СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р5 - 11998

В.М.Лебеденко

ОРБИТЫ И ДОПУСТИМЫЕ ПОДАЛГЕБРЫ ДЛЯ PR-ГРУПП

1978

P5 - 11998

В.М.Лебеденко

ОРБИТЫ И ДОПУСТИМЫЕ ПОДАЛГЕБРЫ ДЛЯ **PR**-ГРУПП

Лебеденко В.М. P5 - 11998

Орбиты и допустимые подалгебры для PR-групп

В работе продолжаются исследования PR-групп, то есть гомеоморфных евклидовым пространствам групп Ли, алгебры Ли которых характеризуются коммутационными соотношениями типа

$$[H_i, H_j] = r_{ij} H_i \ (i < j).$$

В рамках метода орбит А.А.Кириллова для указанных групп построены орбиты и допустимые подалгебры.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Lebedenko V.M. P5 - 11998

Orbits and Permissible Subalgebras for PR-Groups

PR-groups are further investigated, that is homeomorphous to Euclidian spaces Lie groups, which Lie algebras are characterised by commutation relations of the following type

$$[H_i, H_j] = r_{ij} H_i \ (i < j).$$

Within the Kirillov's orbit method for the above groups orbits and admissible subalgebras have been constructed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [2-6] рассматривались свойства PR-групп. PR-группами мы называем связные и односвязные неабелевы группы Ли, алгебры Ли которых характеризуются соотношениями типа

$$[H_i, H_j] = r_{ij} H_i \quad (i < j, r_{ij} \in R).$$

Для построения гармонического анализа на этих группах применим метод орбит А.А.Кириллова /см. [1,3]/. В работе [4] сделан первый шаг к построению орбит и допустимых подалгебр для PR-групп. В настоящей статье мы доведем эти исследования до конца. Кроме того, для полученных орбит мы выберем, удобным образом, представители. Это будет полезно для окончательного построения гармонического анализа на PR-группах.

Все обозначения и терминология, применяемые ниже, взяты нами из работ [3,4].

В статье [4] получен общий /абстрактный/ вид орбиты для произвольной PR-группы G с алгеброй Ли L как множества $\Omega(f) = [\rho(g)f]_{g\in G}, f \in L'$ / L'- алгебра, сопряженная с L, $\rho(g) = (Ad(g))'$ /. Там же рассмотрен ряд конкретных случаев, которых мы коснемся ниже. Для случая *a*), когда каноническая матрица группы G в приведенной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} r_{1,n} \\ \vdots \\ r_{n-1,n} \end{pmatrix} (n \geq 2),$$

$$\rho(g)f = (e^{-r_{1,n}s_n} y_1, \dots, e^{-r_{n-1,n}s_n} y_{n-1}, s_1 r_{1,n} y_1 + \dots$$

$$+ s_{n-1} r_{n-1,n} y_{n-1} + y_n),$$

где s_i - параметры группы G, $f = (y_1, \dots, y_n)$. Если $f = (0, \dots, 0, y_n)$, то $\Omega(f) = f$ и $\dim \Omega(f) = 0$. В этом случае допустимой является алгебра L. Если $y_i \neq 0$, $i < n$, то

$$\Omega(f) = [(e^{r_{1,n}s} y_1, \dots, e^{r_{n-1,n}s} y_{n-1}, \xi)]_{\xi, s \in R},$$

$\dim \Omega(f) = 2$. Здесь допустимой подалгеброй является множество $\{H_1, \dots, H_{n-1}\}$ ($L = \{H_1, \dots, H_n\}$, $[H_i, H_j] = r_{ij} H_i$, $i < j$).

