ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 9890

Г.Н.Афанасьев, В.М.Шилов

ВЫДЕЛЕНИЕ КАНАЛА СЛИЯНИЯ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

1976

Р4 - 9890

Г.Н.Афанасьев, В.М.Шилов

ВЫДЕЛЕНИЕ КАНАЛА СЛИЯНИЯ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Направлено в ЯФ

1. Более 20 лет тому назад Т.Д.Томасом [1] была предложена модель для описания реакций с тяжелыми ионами. Суть этой модели состоит в следующем. Вводится феноменологический оптический потенциал, такой, что при $r > R$ имеет место кулоновское взаимодействие, а при $r < R$ – полное поглощение. Вычисленное в рамках этой модели сечение отождествляется с сечением образования составного ядра. Позднее оказалось, что это сечение является скорее сечением реакции, а не сечением слияния. Затем последовала серия работ, посвященных выделению канала слияния в реакциях с тяжелыми ионами. Мы остановимся только на одной из них [2]. В этой работе М.Лефортом было введено понятие критического расстояния. Оптический потенциал выбирался в виде суммы ядерного, кулоновского и центробежного

$$V = V_{\text{яд}} + V_{\text{кул}} + \frac{\ell(\ell + 1)}{2\mu r^2}. \qquad /1.1/$$

Ядерная часть ион-ионного потенциала вычислялась в приближении внезапного удара по бракнеровской методике. Пусть для энергии E налетающего иона точка поворота расположена при $r = r^{(\ell)}_{\text{пов}}(E)$. Тогда в модели Лефорта постулируется, что в сечение слияния вклад дают только те значения орбитального момента ℓ, для которых точка поворота $r^{(\ell)}_{\text{пов}}(E)$ расположена левее некоторого, так называемого критического расстояния $R_{\text{кр}}$. При таком значении $R_{\text{кр}}$ размораживаются внутренние степени свободы ядра, что и приводит к слиянию. Большие значения орбитального момента ℓ приводят к поверхностным и глубоконеупругим соударениям.

Оказалось, что критическое расстояние зависит только от атомных весов сталкивающихся ядер и не зависит от энергии:

$$R_{кр} = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}),$$

причем $r_0 \approx 1$ *Фм*. Наконец, сечение образования составного ядра определялось по формуле

$$\sigma_f = \pi\lambda^2 \sum_{\ell=0}^{\ell_{кр}} (2\ell+1) = \pi\lambda^2 (\ell_{кр}+1)^2 . \qquad /1.2/$$

Ясно, что процедура вычисления сечения слияния по формуле /1.2/ является только рецептом /хотя и весьма удачным/. На наш взгляд, настоятельной является задача построения модели, столь же простой и обоснованной с точки зрения правил квантовой механики, как и модель Томаса, но позволяющей описать качественно сечение реакции и сечение слияния.

2. Предлагается следующая простая модель, являющаяся модификацией модели Томаса. Вещественная часть потенциала выбирается в виде

$$V = \begin{cases} \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r > R; \\ -V_0, & r < R. \end{cases}$$

Далее предполагается, что при $r \leq a (a \leq R)$ имеет место полное слияние. Под слиянием в данном случае мы понимаем наличие при $r \leq a$ только сходящейся сферической волны:

$$\Psi_{in}(r) = A_\ell h_\ell^{(2)}(k_0 r) \qquad при \quad r \leq a,$$

где $k_0 = \sqrt{\dfrac{2\mu(E+V_0)}{h^2}}$, а функция $h_\ell^{(2)}$ следующим образом связана с функцией Ханкеля:

$$h_\ell^{(1,2)}(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{\ell+1/2}^{(1,2)}(z).$$

Впрочем, как и в модели Томаса, в данном случае несущественно поведение волновой функции при $r < a$, существенно лишь граничное условие при $r = a$.

