

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С178+С344.1Р
Г-707

14/2-77
P5 - 10715

4099/2-77
О.Е.Горчаков

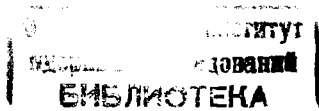
ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО
НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

1977

P5 - 10715

О.Е.Горчаков

ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО
НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ



Горчаков О.Е.

P5 - 10715

Эффективные алгоритмы моделирования методом Монте-Карло некоторых процессов взаимодействия элементарных частиц

Приведены эффективные алгоритмы моделирования методом Монте-Карло некоторых процессов взаимодействия элементарных частиц при малых телесных углах регистрирующей аппаратуры: 1) розыгрыш угловых переменных $\cos\theta_i^*$ и ϕ_i^* i -ой частицы, образующейся при распаде некоторой системы, при котором обеспечивается вылет этой частицы точно в телесный угол детектора; 2) моделирование каскадного процесса с долгоживущей промежуточной частицей. Розыгрыш ее кинематических переменных p^* , $\cos\theta^*$ и ϕ^* , а также расстояния до точки распада l , предлагается проводить с плотностью $\rho(x) = 1/((x-x_0)^2 + \xi^2)$; 3) алгоритм моделирования совпадений в процессе $X \rightarrow e^+ + e^-$. Вылет частицы X осуществляется в такой телесный угол, при котором возможно получение события с совпадением e^+ и e^- .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Gorchakov O.E.

P5 - 10715

Algorithms for Application the Monte-Carlo Method to Some Processes of Elementary Particle Interactions

Algorithms are proposed which allow to apply an effective Monte-Carlo method to elementary particle interactions at small angles of detecting apparatus: a) a method for simulation of angular variables $\cos\theta_i^*$ and ϕ_i^* of the i -th particle in which the emission of this particle in the direction of one of the detectors occurs; the less a solid angle of the detector the higher the efficiency; b) an algorithm for simulation of cascade process involving a longlived intermediate particle A ($T \geq 10^{-8}$ s) generated in p - p interactions. Simulation of variables $p_A^* \cos\theta$ as well as of the distance to the decay point P_A is realized with the density function $\rho(x) = 1/((x-x_0)^2 + \xi^2)$; c) simulation of coincidence in the process $X \rightarrow e^+ + e^- (\gamma + \gamma)$ with X generated in p - p interactions. The method is proposed for determining a solid angle for a particle X emission at which the coincidence of final particles takes place.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

ВВЕДЕНИЕ

Важной вычислительной проблемой в физике элементарных частиц является расчет n -частичного интеграла

$$I_n = \int_V \dots \int \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta^4(p - \sum_1^n p_i) T, \quad /1/$$

где T - квадрат матричного элемента. Область интегрирования V представляет собой либо всю физическую область, либо ее часть. При устранении δ -функции интеграл /1/ приводится к виду

$$I_n = \int_V d\Phi \rho_n(\Phi) T(\Phi) = \int_V d\Phi f_n(\Phi), \quad /2/$$

где Φ - совокупность координат точки в $(3n-4)$ -мерном фазовом пространстве, $\rho_n(\Phi)$ - плотность состояний в этом пространстве.

При использовании метода Монте-Карло подынтегральное выражение $f_n(\Phi)$ вычисляется в случайной совокупности точек фазового пространства с плотностью $\rho(\Phi)$. Количество точек, которое надо разыграть, чтобы получить разумный результат, зависит от эффективности используемого метода моделирования. Эффективность может быть определена как величина, обратно пропорциональная количеству счетного времени, затраченного на получение результата с данной статистической точностью.

Эффективность моделирования прямо связана с уменьшением дисперсии оценки интеграла /2/. Существует несколько методов ее уменьшения /1/. Отметим два из них. Это, во-первых, метод аналитического интегрирования по части объема и, во-вторых, метод существенной выборки, в котором плотность разыгранных событий выбирается близкой к $|f_n(\Phi)|$.

В данной работе приведены алгоритмы, основанные на этих двух методах, для эффективного моделирования некоторых процессов взаимодействия элементарных частиц.