Аналогично в случае α'), когда каноническая матрица группы G в приведенной форме имеет вид

$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{vmatrix} r_{1,p+1} \\ \vdots \\ r_{p,p+1} \end{vmatrix} & 0 \end{array} \right), \quad p + 1 < n, \ n > 2,$$

$$\rho(g)f = (e^{-r_{1,p+1}s_{p+1}} y_1, \dots, e^{-r_{p,p+1}s_{p+1}} y_p, s_1 r_{1,p+1} y_1 +$$

$$\dots + s_p r_{p,p+1} y_p + y_{p+1}, y_{p+2}, \dots, y_n)^*$$

При $y_i = 0$, $i = 1, \dots, p$, $\Omega(f) = f$, $\dim \Omega(f) = 0$ и допустимой подалгеброй является алгебра L При $y_i \neq 0$ $(i \leq p)$

* В формулах /5/-/12/ и в некоторых других формулах работы /4/ допущен ряд опечаток по вине автора. В настоящей работе они применяются в исправленном виде.

$$\Omega(f) = [(e^{r_{1,p+1}s} y_1, \dots, e^{r_{p,p+1}s} y_p, \xi, y_{p+2}, \dots, y_n)]_{s, \xi \in R},$$

$\dim \Omega(f) = 2$. Допустимой подалгеброй здесь является множество $\{H_1, \dots, H_p, H_{p+2}, \dots, H_n\}$.

В случае β), когда каноническая матрица группы G в приведенной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} \quad n = 2p,$$

$$\rho(g)f = (e^{-s_{p+1}} y_1, \dots, e^{-s_{2p}} y_p, s_1 y_1 + y_{p+1}, \dots, s_p y_p + y_{2p}).$$

Если первые p координат вектора f равны нулю, то $\Omega(f) = f$, $\dim \Omega(f) = 0$. Допустимой подалгеброй здесь является алгебра L. Если только k $(k \leq p)$ из первых p координат f не равны нулю, то $\Omega(f)$ имеет вид множества всех векторов

$$(e^{-s_{p+1}} y_1, \dots, e^{-s_{2p}} y_p, \xi_1, \dots, \xi_p) \ (\dim \Omega(f) = 2k),$$

где s_i меняются произвольно в R, $\xi_i = y_{p+i}$ при $y_i = 0$, $i \leq p$, а в остальных случаях ξ_i меняется произвольно. Пусть среди y_i, $i \leq p$, только $y_{i_1} \neq 0, \dots, y_{i_k} \neq 0$ $(i_1, \dots, i_k \leq p, \ k \geq 1)$. тогда допустимой подалгеброй является алгебра

$$\{[H_i]^{1 \leq i \leq 2p}_{i \neq p+i_1, \dots, p+i_k}\}.$$

В случае β'), когда каноническая матрица группы G в приведенной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1_1 & & 0 & \\ & \ddots & & \Big| \; 0 \\ 0 & & 1 & \end{pmatrix} \quad (2p < n),$$

$$\rho(g)f = (e^{-s_{p+1}} y_1, \dots, e^{s_{2p}} y_p,\ s_1 y_1 + y_{p+1}, \dots,$$

$$+ s_p y_p + y_{2p}, y_{2p+1}, \dots, y_n).$$

Если все $y_i = 0$, $i \le p$, то $\Omega(f) = f$, $\dim \Omega(f) = 0$. Допустимой подалгеброй здесь является алгебра L. Если среди первых p координат f только $y_{i_1}, \dots, y_{i_k} \neq 0$, то $\Omega(f)$ имеет вид множества всех векторов типа

$$(e^{s_{p+1}} y_1, \dots, e^{s_{2p}} y_p, \xi_1, \dots, \xi_p, y_{2p+1}, \dots, y_n),$$

где $s_{p+i} \in R$, $i \le p$, на i-х местах, $i \neq i_1, \dots, i_k, i \le p$ /если они есть/, стоят нули, $\xi_{i_j} (j \le k)$ произвольны, а остальные /если они есть/ $\xi_i = y_{p+i}$. В этом случае $\dim \Omega(f) = 2k$ и допустимой подалгеброй является подалгебра

$$\{[H_i]_{\substack{1 \le i \le n \\ i \neq p+i_1, \dots, p+i_k}}\}.$$

2. *ВЫБОР ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ НА ОРБИТАХ ДЛЯ ГРУПП ТИПОВ* $\alpha), \alpha'), \beta), \beta')$