В промежутке $a < r < R$ потенциал содержит также и мнимую часть:

$$V(r) = -V_0 - iW_0 .$$

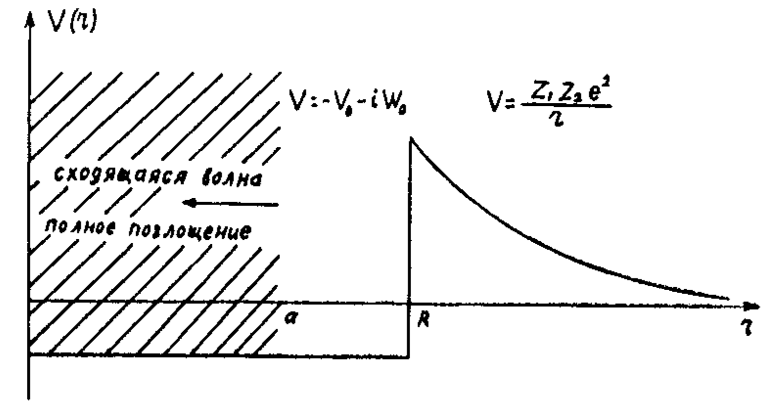

Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемой модели.

Решение в этой области имеет вид:

$$B_\ell h_\ell^{(1)}(k_1 r) + C_\ell h_\ell^{(2)}(k_1 r),$$

$$k_1 = [2\mu(E + V_0 + iW_0)/h^2]^{1/2} .$$

Наконец, во внешней области $(r > R)$ имеем:

$$\Psi = f_\ell^{(2)}(kr) - S_\ell f_\ell^{(1)}(kr), \quad k = \sqrt{\frac{2\mu E}{h^2}},$$

где $f_\ell^{(1,2)}(x)$ являются следующими комбинациями кулоновских функций:

$$f_\ell^{(1,2)}(x) = G_\ell(\eta, x) \pm iF_\ell(\eta, x).$$

Условия сшивания волновых функций и их производных при $r = a$ и $r = R$ определяют парциальную S -матрицу, а также коэффициенты B_ℓ, C_ℓ, A_ℓ. Ввиду элементарности получения этих коэффициентов и для того, чтобы не загромождать текст, явный вид коэффициентов S_ℓ и A_ℓ мы приводим в Приложении.

Легко видеть, что величина

$$|A_\ell|^2 \frac{k_0}{k}$$

показывает, какая часть начального потока /равного 1/ достигает области $r < a$, т.е., по нашей терминологии, области слияния. Тогда сечение реакции и сечение слияния определяются следующими выражениями:

$$\sigma_R = \pi\lambda^2 \Sigma (2\ell + 1) T_\ell , \qquad T_\ell = 1 - |S_\ell|^2 ;$$

$$\sigma_F = \pi\lambda^2 \Sigma (2\ell + 1) \frac{k_0}{k} |A_\ell|^2 .$$

3. Обсудим теперь некоторые физические следствия данного определения сечения слияния. Прежде всего, заметим, что сечение реакции всегда превышает сечение слияния. Это связано с процессами, происходящими в поверхностном слое /реакции срыва, подхвата и т.д./. В нашей модели за эти процессы ответственна мнимая часть потенциала, сосредоточенная как раз в поверхностной области. Понятно, что при $W_0 = 0$ мы из физических соображений должны иметь

$$\sigma_R = \sigma_F .$$

Это подтверждается и непосредственным вычислением по формулам /П.1/ и /П.2/ Приложения. Отличие σ_R и σ_F должно уменьшаться с уменьшением глубины мнимого потенциала W_0, с уменьшением толщины поверхностного слоя /т.е. области действия W_0 /, с увеличением энергии налетающего иона и глубины реальной части потенциала V_0. Последнее обстоятельство объясняется тем, что при больших значениях энергии E /или V_0 / можно произвести разложение по параметру $\frac{W_0}{E + V_0}$, при этом σ_R и σ_F отличаются на величину того же порядка малости.

Как было показано в /3/, при очень больших значениях W_0 S-матрица снова приближается к унитарному пределу. Это связано с большой величиной комплексного потенциального барьера. При этом почти вся падающая волна отражается, а та небольшая часть потока, которая доходит до области слияния $r = a$, оказывается существенно ослабленной /из-за большой величины W_0 /. В этом случае стремятся к нулю и сечение реакции, и сечение слияния, причем последнее значительно быстрее. Наконец, отметим, что при $R = a$ или $W_0 = 0$ модель переходит в модель Томаса /1/.

