ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р5 - 2977

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Доан Нхыонг

К ТЕОРИИ УНИТАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУППЫ SL(n,C)

1966

P5 - 2977

Доан Нхыонг

К ТЕОРИИ УНИТАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУППЫ SL(n,C)

Направлено в Ann. del 'Institut Henry Poincare

§ 1. Введение

В последнее время[1-6] в физике элементарных частиц интенсивно обсуждалась группа симметрии

$$G = P \cdot S,$$

являющаяся полупрямым произведением группы Пуанкаре P и группы внутренней симметрии S типа $SL(6,C)$ или $U(6,6)$. Мультиплеты частиц принадлежат унитарным (бесконечномерным) представлениям этой группы S. Предполагаем, что группа в этой схеме есть группа $SL(6,C)$. Для дальнейшего применения к физическим проблемам, в частности, к классификации частиц и изучению вершин и амплитуд рассеяния первой важной задачей является нахождение всех возможных унитарных неприводимых представлений этой группы. Эти представления были найдены впервые И.М. Гельфандом и М.А. Наймарком[7]. Тем не менее их формализм неудобен с физической точки зрения. И.М. Гельфанд, М.П. Граев, Н.Я. Виленкин[8], В. Фронсдал[9], В. Руль[10] и Нгуен Ван Хьеу[11] доказали, что эти представления можно реализовать в виде гильбертовых пространств однородных функций $\mathcal{H}$. По сравнению с методом И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка метод однородных функций удобен тем, что в нем можно непосредственно построить так называемые обобщенные спиноры и при изучении физических проблем можно применять известную спинорную технику. В работе Руля[10] было показано, что имеет место соответствие между представлениями группы $SL(n,\underline{C})$ в пространствах однородных функций и ее представлениями в гильбертовых пространствах функций на множестве левых классов смежности данной группы относительно определенной подгруппы (метод И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка). Однако В. Руль не довел до конца изучение связи между двумя методами. В частности, ему не удалось построить скалярные произведения, которые определяли бы гильбертовы пространства однородных функций. Нгуен Ван Хьеу и другие[12,13] предложили метод, который позволяет перейти из представлений в пространствах однородных функций к представлениям И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка. В рамках этого метода мы можем ввести скалярные произведения однородных функций и тем самым превращать пространства однородных функций $\mathcal{H}$ в гильбертовы пространства H. Однако в работе[13] были построены лишь некоторые унитарные представления группы $SL(6,C)$. В настоящей работе мы применяем метод Нгуен Ван Хьеу к изучению всех унитарных представлений основных (невырожденных и вырожденных) серий. Для каждой серии установим непосредственно связь между рассматриваемыми здесь представлениями и представлениями И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка. В качестве примера рассмотрим группу $SL(6,C)$, однако, наши результаты тривиально обобщаются на случай $SL(n,C)$.

Для удобства мы введем некоторые обозначения. Совокупность всех унимодулярных матриц η порядка 6 обозначим через L.

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \cdots\cdots & \eta_{16} \\ \vdots & & \\ \eta_{61} & \cdots\cdots & \eta_{66} \end{pmatrix} \subset L.$$

Введем новые переменные

$$\Delta^{(1)}_A = \eta_{6A} \qquad A = 1,2,\dots,6$$

$$\Delta^{(2)}_{AB} = \begin{vmatrix} \eta_{5A} & \eta_{5B} \\ \eta_{6A} & \eta_{6B} \end{vmatrix} \qquad A,B = 1,2,\dots,6$$

$$\Delta^{(5)}_{ABCDE} = \begin{vmatrix} \eta_{2A} & \cdots\cdots & \eta_{2E} \\ \vdots & & \\ \eta_{6A} & \cdots\cdots & \eta_{6E} \end{vmatrix} \qquad A,B,\dots,E = 1,2,\dots,6$$

При преобразовании из группы $SL(6,C)$

$$\eta \to \eta g \qquad g \subset SL(6,C).$$

Эти переменные преобразуются как спинорные представления $\psi_A, \psi_{[AB]}, \dots, \psi_{[ABCDE]}$ группы $SL(6,C)$. Как известно /7/, почти все матрицы η можно представить в виде:

$$\eta = \zeta h = \zeta \delta z ,$$

где матрицы ζ, z, h, δ имеют вид:

$$\zeta = \begin{pmatrix} 1 & \zeta_{12} & \cdots & \zeta_{16} \\ 0 & 1 & \cdots & \zeta_{26} \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & 1 & \zeta_{56} \\ 0 & \cdots\cdots & & 1 \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ z_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & 1 & 0 \\ z_{61} & \cdots\cdots & z_{65} & 1 \end{pmatrix},$$

$$h = \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ h_{61} & \cdots\cdots & & h_{66} \end{pmatrix} \qquad \delta = \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots\cdots & & h_{66} \end{pmatrix}$$