В случае $\alpha)$ при $y_i \neq 0$, $i \le n-1$,

$$\Omega(f) = [(e^{r_{1,n} s} y_1, \dots, e^{r_{n-1,n} s} y_{n-1}, \xi)]_{s, \xi \in R}$$

в силу произвольности s и ξ $(r_{ij} \neq 0)$ на $\Omega(f)$ можно выбрать представитель с первой ненулевой компонентой, равной по модулю единице, и с последней компонентой, равной нулю. Очевидно, что два таких вектора лежат на одной орбите тогда и только тогда, когда они совпадают. Аналогично в случае $\alpha')$ орбиты с $y_i \neq 0$, $i \le p$, однозначно характеризуются векторами типа

$$(y'_1, \dots, y'_p, 0, y_{p+1}, \dots, y_n),$$

где первая нулевая компонента равна ± 1.

Рассмотрим случай $\beta)$.

Если среди первых p координат вектора f только $y_{i_1} \neq 0, \dots, y_{i_k} \neq 0$, то на орбите лежит вектор $(\operatorname{sgn} y_1, \dots, \operatorname{sgn} y_p, \xi_1, \dots, \xi_p)$, где $\xi_{i_j} = 0$, $j \le k$, $\xi_i = y_{p+i}$ при $i \neq i_1, \dots, i_k$. Легко проверить, что два вектора такого типа лежат на одной орбите тогда и только тогда, когда они совпадают. Аналогично в случае $\beta')$ нетривиальные орбиты однозначно характеризуются векторами типа $(y'_1, \dots, y'_p, \xi_1, \dots, \xi_p, y_{2p+1}, \dots, y_n)$, где $y'_i = \{\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{smallmatrix}$, $i \le p$, $\xi_i = 0$ при $y'_i \neq 0$ $(y'_i \neq 0)$.

3. *ОРБИТЫ И ДОПУСТИМЫЕ ПОДАЛГЕБРЫ ДЛЯ ОСТАЛЬНЫХ СЛУЧАЕВ*

Рассмотрим случай, когда каноническая матрица группы в приведенной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} E_\pi \\ \hline X \end{pmatrix}, \quad n = p + \pi, \quad 1 < \pi < p$$

/E_π - единичная $\pi \times \pi$ -матрица, строки в X - ненулевые/. Здесь /см. [4]/ для

$f = (y_1, \dots, y_n) \in L'$

$$\rho(f) = (e^{\alpha_1} y_1, \dots, e^{\alpha_n} y_p, s_1 y_1 + s_{\pi+1} r_{\pi+1,p+1} y_{\pi+1} + \dots +$$

$$+ s_p r_{p,p+1} y_p + y_{p+1}, s_2 y_2 + s_{\pi+1} r_{\pi+1,p+2} y_{\pi+1} + \dots +$$

$$+ s_p r_{p,p+2} y_p + y_{p+2}, \dots, s_\pi y_\pi + s_{\pi+1} r_{\pi+1,n} y_{\pi+1} + \dots +$$

$$+ s_p r_{p,n} y_p + y_n),$$

где

$$\alpha_1 = -s_{p+1},$$
$$\dots\dots\dots$$
$$\alpha_\pi = -s_{p+\pi} = -s_n,$$

$$\alpha_{\pi+1} = -(r_{\pi+1,p+1} s_{p+1} + \dots + r_{\pi+1,n} s_n),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\alpha_p = -(r_{p,p+1} s_{p+1} + \dots + r_{p,n} s_n),$$

$s_i \in R$ - параметры группы.