4. Проиллюстрируем сказанное на примере реакции $^{16}O + {}^{40}Ca$. Параметры R и a выбраны равными соответственно томасовскому и лефортовскому радиусам:

$$R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}), \quad r_0 = 1{,}5 \ \textit{Фм} ;$$

$$a = r_f (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}), \quad r_f = 1{,}0 \ \textit{Фм} .$$

Глубина реальной части потенциала такая же, как в работе Томаса /1/, т.е. $V_0 = 2{,}063$ *МэВ*. На *рис. 2* показаны сечения реакции и сечения слияния в зависимости от энергии налетающих ионов для различных значений мнимой части потенциала.

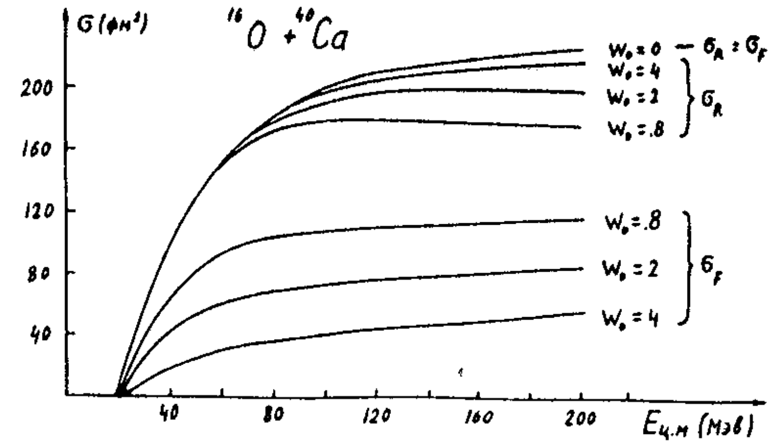

Рис. 2. Сечения возбуждения и слияния для реакции (^{16}O, ^{40}Ca), *вычисленные в рамках данной модели. Цифры справа от кривых означают глубину мнимой части потенциала.*

Таким образом, подтверждаем качественные выводы, сделанные в п. 3 настоящей работы: сечение слияния с возрастанием W_0 убывает быстрее, чем сечение реакции. Именно, в интервале $(0 \le W_0 \le 10)$ *МэВ* сечение реакции почти не меняется, тогда как сечение слияния падает почти на 2 порядка. Этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы добиться падения сечения слияния, начиная с некоторой энергии. Для этого достаточно в мнимую часть потенциала ввести слабую зависимость от энергии падающих ионов.

5. Данная модель, будучи качественной, несвободна от недостатков. Самое серьезное возражение состоит в использовании оптической модели. Оправданием, однако, служит тот факт, что концепция оптической модели в явном или в неявном виде эксплуатируется в подавляющем большинстве работ по слиянию ядер. Далее, чрезмерно упрощенный вид потенциала /прямоугольная яма/ может заметно исказить зависимость сечений слияния от энергии, затушевать различные тонкие эффекты. Оптимальным является, по-видимому, следующий путь. Из экспериментов по упругому рассеянию тяжелых ионов извлекаем оптический потенциал. Этот оптический потенциал искажаем, вводя на радиусе, равном лефортовскому, условие полного слияния. Поскольку упругое рассеяние тяжелых ионов /как и альфа-частиц/ чувствительно только к виду потенциала вблизи поверхности, то можно надеяться,что искаженный оптический потенциал будет столь же хорошо описывать упругое рассеяние, как и исходный. Граничные условия при лефортовском радиусе и сшивание вычисленных на ЭВМ волновых функций с линейной комбинацией кулоновских функций в области, где можно пренебречь ядерным потенциалом, однозначно определяют парциальную матрицу рассеяния и поток, проникающий во внутреннюю область. Это, в свою очередь, определит сечение реакции и сечение слияния.

