СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 9732

В.Н.Ефимов

МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ НУКЛОНОВ

I. Уравнения Фаддеева

1976

P4 - 9732

В.Н.Ефимов

МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ НУКЛОНОВ

I. Уравнения Фаддеева

§ I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из простых возможностей учета короткодействующих отталкивательных сил в феноменологических нуклон-нуклонных потенциалах является использование модели граничных условий (М.Г.У.)[1,2]. Согласно этой модели, область взаимодействия делится на внешнюю ($r>c$) и внутреннюю области ($r<c$). Во внешней области взаимодействие может описываться как простым феноменологическим потенциалом [3,4], так и более сложным, вытекающим из мезонной теории[5]. Эффект короткодействующих сил, которые в принципе могут иметь весьма сложный характер, учитывается путем введения при $r=c$ не зависящего от энергии граничного условия для логарифмической производной двухчастичной волновой функции. Радиус граничных условий c и значение логарифмической производной f при $r=c$ являются параметрами модели, которые должны определяться на основе экспериментальных данных.

Заметим, что потенциал с твердым кором является частным случаем М.Г.У. при $f\to\infty$.

Использование внемассовых двухчастичных t-матриц, соответствующих М.Г.У. с не зависящей от энергии f (с внешним потенциалом или без него), непосредственно в трехчастичных уравнениях Фаддеева [6] приводит к определенным трудностям, обусловленным тем, что ядра этих уравнений в этом случае нефредгольмовы,[7] и, следовательно, возникает вопрос об однозначности их решений. Последнее обстоятельство связано с тем, что в М.Г.У. при $f=const.$ двухчастичные волновые функции при $r<c$

обращаются в нуль,[8] что означает наличие в области $r < c$ твердого кора. В работах [9,10] было показано, что в случае, когда твердый кор действует во всех двухчастичных парциальных компонентах, уравнения Фаддеева не имеют однозначных решений и, следовательно, они должны быть модифицированы. На основе специфических свойств двухчастичных t-матриц в М.Г.У. и при учете твердого кора во всех парциальных компонентах в работе [10] были получены модифицированные уравнения Фаддеева, представляющие собой для М.Г.У. без внешнего потенциала интегральные уравнения для функций от одной векторной переменной. Однако для достижения однозначности решений этих уравнений оказалось необходимым ввести произвольный трехчастичный параметр. Это обстоятельство совместно с условием учета твердого кора во всех двухчастичных парциальных компонентах приводит к тому, что уравнения работы [10] являются существенно-модельными на трехчастичном уровне в отличие от уравнений Фаддеева, которые содержат только двухчастичные параметры и в которых двухчастичные взаимодействия могут учитываться для конечного числа парциальных волн.

В работах [11-14] на основе метода, принципиально отличающегося от метода работы[10], рассмотрена простейшая трехчастичная задача: связанное состояние с нулевым полным угловым моментом трех бесспиновых тождественных частиц в предположении, что парные взаимодействия (включая твердый кор) имеют место только в относительных s- состояниях и описываются М.Г.У. без внешнего потенциала. Было показано, что в этом случае трехчастичные уравнения Шредингера и Фаддеева точным образом сводятся к одномерным интегральным уравнениям, которые имеют однозначные решения и при

выводе которых используются только граничные условия для двухчастичных волновых функций, т.е. фактически параметры двухчастичных взаимодействий.

Показано также, что непосредственно уравнение Фаддеева для трех тождественных бозонов с учетом только парных s-взаимодействий, описываемых М.Г.У. без внешнего потенциала, не имеет однозначного решения.[14]

Метод, использованный в [11-14] для получения одномерных трехчастичных уравнений, так же как и метод рассмотрения задачи двух частиц в М.Г.У. [4], основан на введении граничных условий для двухчастичных внемассовых волновых функций $\psi_p(r,z)$: *)

$$\psi_p(r,z) = 0, \quad r \leq c-0, \tag{1}$$

$$c\frac{d}{dr}\left[r\psi_p(r,z)\right]_{r=c+0} = f\left[r\psi_p(r,z)\right]_{r=c+0}. \tag{2}$$