Так как

$$\rho(g)f = (0,\dots,0, y_{p+1},\dots, y_n) +$$
$$+ (e^{\alpha_1} y_1, \dots, e^{\alpha_p} y_p, 0,\dots,0) +$$
$$+ (0,\dots,0, s_1 y_1, \dots, s_\pi y_\pi) +$$
$$+ s_{\pi+1} y_{\pi+1} (0,\dots,0, r_{\pi+1,p+1}, \dots, r_{\pi+1,n}) + \dots +$$
$$+ s_p y_p (0,\dots,0, r_{p,p+1}, \dots, r_{p,n}), \qquad /1/$$

то $\Omega(f)$ гомеоморфна /при $y_i \neq 0$, $i \leq p$ /евклидову пространству размерности $2r$, где r - ранг системы π -мерных векторов

$$\operatorname{sgn} y_1 (1, 0, \dots, 0),$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$\operatorname{sgn} y_\pi (0, 0, \dots, 0, 1),$$
$$\operatorname{sgn} y_{\pi+1} (r_{\pi+1,p+1}, \dots, r_{\pi+1,n}),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\operatorname{sgn} y_p (r_{p,p+1}, \dots, r_{p,n}),$$

то есть $\dim \Omega(f) = 2r$.

Если $y_i = 0$, $i \leq p$, то $\Omega(f) = f$, $\dim \Omega(f) = 0$ и допустимой является алгебра L. Если $y_i \neq 0$ при всех $i \leq \pi$, то $\dim \Omega(f) = 2\pi$ и допустимой здесь является подалгебра $H = \{H_1, \dots, H_p\}$. Действительно,

$$\dim L - \frac{1}{2} \dim \Omega(f) = n - \pi = p = \dim H,$$

$$[H, H] = 0 \perp f, \quad f + H^{\perp} \subset \Omega(f).$$

Рассмотрим другой случай, когда только $y_{i_1} = 0, \dots, y_{i_k} = 0$, $k < p$, $i_k \leq p$, среди первых p компонент вектора f. Пусть ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} \operatorname{sgn} y_1 \; 0 \; \dots\dots\dots \; 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 \; \dots\dots\dots\dots \; 0 \; \operatorname{sgn} y_\pi \\ r_{\pi+1,p+1} \operatorname{sgn} y_{\pi+1} \dots\dots r_{\pi+1,n} \operatorname{sgn} y_{\pi+1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ r_{p,p+1} \operatorname{sgn} y_p \dots\dots\dots r_{p,n} \operatorname{sgn} y_p \end{pmatrix} \qquad /2/$$

равен $r\,(1 \le r \le \pi)$. Возьмем r элементов $H_{j_1}, \dots, H_{j_r}$ $(p < j_q \le n)$ базиса L, соответствующих линейно независимым столбцам $\beta_{j_1}, \dots, \beta_{j_r}$ матрицы /2/. Если $r = \pi$, то легко проверить, что допустимой является алгебра $\{H_1, \dots, H_p\}$. Пусть $r < \pi$. Каждый из оставшихся $\pi - r$ столбцов линейно зависит от выбранных r столбцов. Если

$$\beta_{j_t} = \sum_{s=1}^{r} \ell_{ts} \beta_{j_s} \quad (r + 1 \le t \le \pi),$$

то при $H'_{j_t} = H_{j_t} - \sum_{s=1}^{r} \ell_{ts} H_{j_s}$ будет $[H_i, H'_j] = 0$ для всех $i \le p$, $i \ne i_1, \dots, i_k$. Пусть теперь

$$H = \{H_1, \dots, H_p, H'_{j_{r+1}}, \dots, H'_{j_\pi}\}.$$

Это допустимая подалгебра. Действительно,

$$\dim H = p + \pi - r = n - r = \dim L - \frac{1}{2}\,\Omega(f),$$

$$[H, H] \perp f,$$

так как $[H, H] \subseteq \{H_{i_1}, \dots, H_{i_k}\}$. Далее,

$$H^{\perp} = \{H_1, \dots, H_p, H'_{j_{r+1}}, \dots, H'_{j}\}' \subseteq \{H_1, \dots, H_p\}^{\perp}$$

$$(\dim H^{\perp} = r).$$

Функционалы из $H^{\perp}$ имеют вид

$$(0, \dots, 0, z_{p+1}, \dots, z_n) = z,$$

$$0 = (H'_{j_t}, z) = z(H_{j_r} - \sum_{s=1}^{r} \ell_{t,s} H_{j_s}), \quad r + 1 \le t \le \pi.$$

То есть

$$\begin{cases} z_{j_{r+1}} - \sum\limits_{s=1}^{r} \ell_{r+1,s}\, z_{j_s} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ z_{j_\pi} - \sum\limits_{s=1}^{r} \ell_{\pi,s}\, r_{j_s} = 0. \end{cases} \qquad /3/$$

Вспомним разложение /1/ и что столбцы матрицы /2/ связаны соотношениями $\beta_{j_t} = \sum_{s=1}^{r} \ell_{t,s} \beta_{j_s}$ $(r + 1 \le t \le \pi)$.

