

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

97-159

P4-97-159

В.Г.Носов*, А.И.Франк

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ
С ДВИЖУЩИМСЯ ВЕЩЕСТВОМ.

Направлено в журнал «Ядерная физика»

*Институт общей и ядерной физики, Российский научный центр
«Курчатовский институт», 123182, Москва, пл.Курчатова, д.1

1997

1. Введение

Среди большого разнообразия работ по нейтронной оптике несколько особое положение занимают исследования взаимодействия нейтронов с движущимися образцами [2-9]. Основные результаты этих работ сводятся к следующему. Поступательное равномерное движение образца приводит к изменению фазы прошедшей волны. Исходя из общепринятого закона дисперсии нейтронных волн в неподвижном веществе [10]

$$k_i^2 = k_0^2 - 4\pi\rho b, \quad b = \text{const}, \quad (1.1)$$

где ρ - пространственная плотность рассеивающих ядер в веществе, b - средняя по объему их когерентная длина рассеяния, k_i и k_0 - волновые числа нейтрона в среде и в вакууме соответственно, легко показать, что такое изменение фазы имеет место только за счет движения границ вещества. Поэтому наблюдение физических явлений, возникающих при движении образца перпендикулярно направлению движения нейтрона, свидетельствовало бы о несправедливости закона дисперсии (1.1) [11,12].

Хорошо известно, что специфический закон дисперсии (1.1) позволяет описать взаимодействие нейтрона со средой с помощью ее эффективного потенциала (см., например, [13])

$$U = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \rho b. \quad (1.2)$$

Это упрощающее обстоятельство, а также существенно нерелятивистский характер проблемы позволяют рассматривать задачу о взаимодействии нейтрона с равномерно движущейся средой, как чисто кинематическую. В указанных условиях движение вещества с постоянной скоростью $V = \text{const}$ никоим образом не сказывается на физических процессах, что и подтверждается опытом. При этом изменение фазы волны, прошедшей через движущийся образец, является единственным в принципе наблюдаемым явлением. Этот вывод представляется очевидным, поскольку конечные результаты не могут выходить за рамки известного галилеевского преобразования волновой функции при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую [14].

Заметим, что изучение только случая равномерного движения способствовало появлению обманчивого впечатления, будто бы нейтрону вообще достаточно выйти из вещества наружу, чтобы обрести прежнее, первичное значение его энергии. На самом же деле, в силу принципа Галилея, случай $V = \text{const}$ слишком специфичен. В целом же проблема взаимодействия нейтрона с движущимся веществом изучена недостаточно.

По-видимому, восполнению такого пробела положила начало недавняя теоретическая работа Ковальского [1]. Он рассмотрел вопрос о прохождении нейтронов через материальный слой, движущийся с ускорением. Апеллируя главным образом ко времени распространения нейтронов от источника до детектора, автор пришел к выводу, что на выходе из пластинки их энергия отличается от начальной на величину

$$\Delta\epsilon \cong mWL(1 - n). \quad (1.3)$$

Здесь m - масса нейтрона, W - ускорение пластинки, направленное по скорости нейтрона, L - толщина пластинки, n - показатель преломления среды, равный по определению

$$n = \frac{k_i}{k_0}. \quad (1.4)$$

Вопрос о фазе нейтронной волны, прошедшей через ускоренный слой вещества, рассматривался в недавней работе [15], однако возможность изменения энергии нейтрона в ней не обсуждалась.

В настоящей работе теоретически рассматривается проблема взаимодействия медленных нейтронов с произвольно движущимся плоскопараллельным слоем вещества. Главное внимание уделяется вопросу об энергетическом спектре провзаимодействовавших нейтронов.

2. Прохождение нейтронов через движущийся слой вещества. Классическое рассмотрение

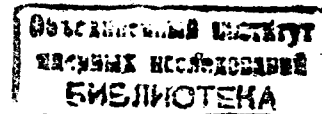
При взаимодействии с произвольно движущимся веществом нейтрон находится в переменных внешних условиях, и задача, вообще говоря, является нестационарной. Соответствующие квантовые эффекты могут быть весьма значимыми. В частности, в работе [16] рассмотрена задача о рассеянии частиц на осциллирующем в пространстве потенциале. Квантовые эффекты при отражении нейтронов от осциллирующей поверхности наблюдались в эксперименте [17].

Однако все это отнюдь не исключает и возможность классического подхода к данной проблеме при соблюдении определенных условий. Классические эффекты могут доминировать, примером чему является результат Ковальского [1]. Об этом свидетельствует выпадение постоянной Планка из его результата (1.3). Пример пластичного перехода квантового явления в классическое при изменении частоты или амплитуды вибрации нейтронного зеркала приводится в цитированной выше работе [17].

Прояснить ситуацию и найти условие пренебрежимости квантовыми эффектами помогает аналогия с обычной квазиклассикой. Широко известно (см., например, [15]), что в состояниях вида

$$\Psi \propto e^{i\int k(x)dx}, \quad [k(x)]^2 \gg \frac{dk}{dx} \quad (2.1)$$

функция $\hbar k(x)$ имеет с указанной точностью физический смысл местного импульса частицы. Последний определяется тогда дифференцированием фазы волновой функции по пространственной координате x . Подобные же соображения относятся и к временной зависимости. По волновой функции типа



$$\Psi \propto e^{-i \int \omega(t) dt} \quad (2.2)$$

которая с известной точностью реализуется обычно непосредственно за движущимся материальным слоем, можно аналогичным образом найти переменную часть энергии $E(t)$, если

$$[E(t)]^2 \gg \hbar \frac{dE}{dt} \quad (2.3)$$

Более конкретно это выглядит следующим образом. Пусть τ - оценка величины некоторого характерного времени, за которое существенно меняется переменное слагаемое $E(t)$ энергии нейтрона. Тогда требуется

$$E(t) \gg \frac{\hbar}{\tau} \quad (2.4)$$

Особо отметим своеобразное, но все же довольно наглядное истолкование критерия (2.4), справедливое в случае колебательного движения образца с периодом $T = \frac{2\pi}{\Omega}$. В этом важном частном случае имеем

$$E(t) \gg \hbar \Omega. \quad (2.5)$$

Дело в том, что благодаря закону сохранения квазиэнергии (см., например, [18,19]), после прохождения нейтроном образца, уровни его точной, истинной энергии дискретны и расположены эквидистантно с интервалом $\hbar \Omega$. Тем не менее, как показывает анализ, огрубленная неравенством (2.5) переменная, составляющая энергии нейтрона $E(t)$, сохраняет в этом случае смысл классически меняющейся величины. Функция $E(t)$ обладает тем же периодом T , а ее конкретный вид будет найден в разделе 3.