Наконец, остановимся на популярной в настоящее время модели Гласа и Мозеля /4/. Эта модель нам представляется недостаточно обоснованной по следующей причине. Именно, потенциал, используемый в /4/, является вещественным. Для произвольного вещественного потенциала

матрица рассеяния унитарна, а, следовательно, все парциальные проницаемости, сечения реакции и слияния тождественно равны нулю. Ненулевой результат для перечисленных величин получился в /4/ за счет использования одномерного потенциального барьера. Подчеркнем, что мы не возражаем против замены реального потенциала вблизи барьера перевернутой параболой, но с учетом трехмерности задачи. В трехмерном случае для вещественного потенциала прошедшая через барьер волна в результате отражений и преломлений на неоднородностях потенциала и после повторного прохождения барьера складывается с отраженной волной, дополняя ее амплитуду по абсолютной величине до единицы. В одномерном случае волна, пройдя барьер, не может возвратиться к исходной точке /если нет отражающей стенки/. Модель Гласа и Мозеля становится справедливой и в трехмерном случае, если постулировать полное поглощение после прохождения барьера. В любом случае, однако, на формулы для сечений реакции и слияния, полученные в /4/, можно смотреть, как на удобные параметризации. Актуальной задачей, на наш взгляд, остается физическое обоснование этих формул в трехмерном случае. Данная работа является попыткой в этом направлении.

Приложение

Бесселевы функции $h_\ell^{(1,2)}(x)$ и кулоновские функции $f_\ell^{(1,2)}$ удобны тем, что на больших расстояниях они ведут себя, как сходящиеся и расходящиеся экспоненты. Ради полноты приведем некоторые свойства этих функций:

$$\dot{h}_\ell(x) = -h_{\ell+1}(x) + \frac{\ell+1}{x} h_\ell(x) = h_{\ell+1}(x) - \frac{\ell}{x} h_\ell(x),$$

$$\dot{f}_\ell(x) = \left(\frac{\ell+1}{x} + \frac{\eta}{\ell+1}\right) f_\ell(x) - \left[1 + \left(\frac{\eta}{\ell+1}\right)^2\right]^{1/2} f_{\ell+1}(x),$$

$$f_\ell^{(1)} \dot{f}_\ell^{(2)} - f_\ell^{(2)} \dot{f}_\ell^{(1)} = -2i,$$

$$h_\ell^{(1)}\dot h_\ell^{(2)} - h_\ell^{(2)}\dot h_\ell^{(1)} = -2i\,.$$

Далее, положим:

$$B = k_1\dot h_\ell^{(2)}(k_1a)h_\ell^{(2)}(k_0a) - k_0h_\ell^{(2)}(k_1a)\dot h_\ell^{(2)}(k_0a),$$

$$C = k_0h_\ell^{(1)}(k_1a)\dot h_\ell^{(2)}(k_0a) - k_1 h_\ell^{(2)}(k_0a)\dot h_\ell^{(1)}(k_1a),$$

$$D_{11} = h_\ell^{(1)}(k_1R)k\dot f_\ell^{(1)} - f_\ell^{(1)}k_1\dot h_\ell^{(1)}(k_1R),$$

$$D_{12} = h_\ell^{(1)}(k_1R)k\dot f_\ell^{(2)} - f_\ell^{(2)}k_1\dot h_\ell^{(1)}(k_1R),$$

$$D_{21} = k\dot f_\ell^{(1)}h_\ell^{(2)}(k_1R) - k_1\dot h_\ell^{(2)}(k_1R)f_\ell^{(1)}\,,$$

$$D_{22} = k\dot f_\ell^{(2)}h_\ell^{(2)}(k_1R) - k_1\dot h_\ell^{(2)}(k_1R)f_\ell^{(2)}\,,$$

где все функции $f_\ell^{(1,2)}$, $\dot f_\ell^{(1,2)}$ зависят от аргумента kR. Тогда для парциальной S-матрицы и коэффициента A_ℓ имеем следующие выражения:

$$S_\ell = \frac{BD_{12} + CD_{22}}{BD_{11} + CD_{21}}, \qquad /П.1/$$

$$A_\ell = \frac{4kk_1}{BD_{11} + CD_{21}}. \qquad /П.2/$$

Исследуем, как ведут себя S_ℓ, A_ℓ в предельных случаях.

