ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



Р5 - 6824

В.К.Мельников

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

# О СУЩЕСТВОВАНИИ ДВОЯКОАСИМПТОТИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ

1972

Р5 - 6824

В.К.Мельников

# О СУЩЕСТВОВАНИИ ДВОЯКОАСИМПТОТИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ

Направлено в ДАН СССР

Пусть $G$ - область на плоскости $(x,y)$, ограниченная аналитической кривой $C$, гомеоморфной окружности. Пусть, далее , $T$ - сохраняющий площадь аналитический гомеоморфизм области $G$ в плоскость $(x,y)$, такой, что $T(G) \cap G \neq 0$. Предположим, что существует сохраняющий площадь аналитический гомеоморфизм $T^{-1}$ области $G$ в плоскость $(x,y)$, такой, что $TT^{-1}(\zeta)=\zeta$ для любой точки $\zeta \subseteq (T(G) \cap G)$. Пусть, наконец, $s$ - неподвижная точка отображения $T$. Предположим, далее, что существует гомеоморфная интервалу аналитическая кривая $\Lambda$, такая, что

$$\bar{\Lambda} \subset G, \Lambda = \bigcup_{n=-\infty}^{\infty} T^n(\lambda_a), \quad \rho(s, T^n(\lambda_a)) \to 0 \qquad \text{при } n \to -\infty, \qquad /1/$$

где $\lambda_a$ -замкнутая дуга кривой $\Lambda$, ограниченная парой точек $a \subseteq \Lambda$ и $T(a)$. Определим множество $\tilde{\Lambda} \subset G$ следующим образом. Точка $\zeta$ принадлежит множеству $\tilde{\Lambda}$, если существует последовательность точек $\zeta_m \in \Lambda$ такая, что $\zeta_m \to \zeta$ при $m \to \infty$ и $\zeta_m \subseteq T^{n_m}(\lambda_a)$ , где $n_m \to \infty$ при $m \to \infty$.

В этих условиях справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Если $\Lambda \cap \tilde{\Lambda} = 0$, то любая точка $z \subseteq \tilde{\Lambda}$ - неподвижная, т.е. $T(z) = z$.

Доказательство этой теоремы опирается на следующие леммы, в формулировках которых опущено обязательное требование $\Lambda \cap \tilde{\Lambda} = 0$

Лемма 1. Пусть ломаная $\mathcal{L} \subset G$ соединяет точки $a \subseteq \Lambda$ и $\tilde{a} \subseteq \tilde{\Lambda}$ . Предположим, что

$$\mathcal{L} \cap \tilde{\Lambda} = \tilde{a}, \quad T(\mathcal{L} \setminus \tilde{a}) \cap (\mathcal{L} \setminus \tilde{a}) = 0. \qquad /2/$$

Предположим, далее, что $\mathcal{L} \cap \Lambda = a$.

Тогда либо найдется $n > 0$ такое, что

$$\left(\bigcup_{k=0}^{n} T^k(\mathcal{L})\right) \subset G, \quad T^{n+1}(\mathcal{L} \setminus \tilde{a}) \cap (\mathcal{L} \setminus \tilde{a}) \neq 0,$$

либо найдется $n' > 0$ такое, что

$$(\bigcup_{k=0}^{n'} T^{-k}(\mathfrak{L})) \subset G, \quad T^{-(n'+1)}(\mathfrak{L} \setminus \tilde{a}) \cap (\mathfrak{L} \setminus \tilde{a}) \neq 0.$$

Лемма 2. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \in \Lambda$ и $\tilde{a} \in \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/. Предположим, что

$$\mathfrak{L} \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-n}(\lambda_a)) = a. \qquad /3/$$

Тогда $\mathfrak{L} \cap \lambda_\sigma \neq 0$ для любой точки $\sigma \in (\bigcup_{n=0}^{\infty} T^n(\lambda_a))$.

Лемма 3. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \in \Lambda$ и $\tilde{a} \in \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/, /3/. Пусть,далее, $a, b \in (\mathfrak{L} \cap \Lambda)$- произвольные точки, $L$- замкнутая дуга кривой $\Lambda$, ограниченная точками $a, b$, и $\ell$ - часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между этими же точками.