Условия (1) и (2) могут служить исходным моментом для получения внемассовой t- матрицы в М.Г.У. без внешнего потенциала, если дополнительно использовать два следствия, вытекающие из уравнения Липпманна-Швингера для "нормальных" потенциалов:

1) для потенциала $V(r)$ с конечным радиусом действия c $\psi_p(r,z)$ в области $r > c$ имеет вид:

$$\psi_p(r,z) = j_0(pr) + i\sqrt{z}\, t(\sqrt{z}, p, z)\, h_0^{(1)}(r\sqrt{z}), \tag{3}$$

где $j_0(x)$, $h_0^{(1)}(x)$ - соответственно сферические функции Бесселя и Ганкеля первого рода;

*) Далее будут рассматриваться только двухчастичные s-состояния, и относящийся к ним индекс ℓ =0 будет всюду опускаться.

2) внемассовая t-матрица связана с фурье-компонентой $\psi_p(k,z)$ волновой функции $\psi_p(r,z)$ соотношением

$$t(k,p,z) = (k^2 - z)\left[\psi_p(k,z) - \frac{\pi}{2k^2}\delta(k-p)\right]. \qquad (4)$$

Выражения (3) и (4) не содержат в явном виде потенциала, и считается, что они справедливы и в случае М.Г.У. Тогда из (2) и (3) непосредственно определяется полумассовая t-матрица:

$$t_c(\sqrt{z},p,z) = \frac{c\,e^{-i\sqrt{z}c}}{\ell - ic\sqrt{z}}\left[\cos pc - \ell j_0(pc)\right], \qquad (5)$$

а из условия (I) и выражений (3) и (4) находится полностью внемассовая t-матрица в М.Г.У. без внешнего потенциала:

$$t_c(k,p,z) = -(k^2 - z)\int_0^c r^2 dr\, j_0(kr)\, j_0(pr) +$$

$$+ c\,\frac{\cos kc - ic\sqrt{z}\, j_0(kc)}{\ell - ic\sqrt{z}}\left[\cos pc - \ell j_0(pc)\right], \qquad (6)$$

причем использована нормировка

$$t(k,k,k^2+i0) = \frac{1}{k}\, e^{i\delta}\sin\delta,$$

где δ - S - фаза рассеяния.

На примере простейшей трехчастичной задачи (система трех тождественных бозонов с парными S-взаимодействиями) в работах /II-I4/ рассмотрены основы метода решения этой задачи в М.Г.У. без внешнего потенциала. Этот метод легко обобщается

и может быть использован для более реальных систем. Ниже рассмотрена система трех нуклонов с полным орбитальным моментом L =0 и полным изотопспином T = I/2 в предположении, что нуклон-нуклонные взаимодействия центральны, имеют место (включая кор) только в относительных S - состояниях и описываются М.Г.У. с внешним потенциалом. Указанные выше ограничения (L =0 , центральные S - взаимодействия) не принципиальны и дают возможность непосредственно использовать результаты работ /I2-I4/. Показано, что в этом случае уравнения Фаддеева не имеют однозначных решений, и установлен вид неоднозначности функций каналов, который оказывается не зависящим от внешнего потенциала. Неоднозначности функций каналов не влияют на пространственные компоненты полных волновых функций системы трех нуклонов, которые, следовательно, определяются вполне однозначно. Для нелокального факторизованного внешнего потенциала получена система одномерных интегральных уравнений, имеющая однозначное решение и точным образом учитывающая граничные условия (I), (2) без привлечения дополнительных параметров. Вид этих уравнений не зависит от неоднозначностей функций каналов, и их следует рассматривать как модификацию уравнений Фаддеева для случая парных взаимодействий, описываемых М.Г.У. с внешним потенциалом.