Если n (в нашем случае $n=6$) можно составить из суммы r чисел так, что $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$, то мы можем написать:

$$\eta = \zeta_r h_r = \zeta_r \delta_r z_r ,$$

где

$$\zeta_r = \begin{pmatrix} I_{n_1} & \zeta_{n_1 n_2} & \cdots & \zeta_{n_1 n_2} \\ 0 & I_{n_2} & \cdots & \zeta_{n_2 n_r} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I_{n_r} \end{pmatrix} \quad h_r = \begin{pmatrix} h_{n_1 n_1} & 0 & \cdots & 0 \\ h_{n_2 n_1} & h_{n_2 n_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ h_{n_r n_1} & h_{n_r n_2} & \cdots & h_{n_r n_r} \end{pmatrix}$$

$$z_r = \begin{pmatrix} I_{n_1} & 0 & \cdots & 0 \\ z_{n_2 n_1} & I_{n_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ z_{n_r n_1} & z_{n_r n_2} & \cdots & I_{n_r} \end{pmatrix}, \quad \delta_r = \begin{pmatrix} h_{n_1 n_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{n_2 n_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{n_r n_r} \end{pmatrix}$$

$\zeta_{n_i n_j}, h_{n_i n_j}, z_{n_i n_j} (i,j = 1,2,\dots,r)$ – матрицы из n_i строк и n_j столбцов, I_{n_i} – единичные матрицы порядка n_i. Мы также обозначаем через $|h_{n_i n_i}| = h_{n_i}$ их детерминанты. Например, если $n = 6 = 4+1+1$, тогда

$$h_{n_1} = \begin{vmatrix} h_{11} & \cdots & h_{14} \\ h_{41} & \cdots & h_{44} \end{vmatrix} \qquad h_{n_2} = h_{55}, \ h_{n_3} = h_{66},$$

далее обозначаем:

$$Z^{(1)}_A = z_{6A} \qquad A = 1,2,\dots,6$$

$$Z^{(2)}_{AB} = \begin{vmatrix} z_{5A} & z_{5B} \\ z_{6A} & z_{6B} \end{vmatrix} \qquad A,B = 1,2,\ldots,6$$

$$Z^{(5)}_{ABCDE} = \begin{vmatrix} z_{2A} & \cdots & z_{2E} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{6A} & \cdots & z_{6E} \end{vmatrix} \qquad A,B,\ldots,1,2,\ldots,6$$

Мы имеем следующие соотношения между $\Delta^{(1)}, \Delta^{(2)} \ldots$ и $Z^{(1)}, Z^{(2)}, \ldots$

$$\Delta^{(1)}_{A} = h_{66}\, Z^{(1)}_{A}$$

$$\Delta^{(2)}_{AB} = h_{66}\, h_{55}\, Z^{(2)}_{AB}$$

$$\Delta^{(5)}_{ABCDE} = h_{66}\, h_{55} \cdots h_{22}\, Z^{(5)}_{ABCDE}$$

$$[\text{при} \quad n = n_1 + n_2 + \cdots + n_6 \ (n_1 = n_2 = \cdots = n_6 = 1)]$$

и подобные соотношения при $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_r$ и $r < 6$. Гильбертово пространство однородных функций $f(\eta) = f(\Delta^{(1)}, \Delta^{(1)}, \ldots)$ обозначим как $\mathcal{H}_{1j\ldots}$, а гильбертово пространство функций от элементов z_{mn} в треугольной матрице z, как H.

§ 2. Главные невырожденные серии представлений[x)]

В этом случае унитарные представления группы SL(6,C) реализуются в виде гильбертовых пространств $\mathcal{H}_{12345}$ однородных функций от всех пяти переменных $\Delta^{(1)}_{A}, \Delta^{(2)}_{AB}, \ldots \Delta^{(5)}_{ABCDE}$. Пусть $f(\eta) = f(\Delta^{(1)}, \ldots, \Delta^{(5)})$ – однородные функции степени однородности λ_1 и μ_1 по $\Delta^{(1)}$ и $\overline{\Delta}^{(1)}$, λ_2, μ_2 по $\Delta^{(2)}$ и $\overline{\Delta}^{(2)}$ и т.д. Тогда легко показать, что

$$f(\Delta^{(1)}, \ldots, \Delta^{(5)}) = (h_{66})^{\lambda_1 + \ldots \lambda_5} \overline{(h_{66})}^{\mu_1 + \ldots + \mu_5} (h_{55})^{\lambda_2 + \ldots + \lambda_5} \overline{(h_{55})}^{\mu_2 + \ldots + \mu_5} \ldots$$

$$\ldots (h_{22})^{\lambda_5} \overline{(h_{22})}^{\mu_5} \varphi(z).$$

x) Для полноты изложим здесь некоторые результаты работы /13/.

