quad ,$$

где $E_1 = E_2 = \dots = E_p = 0$ и $F = 0$.

(2.4) <u>Определение</u>

Обобщенная билинейная дискретная динамическая система называется однородной билинейной системой, если $C=0$ и ее выходное отображение является линейным преобразованием.

(2.5) <u>Определение</u>

Пусть τ – целое неотрицательное число. Тогда τ-сдвигом дискретного динамического процесса $\emptyset$: $V \to U^T$ называется отображение $\tau\emptyset$: $V \to Y^T$, такое, что $\tau\emptyset(v)(t) = \emptyset(v)(t-\tau)$ для всех $t \geq \tau$ и $\tau\emptyset(v)(t) = 0$ для всех $t < \tau$.

(2.6) <u>Определение</u>

Пусть $\emptyset$: $V \to U^T$ – заданный дискретный динамический процесс, S – некоторая дискретная динамическая система над полем K и τ – некоторое неотрицательное число. Тогда система S называется реализацией процесса $\emptyset$ со сдвигом на τ, если она реализует отображение $\tau\emptyset$, т.е. существует реализующая пара (x, η) такая, что $S_{x\eta}(v) = \tau\emptyset(v)$ для всех $v \in V$.

(2.7) <u>Предложение</u>

Для любой обобщенной билинейной дискретной динамической системы $S = \langle T,K,X,U,Y,\emptyset,A,B,C \rangle$ над полем K существует неоднородная билинейная дискретная динамическая система $S' = \langle T, K, X', U, Y, 1\emptyset, A', B', C' \rangle$, которая реализует систему S со сдвигом на единицу (т.е. S' реализует каждое отображение вход-выход системы S со сдвигом на единицу).

<u>Доказательство</u>

Для обобщенной системы S построим неоднородную билинейную систему

$$S' = \langle T,K,X',U,Y,1\emptyset,A',B',C'\rangle ,$$

где $\quad X' = K^{n+q}$, $\quad A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix}$, $\quad B_i' = \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ E_i & 0 \end{bmatrix}$

(для всех $i = 1,\dots,p$) и $C' = \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix}$ с линейным выходным отображением $\eta' : X' \longrightarrow Y: \; x' \longmapsto D'x'$, где $D' = [0,\ I_{qq}]$ (I_{qq} – единичная матрица размером $q \times q$). Покажем, что для каждого $x \in X$ $S'_{x'\eta'} = 1S_{x\eta}$, где $x' = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$. Действительно, для произвольного $v \in U^T$ имеем:

при $t = 0$ $\quad \lambda'(x',v|[0,0)) = x' = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,0)) \\ 0 \end{bmatrix}$

и $\quad S'_{x'\eta'}(v)(0) = [0, I_{qq}]\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} = 0;$

при $t = 1$ $\quad \lambda'(x',v|[0,1)) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \sum\limits_{i=1,\dots,p} v_i(0) \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ E_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} v(0) =$

$$= \begin{bmatrix} Ax + \sum\limits_{i=1,\dots,p} v_i(0)\ B_i x + Cv(0) \\ Dx + \sum\limits_{i=1,\dots,p} v_i(0)\ E_i x + Fv(0) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,1)) \\ S_{x\eta}(v)(0) \end{bmatrix} .$$

Пусть для произвольного $t > 0$ $\quad \lambda'(x',v|[0,t)) = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ S_{x\eta}(v)(t-1) \end{bmatrix}$. Тогда

$$\lambda'(x',v|[0,t+1)) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ S_{x\eta}(v)(t-1) \end{bmatrix} + \sum v_i(t) \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ E_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ S_{x\eta}(v)(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} v(t) =$$

$$= \begin{bmatrix} A\,\lambda(x,v|[0,t)) + \sum\limits_{i=1,\dots,p} v_i(t) B_i\, \lambda(x,v|[0,t)) + Cv(t) \\ D\,\lambda(x,v|[0,t)) + \sum\limits_{i=1,\dots,p} v_i(t) E_i\, \lambda(x,v|[0,t)) + Fv(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t+1)) \\ S_{x\eta}(v)(t) \end{bmatrix} .$$

Таким образом, по индукции $\quad \lambda'(x',v|[0,t)) = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ S_{x\eta}(v)(t-1) \end{bmatrix}$ для всех $t \geqslant 1$.