Будем исходить из предположения о справедливости условия квазиклассичности (2.4). Подразумевая везде ниже только одномерный случай, рассмотрим произвольно движущийся плоскопараллельный слой вещества, ограниченный поверхностями 1 и 2. Пусть на него падают нейтроны со скоростью v_0 . После последовательного прохождения поверхностей 1 и 2 скорость нейтрона v , вообще говоря, меняется. Ее окончательное значение v_f может быть найдено из простых классических соображений.

В силу закона сохранения энергии влияние эффективного потенциала U при вхождении нейтрона в вещество, в частном случае неподвижной поверхности раздела, сводится к изменению квадрата его скорости на некоторую постоянную и характерную для данного вещества величину

$$v_b^2 = \frac{2U}{m}. \quad (2.6)$$

В наиболее распространенном случае $b, U > 0$ вещественную и положительную величину v_b принято называть граничной скоростью данного вещества.

Введем движущуюся со скоростью V_1 систему отсчета (штрихованную), в которой поверхность 1 покоится в момент $t=t_1$ пересечения ее нейтроном. Имеем

$$v'_0 = v_0 - V_1, \quad v'^2_0 = v'^2_1 + v^2_b. \quad (2.7)$$

Поскольку движение области потенциала не сказывается на величине v_1 , в лабораторной системе, скорость нейтрона внутри образца составляет $v_1 = v'_1 + V_1$. Аналогичным образом, по достижении нейтроном поверхности 2, в момент $t=t_2$ скорость слоя равна уже V_2 . В системе, движущейся с той же скоростью V_2 , при выходе из вещества

$$v''_1 = v_1 - V_2, \quad v''^2_f = v''^2_1 + v^2_b. \quad (2.8)$$

После несложных выкладок получаем соотношение

$$v_f = V_2 + \sqrt{v'^2_0 - 2V_1 v_0 + V_2^2 - 2(V_2 - V_1) \left[V_1 + \sqrt{(v_0 - V_1)^2 - v^2_b} \right]}, \quad (2.9)$$

не содержащее явно внутренней скорости v_1 .

Сосредоточим пока внимание на случае сравнительно медленно движущегося слоя. Тогда изменение скорости нейтрона

$$v_f - v_0 \cong \frac{v_0 - \sqrt{v'^2_0 - v^2_b}}{v_0} (V_2 - V_1), \quad (2.10)$$

$$V_1, V_2 \ll \sqrt{v'^2_0 - v^2_b}, v_0,$$

вообще говоря, мало, так что соответствующее изменение энергии составляет

$$\varepsilon_f - \varepsilon_0 \cong m v_0 (v_f - v_0). \quad (2.11)$$

Легко видеть, что в данном случае величина τ , входящая в условие квазиклассичности (2.4), есть, по сути дела, время существенного изменения характеристик движения слоя. Когда его толщина L не слишком велика, подобного значительного изменения не происходит за время пролета. Иначе говоря, неравенство

$$\frac{L}{\sqrt{v'^2_0 - v^2_b}} \ll \tau \quad (2.12)$$

позволяет заменить малую разность скоростей $V_2 - V_1$ в (2.10) на величину, пропорциональную мгновенному ускорению слоя $W(t) = \frac{dV}{dt}$,

$$v_f - v_0 \cong \frac{v_0 - \sqrt{v'^2_0 - v^2_b}}{v_0 \sqrt{v'^2_0 - v^2_b}} L W(t). \quad (2.13)$$

Для изменения энергии имеем

$$\Delta E = \varepsilon_f - \varepsilon_0 \cong \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - v_b^2}}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} mW(t)L. \quad (2.14)$$

Для сравнения с результатом Ковальского этот результат имеет смысл записать в оптических терминах. Поскольку выражение под корнем есть квадрат скорости нейтрона в веществе, то учитывая определение показателя преломления (1.4), получаем

$$\Delta E \cong mW(t)L \frac{1-n}{n}. \quad (2.15)$$

Перейдем наконец к высокоэнергетическому пределу $\varepsilon_0 \gg |U|$, в котором эффект линейризуется по потенциалу. Тогда

$$v_f - v_0 \cong \frac{ULW(t)}{mv_0^3}, \quad |v_b|, V \ll v_0. \quad (2.16)$$

$$\Delta E \cong \frac{ULW(t)}{v_0^2},$$

Явные выражения для величины интересующего нас эффекта можно получить, смягчив, а нередко даже и сняв, ограничение на скорость вещества. Действительно, разность $v_f - v_0$, как и всякая разность скоростей, инвариантна. Переходя в мгновенную систему покоя образца, применяем там рассматриваемую формулу. После возвращения в лабораторную систему убеждаемся, что достаточно ограничиться заменой

$$v_0 \rightarrow v_0 - V(t) \quad (2.17)$$

в правой части соответствующего выражения для изменения скорости нейтрона. Например, первая из формул (2.16) приобретает тогда вид

$$v_f - v_0 = \frac{ULW(t)}{m[v_0 - V(t)]^3}, \quad \varepsilon_0 \gg U. \quad (2.18)$$

Другое замечание касается дальнейшей конкретизации условия квазиклассичности (2.4). При аperiодическом, в частности равноускоренном характере движения, эффект существенно меняется по достижении материальным слоем скоростей, порядка нейтронных. Таким образом, вообще говоря,

$$\tau \sim \frac{v_0}{W}, \quad (2.19)$$

а для критерия пренебрежимости квантовыми эффектами после несложных оценочных преобразований получаем

$$k_0 L \gg \frac{\varepsilon_0}{U}. \quad (2.20)$$

Ускорение W отсюда выпадает, и в высокоэнергетическом случае $\varepsilon_0 \gg U$ условие квазиклассичности интересующего нас эффекта при прохождении оказывается гораздо жестче, чем привычно выглядящее $k_0 L \gg 1$.

3. Равноускоренный и осциллирующий образцы

При взаимодействиях нейтронов с движущимися образцами могут возникнуть явления, многообразие которых отнюдь не сводится только к прохождению образца насквозь. Это хорошо видно на важном примере равноускоренного движения.

$$W = \text{const}, \quad V(t) = Wt, \quad (3.1)$$

допускающем наиболее полное исследование. Проще всего исходить из общего соотношения (2.9). Полагаем, что при вхождении в слой нейтрон оказывается в мгновенно покоящейся еще материи $V_1 = 0$. Решая затем квадратное уравнение для времени его контакта с другой поверхностью 2, после элементарных вычислений находим, что к этому моменту скорость среды составляет уже

$$V_2 = \sqrt{v_0^2 - v_b^2} - \sqrt{v_0^2 - v_b^2 - 2WL}. \quad (3.2)$$

В результате получаем окончательно

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - v_b^2} - \sqrt{v_0^2 - v_b^2 - 2WL} + \sqrt{v_0^2 - 2WL}. \quad (3.3)$$

Требование положительности каждого из трех подкоренных выражений имеет здесь отчетливый физический смысл. Без вещественности первого радикала нейтрон вообще не мог бы оказаться внутри образца. В редком случае вещества с $b, U < 0$ подобного вопроса не возникает, зато актуальным может стать изменение знака третьего подкоренного выражения. Оно означает, что достигнув выходной поверхности 2, нейтрон парадоксальным образом от нее отражается и, по отношению к движущемуся образцу, возвращается назад. Иными словами, возможна промежуточная область

$$-|v_b^2| + 2WL < v_0^2 < 2WL, \quad v_b^2 < 0. \quad (3.4)$$

Она поддается несложному теоретическому исследованию.