Если ограничиться какой-то одной строкой, то эти соотношения переходят в систему уравнений /3/. Это система $\pi - r$ однородных уравнений с π неизвестными ранга $\pi - r$. Размерность пространства ее решений равна r. В то же время некоторая система r линейно независимых строк матрицы /2/ и соответствующих им векторов в разложении /1/ может рассматриваться в качестве решений этой системы в силу указанных соотношений. Отсюда мы получаем, что

$$f + H^{\perp} \subseteq \Omega(f).$$

Предыдущие рассуждения почти полностью переносятся на случай, когда каноническая матрица группы G имеет вид:

$$\left(\begin{array}{c|c} E_\pi & 0 \\ \hline X & 0 \end{array}\right) \qquad (p + \pi < n).$$

Здесь

$$\rho(g)f = (e^{\alpha_1} y_1, \dots, e^{\alpha_p} y_p,\ s_1 r_{1,p+1} y_1 +$$

$$+ s_{\pi+1} r_{\pi+1,p+1} y_{\pi+1} + \dots + s_p r_{p,p+1} y_p + y_{p+1},$$

$$s_2 r_{2,p+2} y_2 + s_{\pi+1} r_{\pi+1,p+2} y_{\pi+1} + \dots + s_p r_{p,p+2} y_p +$$

$$+ y_{p+2}, \dots, s_\pi r_{\pi,p+\pi} y_\pi + s_{\pi+1} r_{\pi+1,p+\pi} y_{\pi+1} + \dots +$$

$$+ s_p r_{p,p+\pi} y_p + y_{p+\pi},\ y_{p+\pi+1}, \dots, y_n),$$

где

$$\alpha_1 = -r_{1,p+1} s_{p+1},$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\alpha_\pi = -r_{\pi,p+\pi} s_{p+\pi},$$

$$\alpha_{\pi+1} = -(r_{\pi+1,p+1} s_{p+1} + \dots + r_{\pi+1,p+\pi} s_{p+\pi}),$$

. . . .

$$\alpha_p = -(r_{p,p+1}s_{p+1} + \dots + r_{p,p+\pi}s_{p+\pi}).$$

Если $f=(0,\dots,0,y_{p+1},\dots,y_n)$, то $\Omega(f)=f$ и допустимой подалгеброй является алгебра L. Если $y_i \neq 0$ при всех $i \le \pi$, то $\dim\Omega(f) = 2\pi$ и допустимой является подалгебра

$$\{H_1,\dots,H_p, H_{p+\pi+1},\dots,H_n\}.$$

Пусть среди первых p компонент есть нули и $y_i \neq 0$ $(i \le p)$. Если ранг матрицы /2/ для рассматриваемого случая равен π, то $\dim\Omega(f) = 2\pi$ и допустимой подалгеброй является подалгебра

$$\{H_1,\dots,H_p, H_{p+\pi+1},\dots,H_n\}.$$

Если же ранг матрицы /2/ равен $r < \pi$, то можно поступить, как и в предыдущем случае. Пусть столбцы матрицы /2/ связаны соотношениями

$$\beta_{j_t} = \sum_{s=1}^{r} \ell_{ts}\beta_{j_s} \quad /r+1 \le t \le \pi, \ \beta_{j_s}, \ s \le r,$$

линейно независимы/.
Тогда при

$$H'_{j_t} = H_{j_t} - \sum_{s=1}^{r} \ell_{ts} H_{j_s} \quad (1 \le t \le \pi)$$

подалгебра $\{H_1,\dots,H_p, H'_{j_{r+1}},\dots,H'_{j_\pi}, H_{p+\pi+1},\dots,H_n\}$ является допустимой.