Здесь $\varphi(z)$ – некоторая функция от элементов в треугольной матрице z. Из (1) видна связь между гильбертовым пространством однородных функций $\mathcal{H}$ и гильбертовым пространством H функций $\varphi(z)$ на совокупности матриц z И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка. Скалярное произведение в пространствах $\mathcal{H}$ определяется следующим образом:

$$(f_1, f_2) = \int f_1(\eta)\, \overline{f_2(\eta)}\, d\sigma(\eta). \tag{2}$$

где $d\sigma(\eta)$ – инвариантная мера. Нетрудно доказать, что эта мера имеет вид:

$$d\sigma(\eta) = |h_{22}|^4 |h_{33}|^8 |h_{44}|^{12} |h_{55}|^{16} |h_{66}|^{20} \prod_{A,B} \frac{i}{2}\, dz_{AB}\, d\overline{z}_{AB} \qquad A > B \tag{3}$$

Из (1) и (3) следует, что для того чтобы выражение (2) имело смысл, $\lambda_i, \mu_i (i = 1,2,\ldots,5)$ должны удовлетворять условиям:

$$\lambda_i + \mu_i + 2 = 0.$$

Отсюда имеем:

$$\lambda_i = \frac{i\rho_i}{2} + \nu_i - 1, \quad \mu_i = \frac{i\rho_i}{2} - \nu_i - 1, \tag{4}$$

где ν_i – любые целые или полуцелые числа, ρ_i – любые вещественные числа.

При преобразовании g из группы SL(6,C) функции $f(\eta)$ превращаются в

$$T_g f(\eta) = f(\eta g) \text{ для любого } g \subset SL(6,C). \tag{5}$$

Нетрудно проверить, что если $f(\eta)$ есть однородная функция степени $\lambda_1, \mu_1, \ldots, \lambda_5, \mu_5$, то $f(\eta g)$ также однородная функция той же степени однородности от $\Delta^{(1)}, \overline{\Delta}^{(1)}, \ldots, \Delta^{(5)}, \overline{\Delta}^{(5)}$ и соответствие $g \to T_g$ дает представление этой группы в пространстве однородных функций. Можно доказать, что эти представления неприводимы.

§ 3. Главные вырожденные серии представлений

Если можно представить n (в нашем случае $n = 6$) в виде суммы r чисел $(r = 2,3,4,5)$[x)] так, что $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_r$, тогда мы имеем представления главных вырожденные серий. Эти представления реализуются в гильбертовых пространствах однородных функций от меньшего числа переменных $\Delta^{(1)}, \ldots, \Delta^{(5)}$. Операторы представлений также определяются формулой (5), а скалярное произведение – формулой (2). Два представления эквиваленты тогда и только тогда, когда первое представление соответствует расщеплению $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_r$, а второе – $n = m_1 + m_2 + \ldots + m_r$ и можно какой-нибудь перестановкой чисел $n_1, n_2, \ldots, n_r$ получить второе расщепление из

x) Конечно, можно считать главную серию представлений как вырожденную серию, соответствующую расщеплению $n = n_1 + \ldots + n_6$, где $n_1 = n_2 = \ldots = n_6 = 1$.

первого. Однако эти эквивалентные представления реализуются в разных гильбертовых пространствах однородных функций. Фиксируя зависимости однородных функций от некоторых из переменных $\Delta^{(1)},\dots,\Delta^{(5)}$ (иначе говоря, фиксируя пространства представлений), получим соответствующие представления вырожденной серии. Результаты изложены в виде таблиц. В качестве примера мы построим гильбертово пространство однородных функций от $\Delta^{(1)}$ и $\Delta^{(3)}$ и найдем его соответствующие представления.

В этом случае можно представить η в виде

$$\eta = \zeta h = \zeta \delta z ,$$

$$\zeta = \left(\begin{array}{ccc|cc|c} 1 & 0 & 0 & \zeta_{14} & \zeta_{15} & \zeta_{16} \\ 0 & 1 & 0 & \zeta_{24} & \zeta_{25} & \zeta_{26} \\ 0 & 0 & 1 & \zeta_{34} & \zeta_{35} & \zeta_{36} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \zeta_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \zeta_{56} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad h = \left(\begin{array}{ccc|cc|c} h_{11} & h_{12} & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 0 & 0 & 0 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \hline h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} & h_{45} & 0 \\ h_{51} & h_{52} & h_{53} & h_{54} & h_{55} & 0 \\ \hline h_{61} & h_{62} & h_{63} & h_{64} & h_{65} & h_{66} \end{array}\right) \tag{6}$$

$$z = \left(\begin{array}{cccc|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline z_{41} & z_{42} & z_{43} & 1 & 0 & 0 \\ z_{51} & z_{52} & z_{53} & 0 & 1 & 0 \\ \hline z_{61} & z_{62} & z_{63} & z_{64} & z_{65} & 1 \end{array}\right) \qquad \delta = \left(\begin{array}{ccc|cc|c} h_{11} & h_{12} & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 0 & 0 & 0 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & h_{44} & h_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{54} & h_{55} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66} \end{array}\right)$$

$$\Delta^{(1)}_A = h_{66} Z^{(1)}_A = h_{n_3} Z^{(1)}_A$$

Однородные функции степени λ_1, μ_1 по $\Delta^{(1)}, \bar{\Delta}^{(1)}$ и λ_3, μ_3 $\Delta^{(3)}, \bar{\Delta}^{(3)}$ имеют вид:

$$f(\Delta^{(1)}, \Delta^{(3)}) = (h_{n_3})^{\lambda_1+\lambda_3} (\overline{h_{n_3}})^{\mu_1+\mu_3} (h_{n_2})^{\lambda_3} (\overline{h_{n_2}})^{\mu_3} \varphi(z) . \tag{7}$$