Но особенно существенна роль второго радикала в правой части формулы (3.3). Изменение знака подкоренного выражения следует интерпретировать здесь как недостижимость для нейтрона поверхности 2 из-за ее ускоряющегося удаления. В итоге при любом знаке потенциала приходится различать случаи тонких и толстых образцов.

В толстом слое ситуация складывается следующим образом. Нейтрон не может догнать уходящую от него с возрастающей скоростью выходную поверхность 2. Последняя вообще выпадает из рассмотрения, так что образец можно считать полубесконечным $L \rightarrow \infty$. Ускоряющаяся

поверхность 1 впоследствии нагонит нейтрон, который снова вернется через нее в свободное полупространство с изменившейся скоростью v . Речь идет, таким образом, о своеобразном некантовом надбарьерном отражении от ускоряющегося образца.

На ней, следовательно, закон сохранения должен быть применен дважды. Момент возвращения обозначаем просто через t , а V - соответствующая скорость вещества. Цепочка довольно очевидных равенств

$$v_i = \sqrt{v_0^2 - v_b^2}, \quad v_i t = \frac{Wt^2}{2}, \quad V = 2v_i, \quad (3.5)$$

$$v'_i = v'_i - V, \quad v' = -\sqrt{v_i'^2 + v_b^2}, \quad v = v' + V$$

приводит к простому решению

$$v = -v_0 + 2\sqrt{v_0^2 - v_b^2}. \quad (3.6)$$

В высокоэнергетическом пределе находим

$$v - v_0 = -\frac{2U}{mv_0}, \quad \varepsilon_0 \gg U. \quad (3.7)$$

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = -2U,$$

Как видим, при таком коллинеарном отражении (направление скорости нейтрона после выхода из вещества не меняется) эффект изменения энергии определяется одним только потенциалом. Выпадение ускорения W можно было предвидеть и из размерностных соображений.

Все приведенные до сих пор выражения для изменения скорости нейтрона, относящиеся к фиксированному моменту времени его вхождения в вещество, носили в известном смысле несколько абстрактный характер. Реально же за все время аperiodического (инфинитного) движения спектр взаимодействовавших нейтронов оказывается непрерывным. Прежде всего вычислим его в наиболее актуальном случае прохождения через тонкую пластину. Для простоты исходим из высокоэнергетического предела эффекта (2.18) и полагаем для конкретности $U > 0$.

При нормировке плотности первичного пучка нейтронов на единицу число актов прохождения можно записать как

$$dN = (v_0 - V)dt. \quad (3.8)$$

Обращаясь к формуле (3.13), отмечаем, что от времени в ней зависит только знаменатель ($W = \text{const}$). Переход к дифференциалу dv_f определяется поэтому производной

$$\frac{d(v_f - v_0)}{dt} = W \frac{\partial(v_f - v_0)}{\partial V}. \quad (3.9)$$

После дифференцирования разность $v_0 - V$ следует выразить через спектральную переменную $v_f - v_0$ по той же формуле (2.18). В итоге имеем

$$dN = \frac{1}{3} \left(\frac{UL}{m\sqrt{W}} \right)^{2/3} \frac{dv_f}{(v_f - v_0)^{5/3}}. \quad (3.10)$$

Коснемся вкратце вопроса о площади под спектром (3.10). Достаточно реалистично выглядит случай, когда равноускоренное движение образца (3.1) начинается лишь с точки его мгновенного покоя ($0 < t < \infty$). Полное число нейтронов, прошедших с изменением энергии, оказывается тогда конечным. Оно составляет

$$N = \int_0^{v_0/W} (v_0 - V)dt = \frac{v_0^2}{2W}. \quad (3.11)$$

Это связано с тривиальным обстоятельством: при $V > v_0$ слишком быстро удаляющийся слой становится недостижимым для нейтронов, и они перестают проходить через него. Правда, из-за квантовых эффектов этот отрыв от первичного пучка не является на самом деле абсолютно резким. Однако фактически результирующий спектр оказался настолько резко падающим, что детальный анализ этого тонкого эффекта представляется здесь не вполне целесообразным¹.

Нормированный спектр нейтронов, прошедших равноускоренный образец в одномерной геометрии, дается отношением выражений (3.10) и (3.11)

$$dw = \frac{2}{3} \left(\frac{UWL}{mv_0^3} \right)^{2/3} \frac{dv_f}{(v_f - v_0)^{5/3}}, \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_0 \gg U, \quad \frac{\varepsilon_0}{U} \lambda_0 \ll L \ll \frac{v_0^2}{W}.$$

Здесь $\lambda_0 = k_0^{-1}$ - дебройлевская длина волны нейтрона. Область применимости, практически довольно широкая, имеет место при не чрезмерно больших ускорениях материального слоя

$$W \ll \frac{v_0 U}{\hbar}. \quad (3.13)$$

Результирующий спектр скоростей изображен на рисунке 1. Характерно наличие щели $\Delta \ll v_0$, отделяющей его от первичного значения v_0 . Ширина щели дается первой из формул (2.16), то есть непосредственно выражается через потенциал вещества. Пунктиром изображен несколько академично выглядящий случай возвратно-поступательного движения образца, когда равноускоренный закон (3.1) имел бы место во всей области $-\infty < t < \frac{v_0}{W}$. Такой спектр был бы уже ненормируемым из-за бесчисленного

¹ Явление отрыва от движущегося образца (зеркала), когда классический спектр отраженных частиц падает по направлению к точке его окончания по более медленному линейному закону, будет рассмотрено несколько подробнее в разделе 6.

множества столкновений нейтрона и слоя, движущихся навстречу друг другу.