Тогда индекс $J(\zeta, K)$произвольной точки $\zeta \in (s \cup \tilde{\Lambda})$ относительно замкнутой кривой $K = L \cup \ell$ равен нулю.

Лемма 4. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \in \Lambda$ и $\tilde{a} \in \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/, /3/. Пусть,далее, $\Lambda_m$ - те дуги множества $\Lambda \setminus (\mathfrak{L} \cup T(\mathfrak{L}))$, один конец которых принадлежит ломаной $\mathfrak{L}$, а другой - кривой $T(\mathfrak{L})$. Выберем на ломаной $\mathfrak{L}$ и кривой $T(\mathfrak{L})$ согласованным образом направление нормали.

Тогда все дуги $\Lambda_m$ подходят к ломаной $\mathfrak{L}$ с одной и той же стороны и все дуги $\Lambda_m$, кроме, может быть, конечного числа, подходят к кривой $T(\mathfrak{L})$ с противоположной стороны.

В соответствии с леммой 4 направление, в котором дуги $\Lambda_m$ подходят к ломаной $\mathfrak{L}$, будем считать положительным. Следовательно, направление, в котором дуги $\Lambda_m$ /все, кроме, может быть, конечного числа/ подходят к кривой $T(\mathfrak{L})$, будет отрицательным.

Лемма 5. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \in \Lambda$ и $\tilde{a} \in \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/, /3/. Пусть, далее, точки $a, a' \in (\mathfrak{L} \cap \Lambda)$ и $b, b' \in (T(\mathfrak{L}) \cap \Lambda)$ лежат на кривой $\Lambda$ в следующем порядке: $T^{-1}(a)$, $a$, $b, b', a'$, причем на ломаной $\mathfrak{L}$ точка $a$ лежит между точками $a'$ и $a$, а на кривой $T(\mathfrak{L})$ точка $b$ лежит между точками $b'$ и $T(a)$. Пусть, наконец, $\ell$ - часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между точками $a$ и $a'$, а $\ell'$ - часть кривой $T(\mathfrak{L})$,заключенная между точками $b$ и $b'$.

Предположим, что замкнутые дуги $L$ и $L'$ кривой $\Lambda$, заключенные соответственно между точками $a, b$ и $a', b'$, удовлетворяют условиям: $L \cap \mathfrak{L}' = a$, $L' \cap \mathfrak{L}' = a'$, $L \cap \mathfrak{L}'' = b$, $L' \cap \mathfrak{L}'' = b'$, где $\mathfrak{L}'$- часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между точками $\tilde{a}$ и $a$, а $\mathfrak{L}''$ - часть кривой $T(\mathfrak{L})$, заключенная между точками $T(\tilde{a})$ и $b$. Предположим, далее, что

$$\mathfrak{L}' \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-n}(\lambda_a)) = a, \quad \mathfrak{L}'' \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-n}(\lambda_a)) = 0.$$

Тогда область $g$, ограниченная кривой $K = \ell U L U \ell' U L'$, касается ломаной $\mathfrak{L}$ с положительной стороны, а кривой $T(\mathfrak{L})$ - с отрицательной стороны.

Лемма 6. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \subseteq \Lambda$ и $\tilde{a} \subseteq \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/, /3/. Пусть, далее, точки $a, a' \subseteq (\mathfrak{L} \cap \Lambda)$ и $b, b' \subseteq (T(\mathfrak{L}) \cap \Lambda)$ лежат на кривой $\Lambda$ в следующем порядке: $T^{-1}(a)$, $a, b, b', a'$; причем на ломаной $\mathfrak{L}$ точка $a$ лежит между точками $a'$ и $a$, а на кривой $T(\mathfrak{L})$ точка $b$ лежит между точками $b'$ и $T(a)$. Пусть, наконец, $L, L'$ и $L''$ - замкнутые дуги кривой $\Lambda$, ограниченные соответственно парами точек $(a,b), (a',b')$ и $(b,b')$.