Нетрудно доказать, что инвариантная мера в этом случае равняется

$$d\sigma(\eta) = |h_{n_2}|^{10} |h_{n_3}|^{16} \prod_{A=1}^{5} \frac{i}{2} dz_{6A} d\bar{z}_{6A} \times \prod_{B,C=1}^{3} \frac{i}{2} dz_{4B} d\bar{z}_{4B} \frac{i}{2} dz_{5C} d\bar{z}_{5C} \tag{8}$$

Из (7) и (8) и определения скалярного произведения (2) следует, что

$$\lambda_3 + \mu_3 + 5 = 0,$$

$$\lambda_1 + \mu_1 + 3 = 0. \tag{9}$$

Отсюда имеем

$$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2} + \nu_1 - \frac{3}{2}, \quad \lambda_3 = \frac{i\rho_3}{2} + \nu_3 - \frac{5}{2},$$

$$\mu_1 = \frac{i\rho_1}{2} - \nu_1 - \frac{3}{2}, \quad \mu_3 = \frac{i\rho_3}{2} - \nu_3 - \frac{5}{3}, \tag{10}$$

где ν_1, ν_3 – любые целые или полуцелые числа, ρ_1, ρ_3 – любые вещественные числа.

Итак, вырожденная серия представлений реализуется в гильбертовом пространстве однородных функций от $\Delta^{(1)}$ и $\Delta^{(3)}$ степени, определяемой в (10). Кроме этих серий существуют еще другие так называемые дополнительные серии. Эти серии могут быть получены аналогичным образом.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Нгуен Ван Хьеу за предложенную тему.

Литературу

Литература

1. C. Fronsdal. Trieste Lectures, Trieste, 1965. Yalta Lectures, Yalta, 1965.
2. Y. Dothan, M. Gell-Mann, and Y. Ne'eman. Phys Lett. 17 148 (1965).
3. R. Delbrougo, A. Salam and J. Strathdee. Proc. Roy. Soc. 289 A 177 (1966).
4. W. Ruhl. CERN preprints 1965–1966.
5. И. Тодоров. Лекции на летней школе, Ялта 1966 г.
6. Нгуен Ван Хьеу. Лекции на летней школе, Ялта 1966 г.
7. И.М. Гельфанд, М.А. Наймарк. Унитарные представления классических групп, Москва, 1950.
8. И.М. Гельфанд, М.И. Граев, Н.Я. Виленкин. Выпуск 5, Москва, 1962 г. Обобщенные функции.
9. C. Fronsdal. The representations of SL (n, C), Trieste, 1966.
10. W. Ruhl, Nuovo Cimento 42, 619 (1965).
11. Nguyen van Hieu, Unitary Representations of the SL (2, C) group, Zakopane Lectures, Zakopane, 1966.
12. Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ Р-2886, Дубна 1966.
13. Нгуен Ван Хьеу и др. Препринт ОИЯИ Е2-2951, Дубна 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 октября 1966 г.

Таблица I. Вырожденные серии представлений, соответствующие расщеплению $6 = n_1 + n_2$

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(z)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_1\ (5+1)$ $f(\Delta^1) = (h_{n_2})^{\lambda_1}(\bar{h}_{n_2})^{\mu_1}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_2}\rvert^{12}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}\,d\bar{z}_{6A}$	$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-3 \quad \mu_1 = \frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-3$
$\mathcal{H}_2\ (4+2)$ $f(\Delta^2) = (h_{n_2})^{\lambda_2}(\bar{h}_{n_2})^{\mu_2}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_2}\rvert^{12}\prod_{A,B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5A}\,d\bar{z}_{5A}\,\frac{i}{2}dz_{6B}\,d\bar{z}_{6B}$	$\lambda_2 = \frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-3 \quad \mu_2 = \frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-3$
$\mathcal{H}_3\ (3+3)$ $f(\Delta^3) = (h_{n_2})^{\lambda_3}(\bar{h}_{n_2})^{\mu_3}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_2}\rvert^{12}\prod_{A,B,C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4A}\,d\bar{z}_{4A}\,\frac{i}{2}dz_{5B}\,d\bar{z}_{5B}\,\frac{i}{2}dz_{6C}\,d\bar{z}_{6C}$	$\lambda_3 = \frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-3 \quad \mu_3 = \frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-3$
$\mathcal{H}_4\ (2+4)$ $f(\Delta^4) = (h_{n_2})^{\lambda_4}(\bar{h}_{n_2})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_2}\rvert^{12}\prod_{A,B=3}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}\,d\bar{z}_{A1}\,\frac{i}{2}dz_{B2}\,d\bar{z}_{B2}$	$\lambda_4 = \frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-3 \quad \mu_4 = \frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-3$
$\mathcal{H}_5\ (1+5)$ $f(\Delta^5) = (h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar{h}_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_2}\rvert^{12}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}\,d\bar{z}_{A1}$	$\lambda_5 = \frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-3 \quad \mu_5 = \frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-3$