4. *ДАЛЬНЕЙШИЙ ВЫБОР ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ НА ОРБИТАХ*

Рассмотрим случай, когда каноническая матрица группы **G** в приведенной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} E_\pi \\ \hline X \end{pmatrix}.$$

Виды орбит для этого случая указаны в пункте 3. Заметим для дальнейшего, что два элемента f', $f'' \in L'$, лежат на одной орбите тогда и только тогда, когда $f'' = \rho(g')f'$. Мы не будем рассматривать нульмерных орбит по очевидным причинам. Пусть $f=(y_1,\dots,y_p,y_{p+1},\dots,y_n)$, $y_i \neq 0$, $i \le p$, и ранг матрицы /2/, рассматриваемой для данного случая, равен r, $r \le \pi$. Фиксируем в матрице /2/ r линейно независимых строк с номерами $i_1,\dots,i_r$ и r линейно независимых столбцов с номерами $j_1,\dots,j_r$. Остальные строки и столбцы соответственно линейно зависят от выбранных. Выбираем теперь параметры $s_i (p+1 \le i \le n)$ так, чтобы $e^{\alpha_{i_k}} y_{i_k} = \pm 1 \ (k=1,\dots,r)$, а $s_i \ (1 \le i \le p)$ так, чтобы

$$s_{j_k-p}\, y_{j_k-p} + s_{\pi+1} r_{\pi+1,j_k} y_{\pi+1} + \dots + s_p r_{p,j_k} y_p = -y_{j_k},$$

$k = 1,\dots,r$.

Таким образом, на орбите $\Omega(f)$ лежит элемент с ± 1 и нулями на фиксированных местах. Два вектора, f' и f'', такого рода лежат на одной орбите тогда и только тогда, когда они совпадают. Действительно, $f'' = \rho(g')f'$. Поэтому нули /если они есть/ среди первых p компонент стоят на одинаковых местах. При $f' = (y'_1,\dots,y'_n)$, $f'' = (y''_1,\dots,y''_n)$ $y''_{i_k} = e^{\alpha_{i_k}} y'_{i_k}$ $(k=1,\dots,r)$. Следовательно, $y''_{i_k} = y'_{i_k}$ $(k=1,\dots,r)$, так как $|y'_{i_k}| = |y''_{i_k}| = 1$ $(k=1,\dots,r)$. Поэтому все $\alpha_{i_k} = 0$. В силу линейной зависимости соответствующих строк матрицы /2/ получаем, что все $\alpha_i = 0$ $(i \le p)$ и все $y''_i = y'_i$ $(i \le p)$. Аналогично приходим к выводу, что оставшиеся компоненты векторов f' и f'' совпадают в силу построения.

Предыдущие рассуждения полностью переносятся на случай, когда каноническая матрица группы **G** в приведенной форме имеет вид

$$\left(\begin{array}{c|c} E_\pi & 0 \\ \hline X & 0 \end{array}\right) \qquad (p+\pi < n).$$

Здесь мы приходим к почти такому же результату. Исключение составляет неизменность последних $n - p - \pi$ компонент для векторов, лежащих на одной орбите.

В заключение автор благодарит В.Г.Кадышевского за интерес к работе и ценные советы, А.В.Матвеенко за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кириллов А.А. Элементы теории представлений. "Наука", М., 1972.*
2. *Лебеденко В.М. ОИЯИ, Р5-9384, Дубна, 1975.*
3. *Лебеденко В.М. ОИЯИ, Р5-9867, Дубна, 1976.*
4. *Лебеденко В.М. ОИЯИ, Р5-10535, Дубна, 1977.*
5. *Лебеденко В.М. ОИЯИ, Р5-11415, Дубна, 1978.*
6. *Лебеденко В.М. ОИЯИ, Р5-11595, Дубна, 1978.*

Рукопись поступила в издательский отдел 31 октября 1978 года.