§1. ОГРАНИЧЕНИЕ УГЛОВ ВЫЛЕТА

При моделировании распадов элементарных частиц или некоторых промежуточных систем розыгрыш угловых переменных $\cos\theta_i^*$ и ϕ_i^* i -ой частицы в соответствующей системе центра масс обычно производится равномерно в интервале $(-1,1)$ и $(0,2\pi)$ соответственно /см., напр., генерирование событий в стандартной программе FOWL /2/. При малом телесном угле детектора этот розыгрыш является неэффективным. Поэтому надо ограничиться такой областью розыгрыша $\cos\theta_i^*$ и ϕ_i^* , чтобы в лабораторной системе частица полетела в направлении детектора. Соответствие между углами вылета частиц в л.с. и в с.с.м. устанавливается посредством формул лоренц-преобразования.

В алгоритме /3/ вылет частицы разыгрывается в направлении сферы, описанной вокруг детектора. Так как телесный угол детектора составляет лишь часть телесного угла сферы, то некоторые разыгранные события будут отбракованы. Доля отбракованных событий будет значительной, если детектор представляет из себя, например, полосу, ширина H которой значительно меньше ее длины L ($H/L \ll 1$).

В данной работе предлагается алгоритм, который позволяет разыгрывать вылет частицы точно в телесный угол детектора. Рассмотрим систему координат, начало которой совпадает с центром распадающейся системы,

а ось \vec{OZ} направлена по ее движению. В этом случае азимутальные углы в л.с. и в с.с.м. совпадают ($\phi^* = \phi$). Розыгрыш $\cos\theta_i^*$ и ϕ_i проводится следующим образом. Вначале определяются углы ϕ_{\min} и ϕ_{\max} , ограничивающие детектор. Угол ϕ_i разыгрывается в этом интервале. Предельные значения θ_{\min} и θ_{\max} в л.с. находятся из пересечения плоскостью $y = x \operatorname{tg} \phi_i$ входной плоскости детектора. Затем интервал углов $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ из л.с. преобразуется в с.с.м. $(\theta_{\min}^*, \theta_{\max}^*)$. Величина $\cos\theta_i^*$ разыгрывается равномерно в интервале $(\cos\theta_{\min}^*, \cos\theta_{\max}^*)$; событию же приписывается дополнительный вес:

$$W_{\text{add}} = \frac{(\phi_{\max} - \phi_{\min}) \Delta \cos\theta_i^*}{4\pi}, \quad /3/$$

где $\Delta \cos\theta_i^* = \cos\theta_{\min}^* - \cos\theta_{\max}^*$. В случае двувязной области по θ_i^* величина $\Delta \cos\theta_i^*$ равна $\Delta \cos\theta_{i1}^* + \Delta \cos\theta_{i2}^*$.

Данный алгоритм использовался в работе /4/ при оценке величины фона от распадов K_L^0 -мезонов ($L/H \sim 100$). Выигрыш в эффективности по сравнению с алгоритмом /3/ ($\sim L/H$) составил ~ 100 .

§2. ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ КАСКАДНОГО ПРОЦЕССА С ДОЛГОЖИВУЩЕЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ЧАСТИЦЕЙ

Этот алгоритм использовался в работе /5/ при моделировании процесса

$$p + p \rightarrow K_L^0 + \dots \rightarrow A_{\pi\mu} + \bar{\nu} \quad /4/$$

для энергии пучка протонов 10, 30, 70, 400 и 1000 ГэВ. Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Из-за большой длины распада K_L^0 -мезона ($L_0(m) \approx 30\rho$, где ρ - импульс K_L^0 -мезона в ГэВ/с) для получения в эксперименте достаточного числа событий /4/ необходимо в качестве распадного объема использовать канал длиной ~ 50 м.