Таблица II. Вырожденные серии представлений, соответствующие расщеплению $6 = n_1 + n_2 + n_3$

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(z)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{1,3}\ (3+2+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^3) = (h_{n_3})^{\lambda_1+\lambda_3}(\bar{h}_{n_3})^{\mu_1+\mu_3}(h_{n_2})^{\lambda_3}\cdot(\bar{h}_{n_2})^{\mu_3}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{16}\lvert h_{n_2}\rvert^{10}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}\,d\bar{z}_{6A}\prod_{B,C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4B}\,d\bar{z}_{4B}\,\frac{i}{2}dz_{5C}\,d\bar{z}_{5C}$	$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-\frac{3}{2} \quad \mu_1 = \frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-\frac{3}{2}$ $\lambda_3 = \frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-\frac{5}{2} \quad \mu_3 = \frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-\frac{5}{2}$
$\mathcal{H}_{2,4}\ (2+2+2)$ $f(\Delta^2,\Delta^4) = (h_{n_3})^{\lambda_2+\lambda_4}(\bar{h}_{n_3})^{\mu_2+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}\cdot(\bar{h}_{n_2})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{16}\lvert h_{n_2}\rvert^{8}\prod_{A,B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5A}\,d\bar{z}_{5A}\,\frac{i}{2}dz_{6B}\,d\bar{z}_{6B}$ $\prod_{C,D=1}^{2}\frac{i}{2}dz_{3C}\,d\bar{z}_{3C}\,\frac{i}{2}dz_{4D}\,d\bar{z}_{4D}$	$\lambda_2 = \frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-2 \quad \mu_2 = \frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-2$ $\lambda_4 = \frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-2 \quad \mu_4 = \frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-2$
$\mathcal{H}_{1,2}\ (4+1+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^2) = (h_{n_3})^{\lambda_1+\lambda_2}(\bar{h}_{n_3})^{\mu_1+\mu_2}(h_{n_2})^{\lambda_2}\cdot(\bar{h}_{n_2})^{\mu_2}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{14}\lvert h_{n_2}\rvert^{10}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}\,d\bar{z}_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}\,d\bar{z}_{5B}$	$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1 \quad \mu_1 = \frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2 = \frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{5}{2} \quad \mu_2 = \frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{5}{2}$
$\mathcal{H}_{1,4}\ (2+3+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^4) = (h_{n_3})^{\lambda_1+\lambda_4}(\bar{h}_{n_3})^{\mu_1+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}\cdot(\bar{h}_{n_2})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{18}\lvert h_{n_2}\rvert^{10}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}\,d\bar{z}_{6A}\prod_{B,C=3}^{5}\frac{i}{2}dz_{B1}\,d\bar{z}_{B1}\,\frac{i}{2}dz_{C2}\,d\bar{z}_{C2}$	$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-2 \quad \mu_1 = \frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-2$ $\lambda_4 = \frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{5}{2} \quad \mu_4 = \frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{5}{2}$

Таблица II. (продолжение)

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(\eta)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{3,5}$ (1+2+3) $f(\Delta^3,\Delta^5) = (h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_3+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}\cdot(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{16}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\overline{z_{A1}}\prod_{B,C=4}^{6}\frac{i}{2}dz_{B2}d\overline{z_{B2}}\frac{i}{2}dz_{C3}d\overline{z_{C3}}$	$\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-\frac{5}{2}$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-\frac{5}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-\frac{3}{2}$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-\frac{3}{2}$
$\mathcal{H}_{1,5}$ (1+4+1) $f(\Delta^1,\Delta^5) = (h_{n_3})^{\lambda_1+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_1+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}\cdot(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{20}\lvert h_{n_2}\rvert^{10}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\overline{z_{A1}}\prod_{B=2}^{5}\frac{i}{2}dz_{6B}d\overline{z_{6B}}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-\frac{5}{2}$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-\frac{5}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-\frac{5}{2}$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-\frac{5}{2}$
$\mathcal{H}_{2,5}$ (1+3+2) $f(\Delta^2,\Delta^5) = (h_{n_3})^{\lambda_2+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_2+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}\cdot(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{18}\lvert h_{n_2}\rvert^{8}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\overline{z_{A1}}\prod_{B,C=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\overline{z_{5B}}\frac{i}{2}dz_{6C}d\overline{z_{6C}}$	$\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{5}{2}$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{5}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-2$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-2$
$\mathcal{H}_{4,5}$ (1+1+4) $f(\Delta^4,\Delta^5) = (h_{n_3})^{\lambda_4+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_4+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}\cdot(\overline{h_{n_3}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_3}\rvert^{14}\lvert h_{n_2}\rvert^{4}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\overline{z_{A1}}\prod_{B=3}^{6}\frac{i}{2}dz_{B2}d\overline{z_{B2}}$	$\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{5}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{5}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-1$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-1$