Предположим, что выполнены условия

$$\ell \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-n}(\lambda_b)) = a, \quad \ell \cap (\bigcup_{n=0}^{\infty} T^{n}(\lambda_{b'})) = a', \quad \ell' \cap \Lambda = b U b',$$

где $\ell$ - часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между точками $a$ и $a'$, а $\ell'$ - часть кривой $T(\mathfrak{L})$, заключенная между точками $b$ и $b'$. Предположим, далее, что область $f$, ограниченная кривой $K' = L'' U \ell'$, касается кривой $T(\mathfrak{L})$ с положительной стороны, а область $g$, ограниченная кривой $K = \ell U L U \ell' U L'$, касается кривой $T(\mathfrak{L})$ с отрицательной стороны.

Тогда справедливы равенства $L'' \cap \ell = 0$, $f \cap g = 0$, причем область $g$ касается ломаной $\mathfrak{L}$ с положительной стороны.

Лемма 7. Пусть ломаная $\mathfrak{L} \subset G$, соединяющая точки $a \subseteq \Lambda$ и $\tilde{a} \subseteq \tilde{\Lambda}$, удовлетворяет условиям /2/, /3/. Пусть, далее, точки $a, b \subseteq (\mathfrak{L} \cap \Lambda)$ лежат на кривой $\Lambda$ в следующем порядке: $T^{-1}(a)$, $a$, $b$; причем на ломаной $\mathfrak{L}$ точка $a$ лежит между точками $a$ и $b$. Пусть, наконец, $L$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda$, ограниченная точками $a$ и $b$, $\ell$ - часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между этими же точками, и $f$ - область, ограниченная кривой $K = L U \ell$.

Предположим, что $\ell \cap \Lambda = a U b$, $\mathfrak{L}' \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-n}(\lambda_a)) = a$, где $\mathfrak{L}'$ - часть ломаной $\mathfrak{L}$, заключенная между точками $\tilde{a}$ и $\bar{a}$. Предположим, далее, что область $f$ касается ломаной $\mathfrak{L}$ с положительной стороны.

Возьмем теперь точку $a^* \subset (\mathfrak{L}' \cap \lambda_a)$ так, чтобы выполнялось условие $\mathfrak{L}^* \cap (\bigcup_{n=0}^{\infty} T^{-n}(\lambda_a)) = a^*$, где $\mathfrak{L}^*$ - часть ломаной $\mathfrak{L}'$, заключенная между точками $\tilde{a}$ и $a^*$. Возьмем, далее, точку $b^* \subset ((\bigcup_{n=1}^{\infty} T^n(\lambda_b)) \cap \mathfrak{L}^*)$ так, чтобы выполнялось условие $\ell^* \cap (\bigcup_{n=1}^{\infty} T^n(\lambda_b)) = b^*$, где $\ell^*$ - часть ломаной $\mathfrak{L}^*$, заключенная между точками $a^*$ и $b^*$. Возьмем, наконец, замкнутую дугу $L^*$ кривой $\Lambda$, ограниченную точками $a^*$ и $b^*$.

Тогда $L^* \cap \ell^* = a^* \cup b^*$ и кривая $K^* = L^* \cup \ell^*$ ограничивает область $f^*$ такую, что $f \cap f^* = 0$ и $T(f) \subset f^*$. При этом область $f^*$ касается ломаной $\mathfrak{L}^*$ с положительной стороны.

С другой стороны, если аналитическое сохраняющее площадь отображение $T$ вида

$$x' = x + f(x,y), \qquad y' = y + g(x,y)$$

отлично от тождественного, то справедлива следующая теорема.

Теорема 2. Пусть на плоскости $(x,y)$ дан континуум $K$, такой, что сохраняющее площадь отображение $T$ аналитично в каждой точке $z \subset K$ и для любой точки $z \subset K$ справедливо равенство $T(z) = z$.