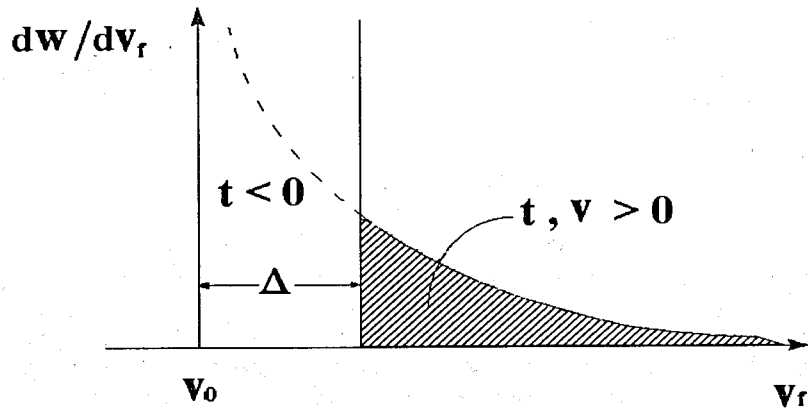


Рис.1. Спектр скоростей нейтронов, прошедших через тонкий равноускоренный слой вещества

Обратимся теперь к случаю толстого слоя. Как отмечалось выше, он не может пропустить нейтроны насквозь, а в конечном счете отражает падающие на него частицы. В первой из формул (3.7) производим замену (2.17). Далее, ориентируясь в основном на соотношения типа (3.9) и (3.11), после несложных преобразований получаем выражение для спектра достаточно надбарьерных нейтронов, некантово отраженных от ускоряющейся поверхности

$$dw = 2 \left(\frac{2U}{mv_0} \right)^2 \frac{dv}{(v_0 - v)^3}, \quad mWL > \epsilon_0 \gg U. \quad (3.14)$$

Подчеркнем во избежание недоразумений, что рассматриваемое отражение является существенно запаздывающим. Реэссия с поверхности начинается лишь в момент ее отрыва от первичного пучка, а заканчивается ко времени, которое еще в два раза больше².

² Экспериментальное обнаружение такого необычного отражения нейтронов может натолкнуть на серьезные практические трудности. Одна из них как раз связана с запаздыванием реэссии. При разумных ускорениях время пребывания нейтрона в среде таково, что в большинстве веществ вероятность его поглощения из-за радиационного захвата будет уже весьма значительной.

Спектр скоростей, соответствующий формуле (3.14), изображен на рисунке 2. Знак эффекта противоположен тому, который имел место для прохождения тонких образцов. Щель в спектре

$$\Delta = \frac{2U}{mv_0} \quad (3.15)$$

определяется потенциалом вещества. Условие отсутствия существенных квантовых эффектов дается в данном случае неравенством (3.13).

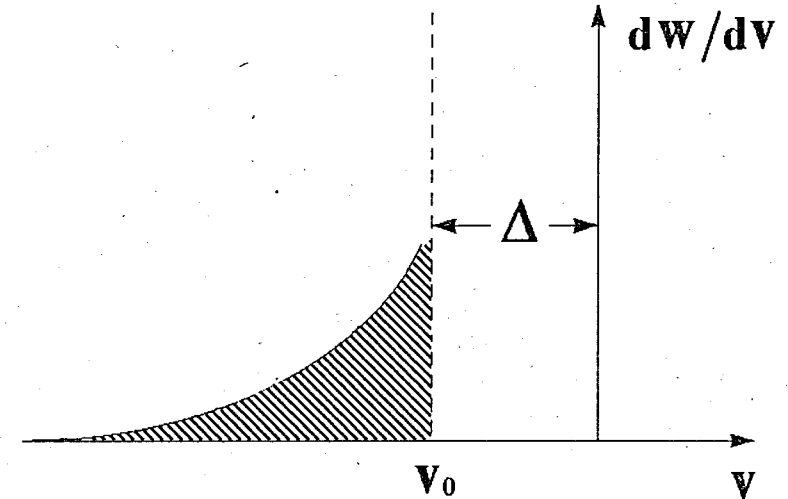


Рис.2. Спектр скоростей нейтронов, отраженных от толстого ускоренного слоя вещества

Вернемся теперь к прохождению нейтронов через образец конечной толщины и обратимся к случаю финитного движения, когда он колеблется по гармоническому закону

$$\xi(t) = a \sin \Omega t, \quad (3.16)$$

где ξ - линейное смещение слоя. Вероятно, этот случай в наибольшей степени отвечает условиям реалистического эксперимента. Точный спектр тут по необходимости дискретный. Однако, если критерий (2.5) выполнен, то уровни расположены настолько плотно, что интересующую нас энергию прошедшего нейтрона $\epsilon_f(t)$ можно, вообще говоря, считать практически непрерывной функцией от времени.

При сравнительно медленном колебательном движении вещества

$$V = \frac{d\xi}{dt} \approx a\Omega \ll \sqrt{v_0^2 - v_b^2}, \quad v_0 \quad (3.17)$$

удобно воспользоваться формулами (2.10)-(2.14), (2.16). Первые две из них дают

$$\varepsilon_f - \varepsilon_0 = ma\Omega \left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - v_b^2} \right) \left[\cos \Omega t - \cos \Omega \left(t - \frac{L}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} \right) \right]. \quad (3.18)$$

Для случая, когда время пролета через образец много меньше периода, легко получаем

$$\varepsilon_f - \varepsilon_0 \cong -ma\Omega^2 L \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - v_b^2}}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} \sin \Omega t, \quad (3.19)$$

$$\frac{\Omega L}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} \ll 1.$$

На примере простейшего линейного по потенциалу приближения

$$\varepsilon_f - \varepsilon_0 = -\frac{Ua\Omega^2 L}{v_0^2} \sin \Omega t, \quad (3.20)$$

$$\frac{\Omega L}{v_0} \ll 1, \quad \varepsilon_0 \gg U$$

коснемся вопроса о подразумеваемой малости квантовых эффектов. В рассматриваемом случае колебательного движения характерное время $\tau \approx \Omega^{-1}$. Подставляя изменение энергии в соответствующее неравенство (2.5) и преобразуя, приходим к

$$k_0 L \gg \frac{v_0 \varepsilon_0}{V U}. \quad (3.21)$$

Как видим, критерий, позволяющий пренебречь квантовыми эффектами, оказался здесь даже еще более жестким, чем в случае (2.20) аperiodического движения материи.

4. Случай прохождения через суперускоренный тонкий слой

Возвращаясь к случаю инфинитного движения тонкого образца, отметим, что соответствующие результаты предшествующего раздела справедливы не только при $W = \text{const}$, но и в сравнительно широкой области

$$\frac{dW}{dt} \ll \frac{W^2}{v_0}. \quad (4.1)$$

Однако, если при подобных плавных изменениях параметров движения слоя его ускорение проходит через нуль где-то в пределах существенных для процесса времен $t \leq \frac{v_0}{|W|}$, то складывается качественно иное положение. Этот особый случай нуждается в отдельном рассмотрении. Надлежащим выбором инерциальной системы отсчета можно добиться, чтобы и скорость V обращалась в нуль в тот же самый момент времени.