Таблица III. Вырожденные серии представлений, соответствующие расщеплению $6 = n_1+n_2+n_3+n_4$

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(\eta)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{1,3,5}$ (1+2+2+1) $f(\Delta^1,\Delta^3,\Delta^5) = (h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_3+\lambda_5}(\overline{h_{n_4}})^{\mu_1+\mu_3+\mu_5}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_3+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{20}\lvert h_{n_3}\rvert^{14}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\overline{z_{6A}}\cdot\prod_{B,C=2}^{3}\frac{i}{2}dz_{4B}d\overline{z_{4B}}\frac{i}{2}dz_{5C}d\overline{z_{5C}}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-\frac{3}{2}$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-\frac{3}{2}$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-2$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-2$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-\frac{3}{2}$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-3/2$
$\mathcal{H}_{1,2,5}$ (1+3+1+1) $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^5) = (h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5}(\overline{h_{n_4}})^{\mu_1+\mu_2+\mu_5}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_2+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_2+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{20}\lvert h_{n_3}\rvert^{16}\lvert h_{n_2}\rvert^{8}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\overline{z_{6A}}\cdot\prod_{B=2}^{5}\frac{i}{2}dz_{B1}d\overline{z_{B1}}\prod_{C=2}^{4}\frac{i}{2}dz_{5C}d\overline{z_{5C}}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-2$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-2$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-2$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-2$
$\mathcal{H}_{2,4,5}$ (1+1+2+2) $f(\Delta^2,\Delta^4,\Delta^5) = (h_{n_4})^{\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5}(\overline{h_{n_4}})^{\mu_2+\mu_4+\mu_5}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_4+\lambda_5}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_4+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\overline{h_{n_2}})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{18}\lvert h_{n_3}\rvert^{10}\lvert h_{n_2}\rvert^{4}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\overline{z_{A1}}\prod_{B=3}^{6}\frac{i}{2}dz_{B2}d\overline{z_{B2}}\cdot\prod_{C,D=5}^{6}\frac{i}{2}dz_{C3}d\overline{z_{C3}}\frac{i}{2}dz_{D4}d\overline{z_{D4}}$	$\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-2$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-2$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{3}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{3}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-1$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-1$
$\mathcal{H}_{1,2,4}$ (2+2+1+1) $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^4) = (h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4}(\overline{h_{n_4}})^{\mu_1+\mu_2+\mu_4}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_2+\lambda_4}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_2+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}(\overline{h_{n_2}})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{18}\lvert h_{n_3}\rvert^{14}\lvert h_{n_2}\rvert^{8}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\overline{z_{6A}}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\overline{z_{5B}}\cdot\prod_{D,C=3}^{4}\frac{i}{2}dz_{C1}d\overline{z_{C1}}\frac{i}{2}dz_{D2}d\overline{z_{D2}}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{3}{2}$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{3}{2}$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-2$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-2$
$\mathcal{H}_{1,3,4}$ (2+1+2+1) $f(\Delta^1,\Delta^3,\Delta^4) = (h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4}(\overline{h_{n_4}})^{\mu_1+\mu_3+\mu_4}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_4}(\overline{h_{n_3}})^{\mu_3+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}(\overline{h_{n_2}})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{18}\lvert h_{n_3}\rvert^{12}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\overline{z_{6A}}\prod_{B=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{5B}d\overline{z_{5B}}\cdot\prod_{C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4C}d\overline{z_{4C}}\prod_{D=1}^{2}\frac{i}{2}dz_{3D}d\overline{z_{3D}}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-\frac{3}{2}$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-\frac{3}{2}$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-\frac{3}{2}$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-\frac{3}{2}$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{3}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{3}{2}$

Таблица III. (продолжение)