Тогда существует точка $z_0 = (x_0, y_0) \subset K$ и аналитическая в окрестности этой точки замена переменных вида

$$u = a(x,y), \qquad v = b(x,y), \qquad /4/$$

такие, что $a(x_0, y_0) = b(x_0, y_0) = 0$, а отображение $T$ в новых переменных имеет вид

$$u' = u + cv^n + \alpha(u,v)v^n, \qquad v' = v + \beta(u,v)\, v^n,$$

где постоянная $c \neq 0$, целое число $n > 0$ и $\alpha(0,0) = \beta(0,0) = 0$. При этом якобиан замены переменных /4/ равен тождественно единице.

Теорема 2 позволяет получить существенное усиление теоремы 1. Именно, справедлива следующая теорема.

Теорема 3. Если $\Lambda \cap \tilde{\Lambda}=0$, то множество $\tilde{\Lambda}$ состоит из одной точки.

Аналогично теореме 3 /однако без помощи теоремы 2/ доказывается следующая теорема.

Теорема 4. Пусть сохраняющее площадь отображение $T$ вида

$$x'=\alpha x+\beta y+f(x,y), \quad y'=\gamma x+\delta y+g(x,y)$$

аналитично в некоторой окрестности $U$ точки $\theta=(0,0)$, а функции $f$ и $g$ в точке $\theta$ обращаются в нуль вместе с частными производными первого порядка. Пусть, далее, существует гомеоморфная полуинтервалу аналитическая кривая $\Lambda' \subset U$, такая, что

$$\Lambda'=\bigcup_{n=0}^{\infty} T^n(\lambda'_a), \quad \rho(\theta, T^n(\lambda'_a)) \to 0 \qquad \text{при } n\to\infty,$$

где $\lambda'_a$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda'$, ограниченная точками $a \in \Lambda'$ и $T(a)$.

Тогда справедливо неравенство $\alpha+\delta \geq 2$.

Теорема 3 полностью характеризует случай $\Lambda \cap \tilde{\Lambda}=0$. В том случае, когда $\Lambda \cap \tilde{\Lambda} \neq 0$, полезно следующее понятие. Пусть точка $\zeta \in \Lambda$. Пусть, далее, $\Lambda_\zeta$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda$, ограниченная точками $T(\zeta)$ и $T^{-1}(\zeta)$. Возьмем $\epsilon'>0$ настолько малое, что $\epsilon'$ - окрестность $U_{\epsilon'}(\zeta)$ точки $\zeta$ удовлетворяет условиям

$$\overline{U_{\epsilon'}(\zeta)} \subset G, \quad \overline{U_{\epsilon'}(\zeta)} \cap \left(\bigcup_{n=1}^{\infty} T^{-2n}(\Lambda_\zeta)\right)=0, \quad U_{\epsilon'}(\zeta) \setminus \Lambda_\zeta = U'_\zeta \cup U''_\zeta, \tag{5}$$

где $U'_\zeta$ и $U''_\zeta$ - связные множества. Определим теперь множества $R' \subset \Lambda$ и $R'' \subset \Lambda$ следующим образом. Точка $\zeta \in \Lambda$ принадлежит множеству $R'$, если существует последовательность точек $\zeta_m \in \Lambda$ такая, что $\zeta_m \to \zeta$ при $m\to\infty$, $\zeta_m \in (T^{n_m}(\Lambda_\zeta) \cap U'_\zeta)$, где $n_m \to \infty$ при $m\to\infty$. Множество $R''$ определяется аналогично с помощью области $U''_\zeta$.

Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 5. Если $\Lambda \cap \tilde{\Lambda} \neq 0$, то $R'=R''=\Lambda$.

Предположим теперь, что в рассматриваемой нами ситуации, кроме кривой $\Lambda$, удовлетворяющей условиям /1/, имеется гомеоморфная интервалу аналитическая кривая $\Lambda^*$, такая, что

$$\bar{\Lambda}^*\subset G,\ \Lambda^*=\bigcup_{n=-\infty}^{\infty} T^n(\lambda^*_{a^*}),\ \rho(s,T^n(\lambda^*_{a^*}))\to 0 \quad \text{при} \quad n\to\infty, \qquad /6/$$

где $\lambda^*_{a^*}$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda^*$, ограниченная парой точек $a^*\subseteq\Lambda^*$ и $T(a^*)$. Определим множество $\tilde{\Lambda}^*$ аналогично множеству $\tilde{\Lambda}$. Именно, точка $\zeta^*$ принадлежит множеству $\tilde{\Lambda}^*$, если существует последовательность точек $\zeta^*_m\subseteq\Lambda^*$ такая, что $\zeta^*_m\to\zeta^*$ при $m\to\infty$ и $\zeta^*_m\subseteq T^{-n_m}(\lambda^*_{a^*})$, где $n_m\to\infty$ при $m\to\infty$.