§ 2. Уравнения Фаддеева для системы трех нуклонов

Предположим сначала, что взаимодействия между нуклонами определяются "нормальными" потенциалами $\hat{V}_j(r)$, действующими только в относительных S-состояниях, и такими, что имеют место трехчастичные уравнения Фаддеева. Запись потенциалов $\hat{V}_j(r)$ в операторной форме подразумевает проектирование в S-состояние взаимодействующей пары, индекс j означает соответственно триплетное ($j=1$) и синглетное ($j=2$) S-состояния двух нуклонов. Для полного изотопспина $T=1/2$ в зависимости от значения полного спина $S=3/2$ или $S=1/2$ волновая функция $\Psi^{(S)}$ системы трех нуклонов будет иметь вид /I5/:

$$\Psi^{(3/2)} = (\Psi_1 \zeta'' - \Psi_3 \zeta')\chi^S, \tag{7}$$

$$\Psi^{(1/2)} = \Psi_1 \chi' \zeta'' - \Psi_2 \chi'' \zeta' + \Psi_3 \chi' \zeta' + \Psi_4 \chi'' \zeta'', \tag{8}$$

где χ^S -симметричная спиновая функция; (χ', χ''), (ζ', ζ'') - соответственно спиновые и изоспиновые функции, реализующие двумерное неприводимое представление группы перестановок S_3 /I6/. Пространственные компоненты Ψ_j полных волновых функций $\Psi^{(S)}$ (7) и (8) зависят от координат Якоби $\vec{r}_i$, $\vec{\rho}_i$ ($i=1,2,3$) и выражаются через одну функцию канала $\psi_1(r,\rho)$ для $S=3/2$ и через две функции каналов $\psi_1(r,\rho)$ и $\psi_2(r,\rho)$ для $S=1/2$:

$$\Psi_j(\vec{r}_1,\vec{\rho}_1) = \psi_j(r_1,\rho_1) + \sum_{j'} \alpha_{jj'}\big[\psi_{j'}(r_2,\rho_2) + \psi_{j'}(r_3,\rho_3)\big], \quad j=1,2, \tag{9}$$

$$\alpha_{jj'} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ S=3/2; \quad \alpha_{jj'} = \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}, \ S=1/2, \tag{10}$$

$$\Psi_3(\vec{r}_1,\vec{\rho}_1) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\big[\psi_1(r_2,\rho_2) - \psi_1(r_3,\rho_3)\big], \quad S=3/2, \tag{11}$$

$$\Psi_j(\vec{r}_1,\vec{\rho}_1) = (-1)^j \frac{\sqrt{3}}{4}\big[\psi_1(r_2,\rho_2) - \psi_1(r_3,\rho_3) - \psi_2(r_2,\rho_2) + \psi_2(r_3,\rho_3)\big], \quad j=3,4, \quad S=1/2. \tag{12}$$

В импульсном представлении функции каналов $\psi_j(K,q)$ удовлетворяют уравнениям Фаддеева (имеется в виду S-рассеяние нейтрона с импульсом q_0 на дейтроне):

$$\psi_j(K,q) = (2\pi)^3 \varphi_d(K)\frac{1}{q^2}\delta(q-q_0)\delta_{j1} + \big[\pi^2(K^2+Z_q)\big]^{-1}\sum_{j'}\alpha_{jj'}\int d\vec{q}\,' t^{(j)}(K,\rho_1,Z_q)\psi_{j'}(\rho_2,q'), \tag{13}$$

где $t(K,\rho,Z)$ - S-компонента внемассовой двухчастичной t-матрицы, $\varphi_d(K)$ - волновая функция дейтрона,

$$\vec{\rho}_1 = \frac{1}{2}\vec{q} + \vec{q}\,', \quad \vec{\rho}_2 = \vec{q} + \frac{1}{2}\vec{q}\,', \quad Z_q = Z - \frac{3}{4}q^2. \tag{14}$$

Если воспользоваться связью (4) t-матрицы с фурье-образом внемассовой двухчастичной волновой функции $\psi_\rho(r,Z)$, то из (I3) и (9) следует существенное в последующем рассмотрении соотношение

$$\int d\Omega_{\vec{r}}\, \Psi_j(\vec{r},\vec{q}) = (2\pi)^3 \varphi_d(r)\frac{1}{q^2}\delta(q-q_0)\delta_{j1} + \frac{1}{\pi^2}\sum_{j'}\alpha_{jj'}\int d\vec{\rho}\,\psi_\rho^{(j)}(r,Z_q)\psi_{j'}\Big(\big|\tfrac{1}{2}\vec{\rho}-\tfrac{3}{4}\vec{q}\big|, \big|\vec{\rho}+\tfrac{1}{2}\vec{q}\big|\Big). \tag{15}$$