Отсюда $\quad S'_{x'\eta'}(v)(t) = [0, I_{qq}] \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ S_{x\eta}(v)(t-1) \end{bmatrix} = S_{x\eta}(v)(t-1) = 1S_{x\eta}(v)(t)$.

Следовательно, $S'_{x'\eta'} = 1S_{x\eta}$. В частности, если (x, η) – реализующая пара системы S , то $S'_{x'\eta'}(v) = 1S_{x\eta}(v) = 1\emptyset(v)$ для каждого $v \in V$. □

(2.8) Предложение

Для любой обобщенной билинейной дискретной динамической системы $S = \langle T,K,X,U,Y,\emptyset,A,B,C\rangle$ над полем K существует однородная билинейная дискретная динамическая система $S' = \langle T,K,X',U,Y,1\emptyset,A',B'\rangle$, которая реализует систему S со сдвигом на единицу (т.е. S' реализует каждое отображение вход-выход системы S со сдвигом на единицу).

Доказательство

Из (2.7) следует, что (2.8) будет доказано, если для любой неоднородной билинейной дискретной динамической системы $S = \langle T,K,X,U,Y,\emptyset,A,B,C\rangle$ существует однородная билинейная система $S' = \langle T,K,X',U,Y,\emptyset,A',B'\rangle$, которая реализует S . Пусть η – допустимое линейное выходное отображение системы S с соответствующей матрицей D . Построим однородную билинейную систему

$$S' = \langle T,K,X',U,Y,\emptyset,A',B'\rangle ,$$

где $\quad X' = X \oplus K$, $\quad A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\quad B_i' = \begin{bmatrix} B_i & C_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ для всех $i = 1,\dots,p$,

C_i – i -й столбец матрицы $C = [C_1,\dots,C_i,\dots C_p]$. Покажем, что η' с матрицей $D' = [D, 0]$ является допустимым линейным выходным отображением системы S' и для каждого $x \in X$ $S'_{x'\eta'} = S_{x\eta}$, где $x' = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$.

Действительно, для произвольного $v \in U^T$ имеем

при $t = 0$ $\quad \lambda'(x',v|[0,0)) = x' = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,0)) \\ 1 \end{bmatrix}$.

Пусть для некоторого $t \in T$ $\quad \lambda'(x',v|[0,t)) = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ 1 \end{bmatrix}$.

Тогда

$$\lambda'(x',v|[0,t+1))=\begin{bmatrix}A&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda(x,v|[0,t))\\1\end{bmatrix}+\sum_{i=1,\dots,p}v_i(t)\begin{bmatrix}B_i&C_i\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda(x,v|[0,t))\\1\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}A\,\lambda(x,v|[0,t))\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\sum_{i=1,\dots,p}v_i(t)B_i\,\lambda(x,v|[0,t))+Cv(t)\\0\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}\lambda(x,v|[0,t+1))\\1\end{bmatrix}\quad .$$

Следовательно, по индукции $\lambda'(x',v|[0,t))=\begin{bmatrix}\lambda(x,v|[0,t))\\1\end{bmatrix}$ для любого $t\in T$. Тогда $S'_{x'\eta'}=S_{x\eta}$, так как для любого $v\in U^T$ и $t\in T$ имеем

$$S'_{x'\eta'}(v)(t)=[D,0]\begin{bmatrix}\lambda(x,v|[0,t))\\1\end{bmatrix}=D\,\lambda(x,v|[0,t))=S_{x\eta}(v)(t)\ .$$

В частности, если (x,η) – реализующая пара системы S, то $S'_{x'\eta'}(v)=S_{x\eta}(v)=\varnothing(v)$ для всех $v\in V$. □

3. Билинейная модель линейных дискретных динамических систем с переменными параметрами

В этом параграфе с помощью результатов предыдущего параграфа будет доказано, что любая линейная дискретная динамическая система с переменными параметрами сводится к стационарной однородной билинейной дискретной динамической системе.