Возьмем теперь некоторую точку $\zeta\subseteq\Lambda$ и фиксированное $\epsilon'>0$ настолько малое, что $\epsilon'$ - окрестность $U_{\epsilon'}(\zeta)$ точки $\zeta$ удовлетворяет условиям /5/. Возьмем, далее, какую-нибудь точку $\zeta^*\subseteq\Lambda^*$ и пусть $\Lambda^*_{\zeta^*}$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda^*$, ограниченная точками $T(\zeta^*)$ и $T^{-P}(\zeta^*)$. Кривую $\Lambda^*$ будем называть соседней кривой первого рода по отношению к кривой $\Lambda$, если для любого $\epsilon>0$ найдется $\delta>0$ такое, что для любой точки $z\subseteq U'_\zeta$, удовлетворяющей условию $\rho(z,\zeta)<\delta$, справедливо неравенство $\rho(T^n(z),\Lambda^*_{\zeta^*})<\epsilon$ при некотором $n<0$. Соседняя кривая второго рода определяется аналогично с помощью области $U''_\zeta$.

В этой ситуации справедлива следующая теорема.

Теорема 6. Если $\Lambda\cap\tilde{\Lambda}\neq 0$, а $\Lambda^*$ - соседняя кривая по отношению к кривой $\Lambda$, то $\tilde{\Lambda}\cap\Lambda^*\neq 0$.

С помощью теорем 5, 6 доказывается следующая важная теорема.

Теорема 7. Если $\Lambda^*$ - соседняя кривая по отношению к кривой $\Lambda$, а $\Lambda\cap\tilde{\Lambda}\neq 0$ и $\Lambda^*\cap\tilde{\Lambda}^*\neq 0$, то $\Lambda\cap\Lambda^*\neq 0$.

Предположим теперь, что $s\subseteq G$ - неподвижная точка гиперболического типа. Предположим далее, что инвариантные кривые $\Lambda_-$ и $\Lambda_+$, проходящие через точку $s$, удовлетворяют условию $\bar{\Lambda}_-\subset G$, $\bar{\Lambda}_+\subset G$. Полагая $\Lambda_-\setminus s=\Lambda_1\cup\Lambda_2$, $\Lambda_+\setminus s=\Lambda_1^*\cup\Lambda_2^*$, мы получим две кривые, $\Lambda_1$ и $\Lambda_2$, удовлетворяющие условиям /1/, и две кривые, $\Lambda_1^*$ и $\Lambda_2^*$, удовлетворяющие условиям /6/. Далее, из теоремы Мозера[1] следует, что кривая $\Lambda_i^*$ будет соседней по отношению к кривой $\Lambda_j(i,j=1,2)$. Значит, в этой ситуации применима теорема 7. С ее помощью доказывается следующая теорема.

Теорема 8. Предположим, что $\Lambda_i\cap\tilde{\Lambda}_i\neq 0$ и $\Lambda_j^*\cap\tilde{\Lambda}_j^*\neq 0$ при $i,j=1,2$. Тогда, изменив, если нужно, нумерацию кривых $\Lambda_1,\Lambda_2$, всегда можно выбрать точки $a_1\subseteq(\Lambda_1\cap\Lambda_1^*)$ и $a_2\subseteq(\Lambda_2\cap\Lambda_2^*)$ такие, что $(\Gamma_1\cup\Gamma_2)\cap(\Gamma_1^*\cup\Gamma_2^*)=0$, где $\Gamma_i$ - открытая дуга кривой $\Lambda_i$ , заключенная между точками $s$ и $a_i$, а $\Gamma_j^*$ - открытая дуга кривой $\Lambda_j^*$, заключенная между точками $s$ и $a_j$ $(i,j=1,2)$.