Речь идет, таким образом, о суперускоренном слое, $s = \text{const}$ (s - суперускорение), когда

$$\xi = \frac{st^3}{6}, \quad V = \frac{st^2}{2} = \frac{W^2}{2s}, \quad W = \frac{dV}{dt} = st. \quad (4.2)$$

Теперь уже скорость образца коллинеарна падающему пучку на всем протяжении процесса $-\infty < t < \infty$, а точки отрыва $V \rightarrow v_0$ расположены симметрично при

$$t = \pm \sqrt{\frac{2v_0}{s}}. \quad (4.3)$$

Весь спектр скоростей тоже симметричен относительно скорости $v_f = v_0$, отвечающей нулевому ускорению. При конкретных вычислениях можно ограничиться областью $t, (v_f - v_0) > 0$.

В качестве исходного пункта возьмем формулу (2.18). На этот раз одинаково существенна зависимость от времени как числителя, так и знаменателя. Дифференциальный поток через движущуюся поверхность дается формулой (3.8). Взяв в качестве нормировки то же самое выражение (3.8), проинтегрированное в пределах (4.3), приходим к

$$dw = \frac{3\sqrt{2s}(v_0 - V)dv_f}{8v_0^{3/2} \frac{d(v_f - v_0)}{dt}}. \quad (4.4)$$

Для производной имеем теперь несколько более сложное чем прежде соотношение

$$\frac{d(v_f - v_0)}{dt} = \frac{UL}{m} \left[\frac{3W^2}{(v_0 - V)^4} + \frac{s}{(v_0 - V)^3} \right]. \quad (4.5)$$

После замены, согласно (4.2), квадрата ускорения на скорость V , ее зависимость от переменной спектра $v_f - v_0$ определяется по той же исходной формуле (2.18).

Дальнейшие выкладки становятся компактнее, если обезразмерить их путем перехода к удобным переменным

$$y = \frac{V}{v_0}, \quad \eta = \frac{mv_0^{5/2}}{UL\sqrt{2s}}(v_f - v_0). \quad (4.6)$$

В них окончательный спектр выглядит следующим образом:

$$dw = F(\eta)d\eta, \quad F(\eta) = \frac{3[1 - y(\eta)]^5}{4[1 + 5y(\eta)]}. \quad (4.7)$$

Функция $y(\eta)$ задается уравнением

$$1 - y = \frac{y^{1/6}}{\eta^{1/3}}. \quad (4.8)$$

График спектральной плотности для случая прохождения нейтронов через суперускоренный слой представлен на рис.3. Он имеет довольно острый максимум в центре $v_f - v_0 = 0$. Эффективно спектр скоростей спадает при

$$|v_f - v_0| \approx \frac{UL\sqrt{2s}}{mv_0^{5/2}} \quad (4.9)$$

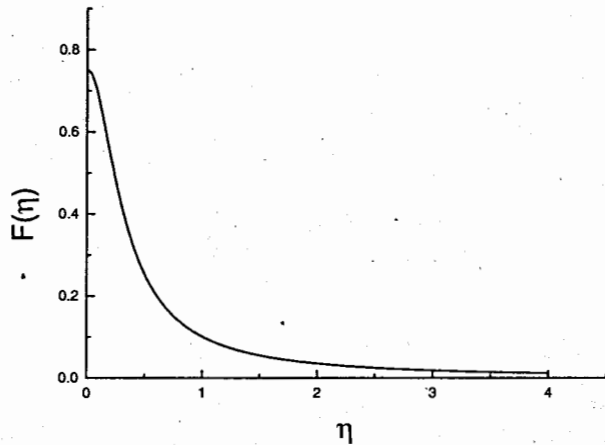


Рис.3. График спектральной функции $F(\eta)$ для случая нейтронов, прошедших через суперускоренный тонкий слой

В дальней асимптотике, ближе к точкам отрыва $V \rightarrow v_0$, находим

$$dw \equiv \frac{1}{8} \left(\frac{UL}{m} \right)^{2/3} \frac{(2s)^{1/3}}{v_0^{5/3}} \frac{dv_f}{|v_f - v_0|^{5/3}} \quad (4.10)$$

в тех же обычных единицах. Именно такого вида зависимости и следовало ожидать от достаточно ускоренного образца (сравни с ф.(3.12)).

Изложенное справедливо не только при строго постоянном суперускорении $s = \text{const}$, но и во всей области

$$\frac{ds}{dt} \ll \frac{s^{3/2}}{\sqrt{v_0}}, \quad (4.11)$$

где оно не успевает существенно измениться за эффективное время процесса (4.3).

5. Волновая функция нейтрона, прошедшего через движущийся образец

Для прохождения пучка сквозь весь образец от одной поверхности к другой практически достаточно, чтобы за время пребывания частицы в веществе последнее не успело разогнаться до скоростей порядка нейтронных. Изложенное в предыдущих разделах не дает особых оснований сомневаться в классической природе результирующего эффекта изменения энергии. Тем не менее, представляет определенный принципиальный интерес установить вид волновой функции нейтрона в свободном пространстве за пройденным слоем.

При квантово-механической трактовке относительная малость скорости движения V области потенциала U помогает здесь не сразу. Действительно, в рамках исходного адиабатического приближения получается нулевой эффект, чего и следовало ожидать от неподвижного образца. Оно должно быть поправлено за счет следующего приближения. Интересно отметить, что конкретный вид искомой коррекции предопределен в данном случае принципом относительности Галилея [14].

Как и ранее, обозначим через $\xi(t)$ линейное смещение слоя, а для падающих нейтронов берем, как обычно

$$\Psi_0 = e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \quad (5.1)$$

Потребуем далее непрерывности волновых функций на поверхностях 1 и 2 соответственно. Не требуя также непрерывности производных, мы отвлекаемся от локализованного на расстояниях порядка дебройлевской длины явления обычного надбарьерного отражения. Оно носит сугубо квантовый характер и не имеет прямого отношения к интересующим нас энергетическим характеристикам прошедших частиц. Поэтому приводимые ниже волновые функции справедливы лишь с точностью до мало существенного здесь постоянного множителя.