(3.I) Определение

Линейной дискретной динамической системой с переменными параметрами над полем K называется восьмерка

$$S=\langle T,K,X,U,Y,\varnothing,A,C\rangle\quad ,$$

где $T,X,U,Y,\varnothing$ такие, как в обобщенной билинейной дискретной динамической системе, $A\colon T\to K^{n\times n}$ и $C\colon T\to K^{n\times p}$ (здесь $K^{i\times j}$ – пространство матриц размером $i\times j$ с коэффициентами из поля K), которые определяют одношаговую переходную функцию состояния в пространстве состояний X :

$$x(t+1)=A(t)\,x(t)+C(t)v(t),$$

для всех $t\in T$, $x(t)\in X$ и $v\in U^T$. При этом требуется, чтобы для S существовала реализующая пара (x,η) начального состояния $x\in X$ и выходного отображения $\eta\colon X\times U\to Y$, определяемого выражением

$$y(t)=\eta(x(t),v(t))=D(t)x(t)+F(t)\ v(t)$$

для всех $t\in T$, $x(t)\in X$ и $v\in U^T$, где $D\colon T\to K^{q\times n}$ и $F\colon T\to K^{q\times p}$, т.е. для любого $v\in V$ удовлетворяется равенство

$$S_{x\eta}(v)=\varnothing(v)\quad ,$$

где $S_{x\eta}\colon U^T\to Y^T$ – отображение вход-выход системы S с начальным состоянием x и выходным отображением η.

Таким образом, переходная функция состояния линейной системы с переменными параметрами над полем K определяется выражениями

$$\lambda(x,v|[0,0))=x,$$

$$\lambda(x,v|[0,t+1))=A(t)\,\lambda(x,v|[0,t))+C(t)v(t)$$

для всех $x\in X$, $v\in U^T$ и $t\in T$.

Тогда ее отображение вход-выход $S_{x\eta}$ определяется выражением

$$S_{x\eta}(v)(t)=D(t)\,\lambda(x,v|[0,t))+F(t)v(t)\ .$$

В дальнейшем для любой реализующей пары (x,η) мы будем называть η допустимым выходным отображением.

В линейной дискретной динамической системе с переменными параметрами коэффициенты матриц A,C,D и F являются свободными переменными, изменяющимися во времени, следовательно, мы можем принимать их за новые входные переменные, которые мы назовем структурными входными переменными. Мы обозначим через G множество структурных переменных, т.е.

$$G=\{A_{11},A_{12},\dots,A_{nn},C_{11},C_{12},\dots,C_{np},D_{11},\dots,D_{qn},F_{11},\dots,F_{qp},\alpha\},$$

где A_{ij},C_{ij},D_{ij} и F_{ij} – переменные, обозначающие (i,j) – элементы матриц A,C,D и F соответственно, а α – вспомогательная переменная. Построим функцию $G\colon T\to K^{n^2+np+qn+qp+1}$ $:t\mapsto G(t)$ следующим образом:

$$G(0)=(0,0,\dots,0,1),$$
$$G(t)=(A_{11}(t-1),\dots,A_{nn}(t-1),C_{11}(t-1),\dots,C_{np}(t-1),D_{11}(t-1),\dots,$$
$$D_{qn}(t-1),F_{11}(t-1),\dots,F_{qp}(t-1),\ 0\ )$$

для всех $t\geqslant 1$.

Очевидно, что функция G содержит всю информацию о структуре линейной дискретной динамической системы с переменными параметрами.

(3.2) Определение

Пусть $S_{x\eta}: U^T \to Y^T$ – отображение вход-выход линейной дискретной динамической системы с переменными параметрами $S = \langle T,K,U,Y,\emptyset,A,C\rangle$ над полем K с допустимым выходным отображением η. Тогда ее структурным отображением вход-выход называется отображение

$$\bar S_{x\eta} : \bar V \to Y^T : \bar v \mapsto S_{x\eta}(v) \quad ,$$

где $\bar V = \left\{ \bar v \in K^{q+n^2+np+qn+qp+1} : \bar v \in \begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix}, \quad v \in U^T, \quad z = G^{Tp} \right\}$

(здесь G^{Tp} – транспонирование G).

(3.3) Лемма

Для любого отображения вход-выход $S_{x\eta}: U^T \to Y^T$ линейной дискретной динамической системы $S = \langle T,K,X,U,Y,\emptyset,A,C\rangle$ над полем K с переменными параметрами существует обобщенная билинейная дискретная динамическая система, реализующая структурное отображение вход-выход $\bar S_{x\eta}: \bar V \to Y^T$ со сдвигом на единицу.