Из теоремы 8 следует, что в рассматриваемом случае существует два типа расположения кривых $\Lambda_i$ и $\Lambda_j^*$ относительно друг друга $(i,j=1,2)$. Каждый из них характеризуется значением величины $J_0 = J_1^2 + J_2^2$, где $J_1 = J(a_1, \kappa_2)$ - индекс точки $a_1$ относительно замкнутой кривой $\kappa_2 = \bar{\Gamma}_2 \, U \, \bar{\Gamma}_2^*$, а $J_2 = J(a_2, \kappa_1)$ - индекс точки $a_2$ относительно замкнутой кривой $\kappa_1 = \bar{\Gamma}_1 \, U \, \bar{\Gamma}_1^*$.

Неподвижную точку $s \in G$ отображения $T$ назовем отмеченной, если существует хотя бы одна гомеоморфная полуинтрвалу аналитическая кривая $\Lambda' \subset G$, удовлетворяющая одному из нижеследующих условий:

$$1) \quad \Lambda' = \bigcup_{n=0}^{\infty} T^n(\lambda'_a), \rho(s, T^n(\lambda'_a)) \to 0 \text{ при } n \to \infty, \qquad /7/$$

$$2) \quad \Lambda' = \bigcup_{n=0}^{\infty} T^{-n}(\lambda'_a), \rho(s, T^{-n}(\lambda'_a)) \to 0 \text{ при } n \to \infty, \qquad /8/$$

где $\lambda'_a$ - замкнутая дуга кривой $\Lambda'$, ограниченная соответственно точками $a \in \Lambda'$ и $T(a)$ или $a \in \Lambda'$ и $T^{-1}(a)$.

С помощью теорем 3,4,7 доказывается следующая теорема, содержащая основной результат настоящей работы.

Теорема 9. Пусть $K \subset G$ - множество неподвижных точек отображения $T$. Предположим, что множество $K$ компактно. Пусть, далее, $s_\kappa \in K$ - все отмеченные неподвижные точки отображения $T$ $(\kappa = 1, \dots, k)$. Пусть, наконец, кривая $\Lambda'_\mu \subset G$ удовлетворяет условиям /7/ вместе с некоторой точкой $s_{\kappa_\mu}$ $(\mu = 1,\dots,m)$, а кривая $\Lambda''_\nu \subset G$ удовлетворяет условиям /8/ вместе с некоторой точкой $s_{\kappa_\nu}$ $(\nu = 1,\dots,n)$. Предположим дополнительно, что кривые $\Lambda_\mu = \bigcup_{r=0}^{\infty} T^{-r}(\Lambda'_\mu)$ и $\Lambda_\nu^* = \bigcup_{r=0}^{\infty} T^r(\Lambda''_\nu)$ удовлетворяют условию

$$((\bigcup_{\mu=1}^{m} \bar{\Lambda}_\mu) \, U \, (\bigcup_{\nu=1}^{n} \bar{\Lambda}_\nu^*)) \subset G.$$

Тогда $m = n < \infty$ и для любой кривой $\Lambda_\mu$ найдется кривая $\Lambda_{\nu_\mu}^*$ такая, что $\Lambda_\mu \cap \Lambda_{\nu_\mu}^* \neq 0$, а для любой кривой $\Lambda_\nu^*$ найдется кривая $\Lambda_{\mu_\nu}$ такая, что $\Lambda_\nu^* \cap \Lambda_{\mu_\nu} \neq 0$.

Очевидно, что точки множеств $\Lambda_\mu \cap \Lambda_{\nu_\mu}^* \neq 0$ и $\Lambda_\nu^* \cap \Lambda_{\mu_\nu} \neq 0$ лежат на двоякоасимптотических траекториях отображения $T$.

## *Литература*

1. *J.Moser. The analytic invariants of an area-preserving mapping near a hyperbolic fixed point. Comm. Pure and Appl. Math., 9, 673-692 (1956).*

Рукопись поступила в издательский отдел
1 декабря 1972 года.