Уравнения Фаддеева (I3) можно записать в координатном представлении с использованием в явном виде потенциалов $\hat{V}_j(r)$. Эти уравнения для фурье-образов по переменной ρ новых функций

$F_j(r,\rho)$, определяемых выражением

$$\psi_j(r,\rho) = \varphi_d(r) j_0(q_0\rho)\delta_{j1} + F_j(r,\rho), \qquad (16)$$

будут согласно /17/ иметь вид

$$\frac{1}{r_1}\left(\frac{d^2}{dr_1^2} + Z_q\right) r_1 F_j(r_1,q) = V_j(r_1) F_j(r_1,q) +$$
$$+ V_j(r_1) S_j(r_1,q), \qquad (17)$$

где

$$S_j(r_1,q) = \frac{1}{4\pi}\sum_{j'} \alpha_{jj'} \int d\Omega_{r_1} d\vec{\rho}_1\, e^{-i\vec{q}\vec{\rho}_1} \times$$
$$\times [\psi_{j'}(r_2,\rho_2) + \psi_{j'}(r_3,\rho_3)]. \qquad (18)$$

Для дальнейшего удобно потенциал $V_j(r)$ в (17) представить в виде

$$V_j(r) = V_c^{(j)}(r) - V_{ext}^{(j)}(r), \qquad (19)$$

где $V_c^{(j)}(r)$ -"внутренний" потенциал, действующий в области $r<c$ (считается, что c не зависит от j), $V_{ext}^{(j)}(r)$ - "внешний" потенциал, не равный нулю при $r>c$. Для того, чтобы получить дальше систему одномерных интегральных уравнений, заменим приближенно потенциал $V_{ext}^{(j)}(r)$ конечной суммой нелокальных факторизованных потенциалов, что для широкого класса потенциалов всегда можно сделать с любой точностью, если

воспользоваться одним из хорошо разработанных методов приближенной факторизации двухчастичной t-матрицы:

$$V_{ext}^{(j)}(r)\psi(r) = \sum_n V_n^{(j)}(r)\int_c^\infty r'^2 dr' V_n^{(j)}(r')\psi(r'), \qquad (20)$$

где сумма ограничена конечным числом слагаемых и $V_n^{(j)}(r)$ для заданного локального потенциала $V_{ext}^{(j)}(r)$ будут известными функциями, отличными от нуля при $r>c$. В частности, для знакопостоянного потенциала $V_{ext}^{(j)}(r)$ согласно /18/ в области $r>c$ всегда можно построить полную систему функций $\varphi_n^{(j)}(r)$, ортогональных с весом $V_{ext}^{(j)}(r)$:

$$\int_c^\infty r^2 dr\, V_{ext}^{(j)}(r)\varphi_n^{(j)}(r)\varphi_{n'}^{(j)}(r) = \delta_{nn'},$$

если эти функции выбирать в виде полиномов степени n. Тогда приближение (20) будет являться следствием полноты системы функций $\varphi_n^{(j)}(r)$, а $V_n^{(j)}(r)$ будет иметь вид

$$V_n^{(j)}(r) = V_{ext}^{(j)}(r)\varphi_n^{(j)}(r). \qquad (21)$$

Отметим, что в (19) в качестве $V_{ext}(r)$ можно взять, например, экспоненциальный потенциал, хорошо описывающий S-фазы и рассмотренный в /4/.

Разбиение (19) потенциала $V_j(r)$ и приближение (20) позволяют формально записать решение уравнения (17) в виде

$$F_j(r,q) = \int_c^\infty r'^2 dr' H_c^{(j)}(r,r',Z_q) V_c^{(j)}(r') S_j(r',q) - \qquad (22)$$
$$- \sum_n \mathcal{Y}_n^{(j)}(r,Z_q) F_n^{(j)}(q),$$

где Z_q определено в (14),

$H_c^{(j)}(r,r',z)$ - функция Грина уравнения (I7), связанная с потенциалом $V_c^{(j)}(r)$,

$$y_n^{(j)}(r,z)=\int_0^\infty r'^2dr'\, H_c^{(j)}(r,r',z)\,V_n^{(j)}(r'), \qquad (23)$$

$$F_n^{(j)}(q)=\int_c^\infty r^2dr\, V_n^{(j)}(r)\left[F_j(r,q)+S_j(r,q)\right]. \qquad (24)$$