Доказательство

Пусть через L_{jh} обозначается матрица размером $(n+p)\times(n+p)$ такая, что $(L_{jh})_{r\ell} = 0$ для почти всех r,ℓ, кроме $(L_{jh})_{jh}=1$, и через M_{jh} – матрица размером $q\times(n+p)$ такая, что $(M_{jh})_{r\ell}=0$ для почти всех r,ℓ, кроме $(M_{jh})_{jh}=1$. Мы индексируем множество структурных переменных G следующим образом $\sigma: G \to N$ $(A_{11} \mapsto p+1,$ $A_{12} \mapsto p+2,\dots,A_{nn} \mapsto p+n^2, C_{11} \mapsto p+n^2+1,\dots,C_{np} \mapsto p+n^2+np, D_{11} \mapsto p+n^2+np+1,$ $\dots, D_{qn} \mapsto p+n^2+np+qn, F_{11} \mapsto p+n^2+np+qn+1,\dots,F_{qp} \mapsto p+n^2+np+qn+qp,$ $\alpha \mapsto p+n^2+np+qn+qp+1$).

Построим обобщенную билинейную дискретную динамическую систему:

$$S' = \langle T,K,X',U',Y,1\bar S_{x\eta},A',B',C'\rangle \quad ,$$

где $X' = K^{n+p}, A'=0, C'=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{pp} & 0 \end{bmatrix}, B'=(B_1',B_2',\dots,B'_{p+n^2+np+qn+qp+1})$,

при этом $B_1'=B_2'=\dots=B_p'=B'_{p+n^2+np+1}=B'_{p+n^2+np+2}=\dots=B'_{p+n^2+np+qn+qp}=0$,

если $\sigma^{-1}(i)=A_{jh}$, то $B_i'=L_{jh}$, если $\sigma^{-1}(i)=C_{jh}$,

то $B_i' = L_{j(n+h)}$ и $B'_{p+n^2+np+qn+qp+1} = \begin{bmatrix} I_{nn} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(здесь I_{rr} – единичная матрица размером $r\times r$),

$$U' = K^{p+n^2+np+qn+qp+1} \quad .$$

Покажем, что реализующей парой системы S' является (x',η'), где $x' = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$, $\eta' = (D',E',F')$, $D'=0, F'=0$, $E_1'=E_2'=\dots E'_{p+n^2+np}=E'_{p+n^2+np+qn+qp+1}=0$, если $\sigma^{-1}(i)=D_{jh}$,

то $E_i' = M_{jh}$, и если $\sigma^{-1}(i)=F_{jh}$, то $E_i' = M_{j(n+h)}$.

Обозначим через λ' переходную функцию состояния системы S'. Тогда для любого $\bar v \in \bar V$ имеем

при $t = 0$ $\lambda'(x',v|[0,0)) = x' = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$ и

$$S'_{x'\eta'}(\bar v)(0) = \sum_{i=p+n^2+np+1}^{i=p+n^2+np+qn+qp} \bar v_i(0)\, E_i' x' = 0 \ .$$

При $t=1$

$$\lambda'(x',\bar v(0,1)) = B'_{p+n^2+np+qn+qp+1}\, x' + C'\bar v(0)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{nn} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{pp} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(0) \\ z(0) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x \\ v(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,0)) \\ v(0) \end{bmatrix} .$$

Предположим, что для некоторого t $\lambda'(x',\bar v|[0,t)) = \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t-1)) \\ v(t-1) \end{bmatrix}$.