1. $W_0 = 0$.

В этом случае имеем:

$$B = 0, \qquad C = -2ik_0,$$

$$S_\ell = \frac{k\dot f_\ell^{(2)}h_\ell^{(2)}(k_0R) - k_0\dot h_\ell^{(2)}(k_0R)f_\ell^{(2)}}{k\dot f_\ell^{(1)}h_\ell^{(2)}(k_0R) - k_0\dot h_\ell^{(2)}(k_0R)f_\ell^{(1)}},$$

$$T_\ell = 1 - |S|^2 = \frac{4kk_0}{|k\dot f_\ell^{(1)}h_\ell^{(2)}(k_0R) - k_0\dot h_\ell^{(2)}(k_0R)f_\ell^{(1)}|^2},$$

$$A_\ell = \frac{2ik}{k\dot f_\ell^{(1)}h_\ell^{(2)}(k_0R) - k_0\dot h_\ell^{(2)}(k_0R)f_\ell^{(1)}}.$$

Т.е. $|A_\ell|^2\frac{k_0}{k} = T_\ell$ и $\sigma_R = \sigma_F$.

Заметим, что хотя в этом случае мнимая часть потенциала отсутствует, S-матрица неунитарна, что является следствием существенно неунитарного граничного условия.

2. $W_0 = \infty$.

В этом случае:

$$k_1 = k_w(1+i), \qquad k_w = \sqrt{\frac{\mu W_0}{h^2}},$$

$$B = (1-i)k_we^{k_wa}e^{-ik_wa}h_\ell^{(2)}(k_0a),$$

$$C = (1-i)k_we^{-k_wa}e^{ik_wa}h_\ell^{(2)}(k_0a),$$

$$D_{12} = (1-i)k_wf_\ell^{(2)}e^{-k_wR}e^{ik_wR},$$

$$D_{22} = -(1-i)k_wf_\ell^{(2)}e^{k_wR}e^{-ik_wR},$$

$$D_{11} = (1-i)k_wf_\ell^{(1)}e^{-k_wR}e^{ik_wR},$$

$$D_{21} = (1-i)e^{-ik_wR}e^{k_wR}f_\ell^{(1)},$$

$$BD_{12} + CD_{22} = 2ik_w^2e^{k_w(R-a)}e^{-ik_w(R-a)}f_\ell^{(2)}h_\ell^{(2)}(k_0a),$$

$$BD_{11} + CD_{21} = 2ik_w^2e^{k_w(R-a)}e^{-ik_w(R-a)}f_\ell^{(1)}h_\ell^{(1)}(k_0a),$$

$$S \approx \frac{f_\ell^{(2)}}{f_\ell^{(1)}},$$

$$A_\ell = \frac{2k(1-i)}{k_w} \; \frac{e^{ik_w(R-a)}\, e^{-k_w(R-a)}}{h_\ell^{(2)}(k_0 a)\, f_\ell^{(1)}(kR)} .$$

Таким образом, в данном случае S-матрица стремится к унитарному пределу, а A_ℓ экспоненциально мало.

3. $E = \infty$.

В этом случае имеем:

$$|S_\ell| \to 0, \qquad |A_\ell|^2 \to 1 .$$

Заменяя в σ_R и σ_F суммирование по ℓ интегрированием, находим, что σ_R и σ_F стремятся к:

$$\sigma_R = \pi a^2 ,$$

$$\sigma_F = \pi a^2 .$$

Литература

1. T.D.Thomas. Phys. Rev., 116, 703 (1959).
2. M.Lefort. Preprint IPNO-RC-74-08, Orsay, 1974.
3. Г.Н.Афанасьев, С.Аврамов, М.Б.Добромыслов, Ким Ынг Пхунг, В.М.Шилов. Препринт ОИЯИ, Р4-9892, Дубна, 1976.
4. D.Glass, U.Mosel. Nucl.Phys., A237, 429 (1975).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 июня 1976 года.