Смещения, относящиеся к двум поверхностям, запишем, пока несколько формально, в различные моменты времени:

$$\xi_1 = \xi(t_1), \quad \xi_2 = \xi(t_2). \quad (5.2)$$

Тогда на выходе волновая функция имеет вид

$$\Psi_f = e^{i[k_f(k_0) - k_0](L + \xi_2 - \xi_1)} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \quad (5.3)$$

Подразумеваемый здесь закон дисперсии для нейтронных волн в неподвижной среде

$$k_f(k_0) = \sqrt{k_0^2 - \chi^2} \quad (5.4)$$

отвечает представлению об эффективном потенциале

$$U = \frac{\hbar^2 \chi^2}{2m} = \frac{mv_b^2}{2} \quad (5.5)$$

Между тем, специальный случай равномерно движущегося вещества

$$V = \text{const}, \quad \xi(t) = Vt \quad (5.6)$$

допускает независимое и в известном смысле точное рассмотрение. Проще всего записать сначала волновую функцию $\Psi'(x', t)$ в системе покоя образца. Последующее галилеевское преобразование к лабораторной системе дается формулой [14]

$$\Psi(x, t) = \Psi'(x - Vt, t) e^{i(\tilde{k}x - \tilde{\omega}t)}, \quad (5.7)$$

где $\tilde{k} = \frac{mV}{\hbar}$, $\tilde{\omega} = \frac{mV^2}{2\hbar}$. После выхода нейтрона из образца его волновая функция приобретает вид

$$\Psi_f = e^{i[k_{i0}(k_0 - \tilde{k}) - k_0 + \tilde{k}]L} e^{i(k_0x - \omega_0t)} \quad (5.8)$$

Для окончательного установления соответствия с адиабатикой здесь еще требуется разложить показатель экспоненты по степеням волнового числа \tilde{k} до линейных членов включительно:

$$\sqrt{(k_0 - \tilde{k})^2 - \chi^2} - k_0 + \tilde{k} \cong (k_{i0} - k_0) \left(1 + \frac{\tilde{k}}{k_{i0}} \right), \quad k_{i0} \cong k_{i0}(k_0). \quad (5.9)$$

В пределе малых скоростей V для частного случая (5.6) выражения (5.8) и (5.3) должны совпадать. Это приводит к соотношению между аргументами

$$t_2 - t_1 = \frac{L}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}}, \quad (5.10)$$

физический смысл которого очевиден. При последующей подстановке в формулу (5.3) опускаем несущественный постоянный фазовый множитель и за движущимся слоем вещества, но не слишком далеко от него, получаем окончательно

$$\Psi_f \cong e^{i(k_0x - \omega_0t)} e^{\left\{ -\frac{i}{\hbar} m \left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - v_b^2} \right) \left[\xi(t) - \xi \left(t - \frac{L}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} \right) \right] \right\}} \quad (5.11)$$

Когда выполняется критерий квазиклассичности (2.4), мгновенную энергию прошедшего нейтрона можно найти дифференцированием фазы волновой функции по времени:

$$\varepsilon_f - \varepsilon_0 \cong m \left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - v_b^2} \right) \left[\frac{d\xi}{dt}(t) - \frac{d\xi}{dt} \left(t - \frac{L}{\sqrt{v_0^2 - v_b^2}} \right) \right]. \quad (5.12)$$

Но $\frac{d\xi}{dt} = V(t)$, так что результат, по сути дела, совпадает с выражением (2.10) после его пересчета в энергетическую шкалу согласно формуле (2.11).

6. Отражение нейтронов от равноускоренного зеркала. Явление отрыва

До сих пор мы рассматривали явления, так или иначе связанные с проникновением нейтронов вглубь материала. Однако хорошо известно, что в распространенном случае положительной длины рассеяния b ($U > 0$) имеет место полное отражение нейтронов с энергиями $\varepsilon_0 < U$. Такое практически мгновенное отражение возможно как от покоящегося, так и от движущегося вещества, что широко применяется, например, для доплеровского замедления очень холодных нейтронов [20]. Поэтому вопрос об отражении холодных нейтронов от движущегося идеального зеркала представляет определенный интерес.

Мы рассмотрим такой процесс на конкретном примере зеркала, ускоряющегося коллинеарно падающему пучку v_0 , по простейшему закону (3.1) при $0 < t < \infty$. Оценка характерного времени (2.19) остается в силе, и ограничение на ускорение

$$W \ll \frac{v_0 \varepsilon_0}{\hbar} \quad (6.1)$$

позволяет рассматривать процесс классически. Впрочем, в ближайшей окрестности точки отрыва зеркала от падающего пучка ($V \rightarrow v_0$) возникают специфические квантовые эффекты, которые мы рассмотрим ниже.

Классическая картина довольно очевидна. При $v < \frac{v_0}{2}$ отражение остается антиколлинеарным ($v < 0$), при $\frac{v_0}{2} < v < v_0$ оно становится коллинеарным, и, наконец, при $V > v_0$ взаимодействие прекращается вследствие отрыва. Форма спектра определяется элементарным кинематическим соотношением

$$v = 2V - v_0. \quad (6.2)$$

Аналогично выкладкам раздела 3, переходим к v -шкале. Все успешные провзаимодействовать нейтроны отражаются, а относящийся только к ним дифференциальный коэффициент отражения составляет

$$dR_c = \frac{v_0 - v}{2v_0^2} dv. \quad (6.3)$$

Здесь $v > -v_0$ - скорость отраженных нейтронов, а $v = v_0$ - точка окончания классического спектра.

Однако, из-за квантовых эффектов ни сам момент отрыва, ни соответствующая ему координата зеркала не могут быть определены точно. В каком-то количестве должны также появляться и частицы с надклассическими скоростями $v > v_0$. Формально это обусловлено неизбежным нарушением критерия (6.1) в системе покоя зеркала (инерциальной) при $V \rightarrow v_0$. Этим простым оценкам можно, однако, придать физически более ясную форму.

В пространстве отрыв эффективно происходит на протяжении расстояния порядка дебройлевской длины, отвечающей относительному движению нейтрона и зеркала. Для эффективного времени отрыва Δt имеем оценки

$$|v_0 - V| \Delta t \approx \frac{\hbar}{m|v_0 - V|}, \quad \Delta t \approx \frac{|v_0 - v|}{m}. \quad (6.4)$$

Исходя из $|v_0 - V| \approx |v_0 - v| \equiv \Delta v$ в результате приходим к

$$\Delta v \approx \left(\frac{\hbar W}{m} \right)^{1/3}. \quad (6.5)$$

Эта ширина переходной области в спектре скоростей не зависит от первичной скорости v_0 .

Чтобы прояснить ситуацию в области $v - v_0 \gg \Delta v$ далеко зашедшего развитого отрыва, обратимся к следующей идеализированной задаче. Пусть зеркало, отражающее монохроматические нейтроны, приходит в движение с постоянной скоростью V в момент времени $t=0$. Никаких ограничений на величину скорости здесь пока не предполагается.