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(z)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{2,3,4}$ $(2+1+1+2)$ $f(\Delta^2,\Delta^3,\Delta^4)=(h_{n_4})^{\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4}(\bar h_{n_4})^{\mu_2+\mu_3+\mu_4}(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_4}(\bar h_{n_3})^{\mu_3+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}(\bar h_{n_2})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{16}\lvert h_{n_3}\rvert^{10}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\bar z_{5B}\prod_{C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4C}d\bar z_{4C}\prod_{D=1}^{2}\frac{i}{2}dz_{3D}d\bar z_{3D}$	$\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{3}{2}$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{3}{2}$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-1$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-1$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{3}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{3}{2}$
$\mathcal{H}_{2,3,5}$ $(1+2+1+2)$ $f(\Delta^2,\Delta^3,\Delta^5)=(h_{n_4})^{\lambda_2+\lambda_3+\lambda_5}(\bar h_{n_4})^{\mu_2+\mu_3+\mu_5}\cdot(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_5}(\bar h_{n_3})^{\mu_3+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar h_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{18}\lvert h_{n_3}\rvert^{12}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\bar z_{5B}\cdot\prod_{C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4C}d\bar z_{4C}\;\frac{i}{2}dz_{31}d\bar z_{31}\;\frac{i}{2}dz_{21}d\bar z_{21}$	$\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{3}{2}$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{3}{2}$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-\frac{3}{2}$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-\frac{3}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-\frac{3}{2}$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-\frac{3}{2}$
$\mathcal{H}_{1,2,3}$ $(3+1+1+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^3)=(h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}(\bar h_{n_4})^{\mu_1+\mu_2+\mu_3}(h_{n_3})^{\lambda_2+\lambda_3}(\bar h_{n_3})^{\mu_2+\mu_3}(h_{n_2})^{\lambda_2}(\bar h_{n_2})^{\mu_2}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{16}\lvert h_{n_3}\rvert^{12}\lvert h_{n_2}\rvert^{8}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\bar z_{5B}\cdot\prod_{C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4C}d\bar z_{4C}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-1$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-1$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-2$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-2$
$\mathcal{H}_{1,4,5}$ $(1+1+3+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^4,\Delta^5)=(h_{n_4})^{\lambda_1+\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_4})^{\mu_1+\mu_4+\mu_5}(h_{n_3})^{\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_3})^{\mu_4+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar h_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{20}\lvert h_{n_3}\rvert^{12}\lvert h_{n_2}\rvert^{4}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=2}^{5}\frac{i}{2}dz_{B1}d\bar z_{B1}\cdot\prod_{C=3}^{5}\frac{i}{2}dz_{C2}d\bar z_{C2}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-2$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-2$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-2$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-2$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-1$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-1$
$\mathcal{H}_{3,4,5}$ $(1+1+1+3)$ $f(\Delta^3,\Delta^4,\Delta^5)=(h_{n_4})^{\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_4})^{\mu_3+\mu_4+\mu_5}(h_{n_3})^{\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_3})^{\mu_4+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar h_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_4}\rvert^{16}\lvert h_{n_3}\rvert^{8}\lvert h_{n_2}\rvert^{4}\prod_{A=2}^{6}\frac{i}{2}dz_{A1}d\bar z_{A1}\prod_{B=3}^{6}\frac{i}{2}dz_{B2}d\bar z_{B2}\prod_{C=4}^{6}\frac{i}{2}dz_{C3}d\bar z_{C3}$	$\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-2$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-2$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-1$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-1$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-1$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-1$

Таблица IV. Вырожденные серии представлений, соответствующие расщеплению $6=n_1+n_2+\dots+n_5$

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(z)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{1,2,3,4}$ $(2+1+1+1+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^3,\Delta^4)=(h_{n_5})^{\lambda_1+\dots+\lambda_4}(\bar h_{n_5})^{\mu_1+\dots+\mu_4}(h_{n_4})^{\lambda_2+\dots+\lambda_4}(\bar h_{n_4})^{\mu_2+\dots+\mu_4}(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_4}(\bar h_{n_3})^{\mu_3+\mu_4}(h_{n_2})^{\lambda_4}(\bar h_{n_2})^{\mu_4}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_5}\rvert^{18}\lvert h_{n_4}\rvert^{14}\lvert h_{n_3}\rvert^{10}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\bar z_{5B}\prod_{C=1}^{3}\frac{i}{2}dz_{4C}d\bar z_{4C}\prod_{D=1}^{2}\frac{i}{2}dz_{3D}d\bar z_{3D}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-1$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-1$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-1$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-1$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{3}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{3}{2}$
$\mathcal{H}_{1,2,3,5}$ $(1+2+1+1+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^3,\Delta^5)=(h_{n_5})^{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_5}(\bar h_{n_5})^{\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_5}(h_{n_4})^{\lambda_2+\lambda_3+\lambda_5}(\bar h_{n_4})^{\mu_2+\mu_3+\mu_5}(h_{n_3})^{\lambda_3+\lambda_5}(\bar h_{n_3})^{\mu_3+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar h_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_5}\rvert^{20}\lvert h_{n_4}\rvert^{16}\lvert h_{n_3}\rvert^{12}\lvert h_{n_2}\rvert^{6}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=2}^{5}\frac{i}{2}dz_{B1}d\bar z_{B1}\prod_{C=2}^{4}\frac{i}{2}dz_{5C}d\bar z_{5C}\prod_{D=2}^{3}\frac{i}{2}dz_{4D}d\bar z_{4D}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-1$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-1$ $\lambda_3=\frac{i\rho_3}{2}+\nu_3-\frac{3}{2}$ $\mu_3=\frac{i\rho_3}{2}-\nu_3-\frac{3}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-\frac{3}{2}$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-\frac{3}{2}$
$\mathcal{H}_{1,2,4,5}$ $(1+1+2+1+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^2,\Delta^4,\Delta^5)=(h_{n_5})^{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_5})^{\mu_1+\mu_2+\mu_4+\mu_5}(h_{n_4})^{\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_4})^{\mu_2+\mu_4+\mu_5}(h_{n_3})^{\lambda_4+\lambda_5}(\bar h_{n_3})^{\mu_4+\mu_5}(h_{n_2})^{\lambda_5}(\bar h_{n_2})^{\mu_5}\varphi(z)$	$\lvert h_{n_5}\rvert^{20}\lvert h_{n_4}\rvert^{16}\lvert h_{n_3}\rvert^{10}\lvert h_{n_2}\rvert^{4}\prod_{A=1}^{5}\frac{i}{2}dz_{6A}d\bar z_{6A}\prod_{B=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{5B}d\bar z_{5B}\prod_{C=1}^{4}\frac{i}{2}dz_{C1}d\bar z_{C1}\prod_{D=3}^{4}\frac{i}{2}dz_{D2}d\bar z_{D2}$	$\lambda_1=\frac{i\rho_1}{2}+\nu_1-1$ $\mu_1=\frac{i\rho_1}{2}-\nu_1-1$ $\lambda_2=\frac{i\rho_2}{2}+\nu_2-\frac{3}{2}$ $\mu_2=\frac{i\rho_2}{2}-\nu_2-\frac{3}{2}$ $\lambda_4=\frac{i\rho_4}{2}+\nu_4-\frac{3}{2}$ $\mu_4=\frac{i\rho_4}{2}-\nu_4-\frac{3}{2}$ $\lambda_5=\frac{i\rho_5}{2}+\nu_5-1$ $\mu_5=\frac{i\rho_5}{2}-\nu_5-1$