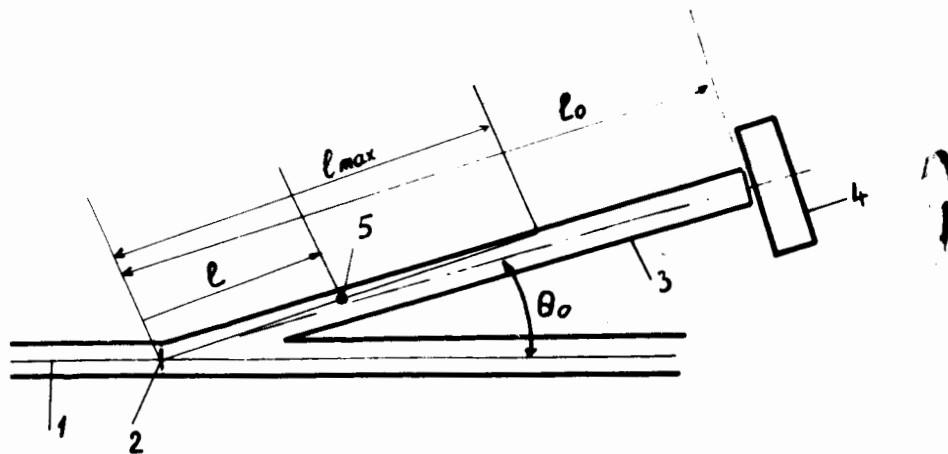


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для регистрации процесса /4/. 1 - внутренний пучок ускорителя, 2 - мишень, 3 - вакуумный канал, 4 - детектор, 5 - точка распада K_L^0 -мезона.

Равномерный розыгрыш в с.ц.м. р-р угловых переменных K_L^0 -мезона $\cos\theta^*$ и ϕ^* /ось OZ направлена по пучку протонов и, следовательно, $\phi = \phi^*$ / при моделировании этого процесса оказался неэффективным. Даже при использовании алгоритма, описанного в §1 настоящей работы, для розыгрыша направления вылета $A_{\pi\mu}$, число эффективных событий в детекторе за 30 мин счетного времени на CDC-6500 оказалось в пределах от 3 до 100 /в зависимости от угла θ_0 , под которым расположен канал/. Кроме того, из-за очень малой плотности разыгранных распадов K_L^0 -мезона в конце канала по сравнению с их действительным вкладом в число регистрируемых детектором атомов /~50%/, количество $A_{\pi\mu}$ оказалось заниженным соответственно в два раза.

Эффективность моделирования процесса /4/ может быть повышена, во-первых, благодаря увеличению плотности разыгранных событий $g(x)/x = \theta^*$ и ϕ K_L^0 -мезона/ в окрестности $\theta_{л.с.} = \theta_0$ и $\phi = \phi_0$, где ϕ_0 - азимутальный угол канала. Функция плотности $g(x)$ должна

связывает зависимость подынтегральной функции от переменной x , является получение распределения разыгранных событий по величине r , где

$$r = \frac{G(x) - G(a)}{G(b) - G(a)}, \quad (a < x < b). \quad /21/$$

Чем равномернее это распределение, тем лучше аппроксимация. Этим способом корректировался выбор параметров ξ_x , где $x = \theta^*$, ϕ и l . Приведенные значения являются оптимальными.

Розыгрыш переменных r^* , θ^* , ϕ и l с помощью описанного выше алгоритма позволил за то же самое счетное время увеличить статистику событий в среднем на два порядка.

§3. ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОВПАДЕНИЙ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ПРОДУКТОВ РАСПАДА $X \rightarrow e^+ + e^- (\gamma + \gamma)$

Этот алгоритм использовался при моделировании процесса /6/

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow \eta^0 + \dots \\ &\rightarrow (\mu^+ \mu^-)_{\text{atom}} + \gamma \\ &\rightarrow e^+ + e^- \end{aligned} \quad /22/$$

Предполагалось, что для выделения этого процесса будут регистрироваться совпадения e^+ и e^- . При малых телесных углах детекторов и при обычном способе моделирования статистика событий оказывается недостаточной. Например, при телесном угле детекторов $\sim 10^{-4}$ ср даже с использованием алгоритма из §1 настоящей работы для розыгрыша вылета e^+ или e^- в детектор за 30 мин счетного времени на CDC-6500 было получено ~ 20 эффективных событий /совпадений/.

Очевидно, что при заданных импульсе \vec{p}_{η^0} η^0 -мезон и точке его распада существует некоторый ограниченный телесный угол Ω_0 вылета $(\mu^+\mu^-)_{atom}$ в л.с., при котором возможно получение совпадения e^+ и e^- /т.к. время жизни атома $\approx 10^{-12}$ с, то предполагается, что η^0 -мезон и $(\mu^+\mu^-)_{atom}$ распадаются в одной точке/, т.е. если при распаде $(\mu^+\mu^-)_{atom}$, летящего в Ω_0 , разыграть $e^+(e^-)$ в один из детекторов, то $e^-(e^+)$ с большой вероятностью, например, $\approx 50\%$ /независимо от малости телесных углов детекторов/, полетит в другой детектор. Следовательно, для повышения эффективности моделирования процесса /22/* надо определить этот телесный угол Ω_0 .