Если считать, что для потенциала $V_c^{(j)}(r)$ нет связанных состояний, то функцию Грина $H_c^{(j)}(r,r',z)$ можно записать в виде

$$H_c^{(j)}(r,r',z)=\begin{cases}-i\sqrt{z}\,\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r,z)\,\varphi^{(j)}(r',z), & r<r',\\ -i\sqrt{z}\,\varphi^{(j)}(r,z)\,\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r',z), & r>r',\end{cases} \qquad (25)$$

где $\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r,z)$, $\varphi^{(j)}(r,z)$ - два линейно-независимых решения уравнения (I7) при $S_j(r,q)=0$ и $V_j(r)=V_c^{(j)}(r)$, имеющие в области $r>c$ вид

$$\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r,z)=j_0(r\sqrt{z})+i\sqrt{z}\,t_c^{(j)}(\sqrt{z},\sqrt{z},z)\,h_0^{(1)}(r\sqrt{z}), \qquad (26)$$

$$\varphi^{(j)}(r,z)=h_0^{(1)}(r\sqrt{z}), \qquad (27)$$

$t_c^{(j)}(\sqrt{z},\sqrt{z},z)$- t - матрица на энергетической поверхности для потенциала $V_c^{(j)}(r)$.

§ 3. Модель граничных условий в задаче трех нуклонов

Полученные выше соотношения позволяют в М.Г.У. точным образом привести двумерные уравнения Фаддеева (I7) к системе одномерных интегральных уравнений. Для этого будем считать, как и в работах /I2-I4/, что результат действия потенциала $V_c^{(j)}(r)$ на двухчастичную волновую функцию $\psi_p^{(j)}(r,z)$ описывается граничными условиями (I)-(2). Тогда из того факта, что в М.Г.У без внешнего потенциала двухчастичная полумассовая t -матрица имеет вполне определенное значение (5), следует, что в М.Г.У. будет иметь определенный смысл и произведение $V_c^{(j)}(r)\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r,z)$:

$$\begin{aligned}g_j(r,z)&=-V_c^{(j)}(r)\,\psi_{\sqrt{z}}^{(j)}(r,z)=\\&=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty k^2dk\, j_0(kr)\, t_c^{(j)}(k,\sqrt{z},z)=\\&=-\frac{1}{r}\,\frac{e^{-ic\sqrt{z}}}{f_j-ic\sqrt{z}}\left[f_j\delta(r-c)+c\,\delta'(r-c)\right].\end{aligned} \qquad (28)$$

С помощью выражений (25)-(28) и условия (I) можно представить (22) в виде, не содержащем явным образом потенциалов $V_c^{(j)}(r)$, который будем считать, по аналогии с работой /I9/, справедливым и для взаимодействий, описываемых М.Г.У. с внешним потенциалом $V_{ext}^{(j)}(r)$ (20):

$$F_j(r,q)=\theta(c-r)X_j(r,q)+\theta(r-c)i\sqrt{z_q}\,h_0^{(1)}(r\sqrt{z_q})Y_j(q)-$$

$$-\theta(r-c)\sum_n B_n^{(j)}(r,z_q)F_n^{(j)}(q), \qquad (29)$$

где $\theta(x)=1,\ x>0,\quad \theta(x)=0,\ x<0,$

$$Y_j(q)=\int_0^\infty r^2dr\, g_j(r,z_q)S_j(r,q). \qquad (30)$$

В соотношении (29) для выбранного способа приближенного факторизованного представления (20) внешнего потенциала функции $B_n^{(j)}(r,z)$ известны и согласно (23) и (I) имеют вид:

$$B_n^{(j)}(r,z)=\theta(r-c)\int_c^\infty r'^2dr'\, H_c^{(j)}(r,r',z)V_n^{(j)}(r'), \qquad (31)$$

где $H_c^{(j)}(r,r',z)$ определяется выражениями (25)-(27) и (5). Таким образом, задача определения в М.Г.У. функций каналов (I6) системы трех нуклонов, т.е. фактически задача решения уравнений Фаддеева (I7), сводится к определению неизвестных двумерных функций $X_j(r,q)$ и одномерных функций $Y_j(q)$ и $F_n^{(j)}(q)$ в (29), для которых необходимо получить соответствующие уравнения. В качестве таковых можно использовать непосредственно определения (30) и (24), если в них подставить выражения (I8) и (I6). Следующие уравнения могут быть получены из соотношения (I5), если считать, что это соотношение, не содержащее в явном виде потенциалов, справедливо в М.Г.У.