Для учета граничного условия на непроницаемом зеркале, воспользуемся базисом односторонних стоячих волн $\sin k'x'$ с $x' < 0$ в системе его покоя (штрихованной). Все его существенные свойства даются соотношением ортогональности и нормировки

$$\int_{-\infty}^0 \sin k'x' \sin k''x' dx' = \frac{\pi}{2} \delta(k'' - k'), \quad k', k'' > 0. \quad (6.6)$$

Начальное условие задачи имеет вид

$$\Psi'(x', 0) = e^{-ik_0 x'} \sin k_0 x' = \int_0^{\infty} c(k') \sin k'x' dk', \quad (6.7)$$

где $\tilde{k} = \frac{mV}{\hbar}$ лабораторная скорость зеркала в k -шкале. Физически различимы только положительные k' . Но формально оказывается

$$c(-k') = -c(k'), \quad (6.8)$$

что дает возможность перейти к более привычным плоским волнам

$$\Psi'(x', 0) = \frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} c(k') e^{ik'x'} dk'. \quad (6.9)$$

Сами же коэффициенты разложения $c(k')$ вычисляются в односторонней технике с базисом (6.6).

Далее каждый член суперпозиции эволюционирует со своей частотой

$$\omega' = \frac{\hbar k'^2}{2m}. \quad (6.10)$$

Наконец, возвращаясь снова по формуле (5.7) в лабораторную систему отсчета, убеждаемся, что точное решение дается интегралом

$$\Psi = \frac{1}{4i} \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(k - k_0) + \delta(k - k_0 - 2\tilde{k}) - \delta(k + k_0 - 2\tilde{k}) - \delta(k + k_0)] e^{i(kx - \omega t)} dk + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[P \frac{1}{k - k_0} - P \frac{1}{k - k_0 - 2\tilde{k}} + P \frac{1}{k + k_0 - 2\tilde{k}} - P \frac{1}{k + k_0} \right] e^{i(kx - \omega t)} dk \quad (6.11)$$

по k -пространству. Здесь, как обычно, P - символ главного значения.

Сингулярности подынтегральной функции отражают специфику этой вспомогательной задачи. Из-за них импульсное распределение, а тем самым и волновая функция как таковая, не нормированы по формальным причинам, довольно типичным для подобных состояний непрерывного спектра. За пределами сингулярностей часть суперпозиции несколько символично может быть записана как

$$\Psi = -\frac{2}{\pi} \int \frac{k_0 \tilde{k} (k - \tilde{k})}{(k^2 - k_0^2) [(k - 2\tilde{k})^2 - k_0^2]} e^{i(kx - \omega t)} dk. \quad (6.12)$$

Развитому отрыву отвечает лежащая целиком вне сингулярностей область $k_0 < k \ll \tilde{k}$, где соответствующее выражение упрощается:

$$\Psi \approx \frac{1}{2\pi} \int \frac{k_0}{k^2 - k_0^2} e^{i(kx - \omega t)} dk. \quad (6.13)$$

Скорость \tilde{k} стремительно удаляющегося зеркала отсюда выпадает. Для формы распределения по скоростям здесь имеем

$$dw \propto \frac{dv}{(v^2 - v_0^2)^2}. \quad (6.14)$$

Возвращаясь к проблеме отражения нейтронов от равноускоренного зеркала, квантовый эффект (6.14) нормируем по порядку величины путем его сшивания с выражением (6.3) при $v_0 - v \sim \Delta v$

$$dR \cong \frac{v_0 - v}{2v_0^2} dv, \quad v_0 - v \gg \Delta v, \quad (6.15)$$

$$dR \cong \frac{C}{(v^2 - v_0^2)^2} dv, \quad v - v_0 \gg \Delta v. \quad (6.16)$$

$$C \cong \frac{\hbar W}{m}. \quad (6.17)$$

Спектр отражения нейтронов от равноускоренного зеркала представлен на рис.4. Неисследованная область $|v - v_0| \leq \Delta v$ изображена на нем грубо качественно.

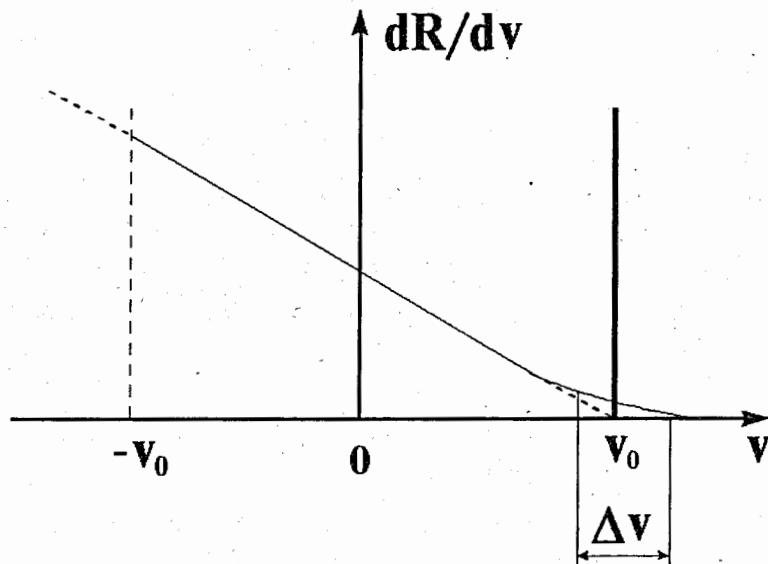


Рис.4. Спектр отражения нейтронов от равноускоренного зеркала

Этот квантовый эффект фактически не так уж мал, поскольку, как видно из оценки (6.5), он содержит низкую степень планковской постоянной. Оцениваемая по площади под соответствующей частью спектра доля надклассических (и вообще квантового происхождения) частиц в общем отражении составляет

$$v = \left(\frac{\hbar W}{\epsilon_0 v_0} \right)^{2/3} \quad (6.18)$$

и даже при практически достижимых ускорениях W может быть заметной.

В связи с вышеизложенным коснемся здесь еще одного обстоятельства. Вопрос о том, откуда берутся надклассические частицы $v > v_0$ - из отраженного пучка или из пучка падающего - в квантовой механике в значительной степени лишен конкретного физического содержания. Тем не менее, представляется естественным относить формально к отражению весь сплошной спектр, нормированный согласно $\int dR \cong 1$. Тонкий пик $v = v_0$, соответствующий первичным нейтронам, сюда не входит. Легко убедиться, что возможное его уширение из-за конечности времени облучения движущегося зеркала все равно пренебрежимо мало по сравнению с протяженностью Δv переходной области спектра скоростей так или иначе взаимодействовавших нейтронов.

7. Обсуждение

В статье Ковальского [1], появление которой в значительной степени стимулировало настоящую работу, вопрос о взаимодействии нейтронов с ускоренным веществом обсуждался под углом зрения возможной проверки принципа эквивалентности. Показав, что при прохождении нейтронов через пластинку ускоренного вещества имеет место изменение энергии нейтрона, Ковальский рассмотрел затем случай, когда в лабораторной системе с единым ускорением двигаются источник, детектор и помещенное между ними вещество. Полученный им результат находится в противоречии со случаем, когда все элементы прибора неподвижны в лабораторной системе координат, но на них действует сила тяжести.