В основу алгоритма положено аналитическое решение следующей "точечной" задачи /рис. 2а/. На этом рисунке: C - точка распада η^0 -мезона и $(\mu^+\mu^-)_{atom}$; \vec{CD}_1 и \vec{CD}_2 - требуемые направления вылета e^+ и e^- в л.с.; \vec{CO} - биссектриса $\angle D_1CD_2$; \vec{CA} - проекция \vec{p}_{η^0} на плоскость рисунка; \vec{CB} - искомое направление вылета атома, т.е. такое, только при котором возможны вылеты e^+ и e^- в требуемых направлениях. Совершенно очевидно, что вектор \vec{CB} должен лежать в той же плоскости, что и векторы \vec{CD}_1 и \vec{CD}_2 .

В угловых переменных /см. рис. 2а/ решение /угол γ / определяется из уравнения

$$\frac{\beta_0 \cos \delta \cos \gamma \pm R_1^2}{1 \pm \beta_0 \cos \delta \cos \gamma R_1^2} = \frac{\cos(\frac{\psi}{2})}{\cos(\gamma + \alpha)}, \quad /23/$$

где

$$\cos \delta = (\vec{p}_{\eta^0} \cdot (\vec{CA})) / |\vec{p}_{\eta^0}| |\vec{CA}|,$$

* Обсуждаемый алгоритм применим и к более частному процессу $p + p \rightarrow X + \dots$

$$\rightarrow e^+ + e^- (\gamma + \gamma)$$

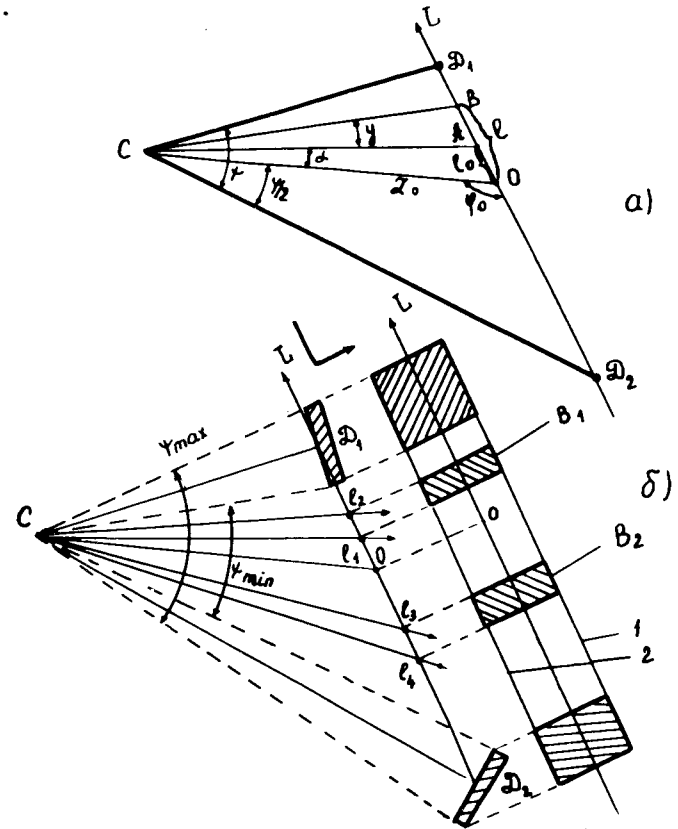


Рис. 2. Определение телесного угла вылета $(\mu^+\mu^-)_{atom}$ в процессе /22/. а/ C - точка распада η^0 -мезона и $(\mu^+\mu^-)_{atom}$, \vec{CD}_1 и \vec{CD}_2 - требуемые направления вылета e^+ и e^- в л.с., \vec{CO} - биссектриса $\angle D_1CD_2$, \vec{CA} - проекция вектора \vec{p}_{η^0} на плоскость рисунка, \vec{CB} - искомое направление вылета $(\mu^+\mu^-)_{atom}$; б/ области V_1 и V_2 определяют телесные углы вылета $(\mu^+\mu^-)_{atom}$ с учетом конечных размеров детекторов D_1 и D_2 ; $l_{min1} = l_1, l_{max1} = l_2, l_{min2} = l_3, l_{max2} = l_4$ /см. в тексте/. Правая часть рисунка - это проекция на плоскость, проходящую через ось OL и перпендикулярную плоскости рисунка.