Тогда

$$\lambda'(x',\bar v|[0,t+1)) = \sum_{i=p+1,\dots,p+n^2+np} \bar v_i(t) B_i'\, \lambda'(x',v|[0,t)) + C'v(t) =$$

$$= \Big(\sum_{i=p+1,\dots,p+n^2} \bar v_i(t) B_i' + \sum_{i=p+n^2+1,\dots,p+n^2+np} \bar v_i(t) B_i' \Big)\, \lambda'(x',v|[0,t)) + C'v(t) =$$

$$= \Big(\sum_{j,h=1}^{j,h=n} A_{jh}(t-1) L_{jh} + \sum_{j,h=1}^{j=n,h=p} C_{jh}(t-1) L_{j(n+h)} \Big) \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ v(t-1) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{pp} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t-1) & C(t-1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t-1)) \\ v(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ v(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda(x,v|[0,t)) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad .$$

Отсюда по индукции для любого $t \geqslant 1$ имеем

$$\lambda(x',\bar{v}\,|\,[0,t)) = \begin{bmatrix} \lambda(x,v\,|\,[0,t-1)) \\ v(t-1) \end{bmatrix} .$$

Следовательно,

$$S'_{x'\eta'}(v)(t) = \sum_{i=p+n^2+np+1}^{i=p+n^2+np+qn+qp} \bar{v}_i(t)E'_i\,\lambda'(x',\bar{v}\,|\,[0,t)) =$$

$$= \Big(\sum_{i=p+n^2+np+1}^{i=p+n^2+np+qn} \bar{v}_i(t)E'_i + \sum_{i=p+n^2+np+qn+1}^{i=p+n^2+np+qn+qp} \bar{v}_i(t)E'_i \Big)\,\lambda'(x',\bar{v}\,|\,[0,t)) =$$

$$= \Big(\sum_{j,h=1}^{j=q,h=n} D_{jh}(t-1)M_{jh} + \sum_{j,h=1}^{j=q,h=p} F_{jh}(t-1)M_{j(n+h)} \Big) \begin{bmatrix} \lambda(x,v\,|\,[0,t-1)) \\ v(t-1) \end{bmatrix} =$$

$$= \big[D(t-1),\ F(t-1)\big] \begin{bmatrix} \lambda(x,v\,|\,[0,t-1)) \\ v(t-1 \end{bmatrix} =$$

$$= S_{x\eta}(v)(t-1) = 1S_{x\eta}(v)(t) = 1\bar{S}_{x\eta}(\bar{v})(t) .$$

Таким образом, $S'_{x'\eta'}(\bar{v}) = 1\bar{S}_{x\eta}(\bar{v})$ для всех $\bar{v} \in \bar{V}$. □

(3.4) Теорема

Для любой линейной дискретной динамической системы над фиксированным полем с переменными параметрами существует однородная билинейная дискретная динамическая система, которая реализует ее со сдвигом на $\tau = 2$.

Доказательство

Теорема является объединением (3.3) с (2.8). □

ЛИТЕРАТУРА

I. Theory and Application of Variable Systems. Ed. by R. Mohler and A. Ruberti, Academic Press, N.Y., 1972.

2. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой. "Наука", М., I967.

3. Калман Р., Фалб П.Л., Арбиб М.А. Очерки по математической теории систем. "Мир", М., I97I.

4. Фараджев Р.Г., Гараев М.И. Аналитические методы вычисления процессов в линейных последовательностных машинах с переменными параметрами. Автоматика и телемеханика , I97I, № I.

5. Gill A. Time-varying sequential machines. J.Franklin Inst. , 1963, vol. 276, pp. 519-539.

6. Marcovitz A.B. Linear time-varying discrete systems. J. Franklin Inst., monographs, 1963, No.8.

7. Deuel D.R. Time - varying linear sequential machines. J. Computer and Syst. Sci. , 1969, vol.3, No.1.

8. Ву Суан Минь. ОИЯИ, 5-8I-266, Дубна, I98I.

9. Ву Суан Минь. ОИЯИ, 5-8I-267, Дубна, I98I.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 сентября I982 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
Д17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
Д6-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Ву Суан Минь Р5-82-648

Билинейная модель линейных дискретных динамических систем с переменными параметрами

Разработана билинейная /стационарная/ модель линейных дискретных динамических систем с переменными параметрами. Доказано, что для любой линейной дискретной динамической системы с переменными параметрами существует эквивалентная ей однородная билинейная дискретная динамическая система.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Vu Xuan Minh P5-82-648

Belinear Model of Linear Discrete-Time Dynamical Systems with Variable Parameters

The bilinear /stationary/ model of linear discrete-time dynamical systems with variable parameters is elaborated. It is proved that there exists equivalent homogeneous bilinear discrete-time dynamical system for any linear discrete-time dynamical system with variable parameters.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод автора.