Тогда в соответствии с условием (I) из (I5) следует:

$$\theta(c-r)\int d\Omega_{\hat r}\,\Psi_j(\vec r,\vec\rho)=0. \qquad (32)$$

Подстановка в (32) выражений (9), (I6) и (29) и введение новых функций $A_j(r,\rho)$, определяемых соотношениями

$$A_j(r,\rho)=\frac{2}{\pi}r\rho\int_0^\infty q^2dq\, j_0(q\rho)X_j(r,q) \qquad (33)$$

и удовлетворяющих граничным условиям

$$A_j(r,0)=A_j(0,\rho)=0,$$

приводит к уравнениям

$$\theta(c-r)\Big[A_j(r,\rho)+2\sum_{j'}\alpha_{jj'}\int_{|\frac12 r-\rho|}^{\frac12 r+\rho}\frac{dr'}{\rho'}\theta(c-r')A_{j'}(r',\rho')\Big]=$$

$$=-8\pi\theta(c-r)\sum_{j'}\alpha_{jj'}\int_{|\frac12 r-\rho|}^{\frac12 r+\rho}r'dr'\theta(r'-c)\Phi_{j'}(r',\rho'), \qquad (34)$$

где $j,j'=1,2$, $\alpha_{jj'}$ определены в (I0),

$$\rho'=\frac{\sqrt3}{2}\sqrt{R^2-r'^2},\qquad R^2=r^2+\frac43\rho^2, \qquad (35)$$

$$\Phi_j(r,\rho)=\varphi_d(r)j_0(q_0\rho)\delta_{j1}+\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty q^2dq\, j_0(q\rho)\times$$

$$\times\Big[i\sqrt{z_q}\,h_c^{(1)}(r\sqrt{z_q})Y_j(q)-\sum_n B_n^{(j)}(r,z_q)F_n^{(j)}(q)\Big]. \qquad (36)$$

Уравнения (34) имеют тот же вид, что и уравнение работы /I4/ для трех тождественных бозонов, и с помощью метода, использованного в [14], они могут быть решены аналитически. В области $R>C$ правые части уравнений (34) отличны от нуля, и в этом случае аналитические решения являются точными выражениями, связывающими $X_j(r,\rho)$ с $\Phi_j(r,\rho)$ (36). Используя эти выражения и соотношения (16), (18) и (29) в определениях (24) и (30) и учитывая, что в последнем из них согласно (28) интегрирование по r не включает область $R<C$, мы получим одномерные интегральные уравнения для функций $Y_j(q)$ и $F_n^{(j)}(q)$. Как следует из вышеизложенного, при получении этих уравнений не вводится никаких дополнительных трехчастичных параметров или условий и используются лишь двухчастичные граничные условия (1) и (2) и единственное непринципиальное приближение, связанное с учетом в (20) конечного числа слагаемых. Получаемые таким образом уравнения следует рассматривать как модифицированные уравнения Фаддеева, точным и безмодельным на трехчастичном уровне образом учитывающие двухчастичные граничные условия (1) и (2). В этом отношении эти уравнения принципиально отличаются от уравнений, которые могут быть получены для системы трех нуклонов на основе уравнений работы [10]. Заметим, что при $V_{ext}^{(j)}(r)=0$ в (19) в соответствии с (34), (36) будут иметь место точные одномерные уравнения для $Y_j(q)$, что является характерной особенностью трехчастичных систем с парными взаимодействиями, описываемыми М.Г.У. без внешнего потенциала.