От дискуссии, касающейся этого аспекта проблемы, мы предпочли бы воздержаться. Представляется довольно очевидным, что едва ли путем теоретического расчета можно придти к противоречию с принципом эквивалентности хотя бы в силу аксиоматического характера последнего.

Сам же по себе эффект сдвига энергии (эффект Ковальского) вполне может явиться объектом экспериментальной проверки. С практической точки зрения, по-видимому, наиболее перспективно обратиться к варианту прохождения очень медленных надбарьерных нейтронов через колеблющийся образец (формулы (3.18)-(3.20)). Для оценок примем, что ультрахолодные нейтроны со скоростью $v_0 = 5$ м/с проходят через кремниевую пластинку ($v_b = 3.2$ м/с) толщиной $L = 0.05$ см. Для амплитуды и периода колебаний примем, соответственно, $a = 10^{-1}$ см и $T = 10^{-2}$ с.

Поскольку критерии (3.17) и (3.21) соблюдены, подходящей оказывается формула (3.19). Специфическое условие ее применимости (ограничение на толщину образца) выполняется не хуже. В итоге

$$\epsilon_f - \epsilon_0 \approx -\beta \sin \Omega t, \quad (7.1)$$

причем характерное изменение энергии нейтрона составляет в данном случае $\beta \cong 0.6$ нэВ. Эта величина не слишком далека от типичных значений энергетического разрешения спектрометров УХН. Отметим еще,

что в данном случае колебательного движения речь идет об измерении временной зависимости энергии нейтрона. Одна из возможностей состоит в использовании гравитационного спектрометра с интерференционными фильтрами [21-22]. По оценкам, чувствительность этого прибора к сдвигу энергии может быть порядка 10^{-11} эВ. Необходимо только, чтобы разброс времен пролета нейтронов между образцом и детектором был заметно меньше периода колебаний образца.

Авторы признательны М.В.Казарновскому и А.М.Камчатнову за полезные обсуждения. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-09-16469).

Литература

- [1] F.V.Kovalski. Phys. Lett.A 182 (1993), 335.
- [2] A.G.Klein, G.I.Opat, A.Cimmino, A.Zeilingner, W.Treimer, R.Gaehler. Phys. Rev. Letters 1981, 46, 1551.
- [3] A.G.Klein, S.A.Werner, Rep.Prog.Phys. 1983, 46, 259.
- [4] V.A.Horn, A.Zeilingner, A.G.Klein, G.I.Opat. Phys. Rev.A 1983, 28, 1.
- [5] M.Arif, H.Kaiser, S.A.Werner, A.Cimmino, W.A.Hamilton, A.G.Klein, G.I.Opat. Phys. Rev. A 1985, 31, 1203.
- [6] U.Bonse, A. Rumpf. Phys. Rev.A 1988, 37, 1059.
- [7] M.Arif, H.Kaiser, R.Clothier, S.A.Werner, R.Berliner, W.A.Hamilton, Physica B 1988, 151, 63.
- [8] M.Arif, H.Kaiser, R.Clothier, S.A.Werner, W.A.Hamilton, A.Cimmino, A.G. Klein. Phys. Rev.A 1989, 39, 931.
- [9] A.Cimmino, W.A.Hamilton, A.G.Klein, G.I.Opat, M.Arif, R.Clothier, H.Kaiser, S.A. Werner. Nucl. Instr. Meth. A 1989, 284, 179.
- [10] L.L.Foldy. Phys. Rev., 1945, 69, 107.
- [11] V.F.Sears. Phys. Rev. A 1985, 32, 2524.
- [12] А.И.Франк, В.Г.Носов. Ядерная физика, 1995, 58, с.353.
- [13] И.И.Гуревич, Л.В.Тарасов. Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, 1965.
- [14] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М.:Наука, 1974.
- [15] K.C.Littrell, S.A.Werner, B.E.Allman. J. Phys. Soc. Jpn, 65, 1996, Suppl A, 98.
- [16] A.Pimpale, S. Holloway, R.J.Smith. Jour.Phys. A. 1991, 24, 3533.
- [17] J.Felber, R.Gahler, C. Rauch and R.Golub. Phys. Rev.A 1996, 53, 319.
- [18] V.G. Nosov, A.I Frank. J.Mosc.Phys.Soc. 1991, 1, 1.
- [19] А.И.Франк, В.Г.Носов ЯФ 1994, 57, 1029.
- [20] A.Steyerl, H.Nagel, F.-X.Schriber et al. Phys. Lett. A 116, 1986, 347.
- [21] A.I.Frank, V.G.Nosov. Physics Letters A, 188, 1994, 120.
- [22] I.V.Bondarenko, A.I.Frank, S.N.Balashov et al. J. Phys. Soc. Jpn, 65, 1996, Suppl. A, 29.

Рукопись пост
13

Носов В.Г., Франк А.И.

P4-97-159

Взаимодействие медленных нейтронов с движущимся веществом

Рассмотрена проблема взаимодействия медленных нейтронов с движущимся веществом. Как это принято, для учета влияния среды используется понятие эффективного потенциала. Показано, что в согласии с результатом работы Ф.Ковальского [1] при таком взаимодействии энергия нейтрона меняется. При заданном потенциале и для широкой области изменения параметров движения это явление имеет чисто классическое происхождение. Для некоторых характерных случаев ускоренного движения пластинки вещества найдены энергетические спектры провзаимодействовавших нейтронов. Существенно квантовые эффекты имеют место при отражении нейтронов от ускоряемого зеркала в случае отрыва последнего от падающего пучка. Найдена форма спектра нейтронных скоростей, превышающих классически допустимые значения. Предложены эксперименты по наблюдению изменения энергий нейтронов при взаимодействии с движущимися образцами.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им.И.М.Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Nosov V.G., Frank A.I.

P4-97-159

Interaction of Slow Neutrons with Moving Matter

The problem of interaction of slow neutrons and moving matter is investigated. As usual, to account for the influence of the medium, the notion of effective potential is used. It is shown that generally speaking the energy of the neutron participating in this interaction changes, which is in agreement with the results of F.Kovalskii [1]. For the given potential and a wide range of changes in the parameters of motion this phenomenon is of the pure classical origin. In some very specific cases of accelerated motion of a matter plate, the energy spectra of the neutrons that have experienced interaction are found. Essential quantum effects take place in the reflection of neutrons from an accelerated mirror in the case of its separation from the incident beam. The spectrum of neutron velocities exceeding the allowed classical values is found. Experiments on the observation of changes in the neutron energy following the interaction of the neutron with a moving sample are proposed.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1997