$$R_1^4 = 1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1^*}\right)^2 + \beta_0^2 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1^*}\right)^2 \cos^2 \delta \cos^2 \gamma \quad /24/$$

γ_0, γ_1^* - гамма-факторы η^0 -мезона в л.с. и $(\mu^+ \mu^-)_{atom}$ в с.с.м. η^0 -мезона соответственно.

В уравнении /23/ массой $e^+(e^-)$ пренебрегается $/m_e/m_\mu \approx 5 \cdot 10^{-3}/$. Это в конечном счете приводит к смещению направления вылета $e^+(e^-)$ на величину, меньшую 10^{-4} рад.

Уравнение /23/ после соответствующих преобразований и устранения нефизических решений сводится к виду

$$\begin{aligned} & -2\beta_0 \cos \delta \cos \frac{\psi}{2} \cos \gamma \cos(\gamma + \alpha) + (1 - \gamma^2) \cos^2(\gamma + \alpha) + \\ & + \beta_0^2 \cos^2 \delta \cos^2 \frac{\psi}{2} \cos^2 \gamma + \gamma^2 \cos^2 \frac{\psi}{2} = 0, \quad /25/ \end{aligned}$$

где $\gamma = \gamma_1^* / \gamma_0$.

Для его решения значительно удобнее перейти к переменной l /ось \vec{OL} на рис. 2а и 2б/. Выразив $\cos(\gamma + \alpha)$ и $\cos \gamma$ через $l, l_0, \cos \phi_0, \xi_0 / \xi_0 = \cos \phi_0$, рис. 2а/, получим уравнение 2-й степени относительно l ; оба его действительных корня l_1 и l_2 являются решениями. Так как детекторы D_1 и D_2 , рис. 2б/ имеют конечные размеры, то прямоугольные области V_1 и V_2 /они лежат в плоскости, проходящей через ось \vec{OL} и перпендикулярной плоскости рис. 2б/, определяющие искомые телесные углы вылета $(\mu^+ \mu^-)_{atom}$ в л.с., находятся после двукратного решения уравнения /25/ /но, в переменных l / при $\psi = \psi_{min}, \psi_{max}$ /рис. 2а/ и $\delta = \delta_{min}, \delta_{max}$. Здесь δ_{min} и δ_{max} - углы между \vec{p}_{η^0} и плоскостями, проходящими через точку С и одну из прямых 1 или 2 /рис. 2б/. Из этих четырех значений углов ψ и δ нужно взять такие две пары, чтобы получить экстремальные значения $l = l_{min 1}, l_{max 1} (l_{min 2}, l_{max 2})$, которые определяют максимальные границы области $V_1 (V_2)$. Из способа задания областей V_1 и V_2 следует необходимость проверки попадания

второй частицы в детектор /розыгрыш вылета первой частицы осуществляется с помощью алгоритма из §1/.

Очевидно, что более эффективным является розыгрыш вылета первой частицы в детектор, наиболее удаленный от области $V_1 (V_2)$.

Описанный выше алгоритм моделирования процесса /22/ позволил увеличить статистику числа совпадений примерно на два порядка.

В заключение хочу выразить благодарность А.В.Купцову и С.Ф.Бережневу за полезные обсуждения и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы /изд. второе/, "Наука", М., 1975.
2. F. James. W 505, FOWL, CERN PROGRAM Library.
3. Бережнев С.Ф., Вертоградов Л.С. ОИЯИ, P11-6175, Дубна, 1971.
4. Вертоградов Л.С. и др. ОИЯИ, P1-9181, Дубна, 1975.
5. Горчаков О.Е. ОИЯИ, P1-10658, Дубна, 1977.
6. Биленький С.М. и др. ЯФ, 1969, 10, 4.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 июня 1977 года.