Для полного определения функций каналов $\psi_j(r,\rho)$ согласно (16), (29) и (33) необходимы решения уравнений (34) в области $R<C$. В этой области правая часть в (34) равна

нулю, и явные решения уравнений (34) следующим образом определяют функции каналов $\psi_j(r,\rho)$:

$$\begin{aligned} S=3/2: &\quad \psi_1^{(c)}(r,\rho)=F(R), \\ S=1/2: &\quad \psi_1^{(c)}(r,\rho)=F_1(R)(R^2-2r^2)+F_2(R), \\ &\quad \psi_2^{(c)}(r,\rho)=F_1(R)(R^2-2r^2)-F_2(R), \\ &\quad R=\sqrt{r^2+\tfrac{4}{3}\rho^2}<C, \end{aligned} \tag{37}$$

где $F(R)$, $F_1(R)$, $F_2(R)$ - произвольные функции R. Таким образом, в М.Г.У. уравнение (17) совместно с (16) не определяет однозначным образом функции каналов $\psi_j(r,\rho)$, причем конкретный вид (37) их неоднозначности в области $R<C$ не зависит от внешнего потенциала и согласно (9)-(12) приводит к тому, что пространственные компоненты $\Psi_j(\vec{r},\vec{\rho})$ полных волновых функций (7), (8) будут определяться вполне однозначно. Неоднозначность (37) функций каналов не будет влиять также и на вид одномерных уравнений, вытекающих из соотношений (24) и (30), так как последние из-за характера функций $V_n^{(j)}(r)$ и $g_j(r,z)$ не содержат интегрирования по области $R<C$.

Легко убедиться также, что в М.Г.У. уравнения Фаддеева (13) в импульсном представлении не будут иметь однозначных решений. Действительно, согласно [8,4] t -матрица в М.Г.У. с внешним потенциалом имеет вид

$$t^{(j)}(k,p,z)=t_c^{(j)}(k,p,z)+t_V^{(j)}(k,p,z), \tag{38}$$

где $t_c^{(j)}(\kappa, p, z)$ определяется выражением (6), а $t_V^{(j)}(\kappa,p,z)$ связана с внешним потенциалом $V_{ext}^{(j)}(r)$ и в случае использования приближения (20) представляет собой сумму факторизованных членов, содержащих формфакторы функций $V_n^{(j)}(r)$. Такой характер t -матрицы (38) позволяет показать, как это сделано в /I4/ для случая трех бозонов и $V_{ext}(r)=0$, что уравнения (I3) наряду с решениями $\psi_j(\kappa, q)$ будут иметь также решения вида $\bar{\psi}_j(\kappa,q)=\psi_j(\kappa,q)+\chi_j(\kappa,q)$, где $\chi_j(\kappa,q)$ - фурье-образ от произведения $\theta(c-R)$ на функции $\psi_j^{(c)}(r,\rho)$ (37).

В заключение автор выражает благодарность В.Б.Беляеву, Я.Реваи и Г.Шульцу за ряд полезных дискуссий.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. H.Feshbach, E.L.Lomon. Phys.Rev., 102,891 (1956).

2. H.Feshbach, E.L.Lomon. Ann.Phys., 29,19(1964).

3. E.L.Lomon, M.Nauenberg. Nucl.Phys., 24,474(1961).
4. V.N.Efimov, H.Schulz. Nucl.Phys. A235,436(1974).
5. E.L.Lomon, H.Feshbach. Ann.Phys., 48,94(1968).
6. Л.Д.Фаддеев. ЖЭТФ, 39, I459 (I960).
7. G.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev., C4,693(1971).
8. G.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev., C1, 414 (1970).
9. D.D.Brayshaw. Phys.Rev.Lett., 26,659(1972).

IO. D.D.Brayshaw. Phys.Rev. D7, 2835 (1973).
II. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-8580, Дубна, I975.
I2. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-8707, Дубна, I975.
I3. В.Н.Ефимов, Г.Шульц. ОИЯИ, Р4-8895, Дубна, 1975
I4. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Е-4-9475, Дубна, I976.
I5. А.Г.Ситенко, В.Ф.Харченко. УФН, I03, 469(I97I).
I6. О.Бор, Б.Моттельсон. Структура атомного ядра, т.I, "Мир", Москва, I97I.
I7. H.P.Noyes. Phys.Rev.Lett., 23,1201(1969).
I8. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, 4-574I, Дубна, I97I.
I9. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-7689, Дубна, I974.

Рукопись поступила в издательский отдел
2I апреля I976 года.