Таблица IV. (продолжение)

Пространства представлений	Инвариантные меры $d\sigma(z)$	Степени однородности
$\mathcal{H}_{1,3,4,5}(1+1+1+2+1)$ $f(\Delta^1,\Delta^3,\Delta^4,\Delta^5) = (h_{\eta_5})^{\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_5}})^{\mu_1+\mu_3+\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_4})^{\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_4}})^{\mu_3+\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_3})^{\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_3}})^{\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_2})^{\lambda_5} (\overline{h_{\eta_2}})^{\mu_5} \varphi(z)$	$\lvert h_{\eta_5}\rvert^{20} \lvert h_{\eta_4}\rvert^{14} \lvert h_{\eta_3}\rvert^{8} \lvert h_{\eta_2}\rvert^{4} \prod_{A=1}^{5} \frac{i}{2} dz_{6A}\, d\overline{z_{6A}}$ $\prod_{B=2}^{5} \frac{i}{2} dz_{B1}\, d\overline{z_{B1}} \prod_{C=3}^{5} \frac{i}{2} dz_{C2}\, d\overline{z_{C2}} \prod_{D=4}^{5} \frac{i}{2} dz_{D3}\, d\overline{z_{D3}}$	$\lambda_1 = \frac{i\rho_1}{2} + \nu_1 - \frac{3}{2}$ $\mu_1 = \frac{i\rho_1}{2} - \nu_1 - \frac{3}{2}$ $\lambda_3 = \frac{i\rho_3}{2} + \nu_3 - \frac{3}{2}$ $\mu_3 = \frac{i\rho_3}{2} - \nu_3 - \frac{3}{2}$ $\lambda_4 = \frac{i\rho_4}{2} + \nu_4 - 1$ $\mu_4 = \frac{i\rho_4}{2} - \nu_4 - 1$ $\lambda_5 = \frac{i\rho_5}{2} - \nu_5 - 1$ $\mu_5 = \frac{i\rho_5}{2} - \nu_5 - 1$
$\mathcal{H}_{2,3,4,5}(1+1+1+1+2)$ $f(\Delta^2,\Delta^3,\Delta^4,\Delta^5) = (h_{\eta_5})^{\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_5}})^{\mu_2+\mu_3+\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_4})^{\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_4}})^{\mu_3+\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_3})^{\lambda_4+\lambda_5} (\overline{h_{\eta_3}})^{\mu_4+\mu_5} (h_{\eta_2})^{\lambda_5} (\overline{h_{\eta_2}})^{\mu_5} \varphi(z)$	$\lvert h_{\eta_5}\rvert^{18} \lvert h_{\eta_4}\rvert^{12} \lvert h_{\eta_3}\rvert^{8} \lvert h_{\eta_2}\rvert^{4} \prod_{A=2}^{6} \frac{i}{2} dz_{A1}\, d\overline{z_{A1}}$ $\prod_{B=3}^{6} \frac{i}{2} dz_{B2}\, d\overline{z_{B2}} \prod_{C=4}^{6} \frac{i}{2} dz_{C3}\, d\overline{z_{C3}} \prod_{D=5}^{6} \frac{i}{2} dz_{D4}\, d\overline{z_{D4}}$	$\lambda_2 = \frac{i\rho_2}{2} + \nu_2 - \frac{3}{2}$ $\mu_2 = \frac{i\rho_2}{2} - \nu_2 - \frac{3}{2}$ $\lambda_3 = \frac{i\rho_3}{2} + \nu_3 - 1$ $\mu_3 = \frac{i\rho_3}{2} - \nu_3 - 1$ $\lambda_4 = \frac{i\rho_4}{2} + \nu_4 - 1$ $\mu_4 = \frac{i\rho_4}{2} - \nu_4 - 1$ $\lambda_5 = \frac{i\rho_5}{2} + \nu_5 - 1$ $\mu_5 = \frac{i\rho_5}{2} - \nu_5 - 1$