СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

19/VII-76

P4 - 9672

С.В.Акулиничев, Л.А.Малов

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПЕРЕХОДОВ В НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ ПРИ СРЕДНИХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

1976

P4 - 9672

С.В.Акулиничев, Л.А.Малов

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПЕРЕХОДОВ В НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ ПРИ СРЕДНИХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

1. Введение

В настоящее время для описания свойств сложных ядер широко используется полумикроскопический подход [1,2]. Развитая в рамках этого подхода сверхтекучая модель ядра, учитывающая парные корреляции нуклонов и остаточное мультиполь-мультипольное взаимодействие, хорошо описывает нижайшие состояния деформированных ядер [3]. Определив энергию и структуру таких состояний, можно рассчитать характеристики различных процессов /вероятности электромагнитных переходов и β-распада, сечения ядерных реакций и т.д./. Однако с ростом энергии возбуждения ядер происходит резкое увеличение плотности и усложнение структуры состояний. В таких условиях описание свойств каждого уровня в отдельности теряет свое значение. К тому же усложняется сама проблема решения уравнения на собственные значения. Поэтому при промежуточных и высоких энергиях возбуждения обычно используются для описания ядер силовые функции и другие усредненные характеристики.

В настоящей работе рассмотрен способ, позволяющий описывать электромагнитные переходы в нечетных деформированных ядрах без решения уравнения на собственные значения.

Данный метод применим для изучения переходов между состояниями как низкой, так и промежуточной и высокой энергий возбуждения ядра. Интерес представляет применение его для изучения гигантских резонансов и γ-ширин нейтронных резонансов, исследования зависимости γ-ширин от энергии возбуждения ядра.

2. Общий формализм *

Гамильтониан, учитывающий взаимодействие квазичастиц с фононами, имеет вид:

$$H_{\nu q} = \sum_s \epsilon(s) B(s,s) - \frac{1}{2} \sum_{\lambda,\mu,i} \frac{Q_i^+(\lambda\mu) Q_i(\lambda\mu)}{2\kappa^{(\lambda)} Y_i(\lambda\mu)} -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{\lambda,\mu,i} \frac{1}{\sqrt{Y_i(\lambda\mu)}} \sum_{s,s'} v_{ss'} \{ f^{\lambda\mu}(ss') B(s,s') [Q_i^+(\lambda\mu) + \tag{1}$$

$$+ Q_i(\lambda\mu)] + \text{э.с.} \}.$$

Здесь использованы обозначения: $\epsilon(s)$ - энергия одноквазичастичного состояния;

$$B(s,s') = \sum_\sigma \alpha^+_{s\sigma} \alpha_{s'\sigma} \quad \text{или} \quad = \sum_\sigma \sigma \alpha^+_{s-\sigma} \alpha_{s'\sigma} ;$$

$\alpha^+_{s\sigma}$ - оператор рождения квазичастицы, σ - знак проекции момента квазичастицы на ось симметрии ядра; $Q_i^+(\lambda\mu)$ - оператор рождения фонона в четно-четном ядре, i - номер однофононного состояния мультипольности $\lambda\mu$; $Y_i(\lambda\mu)$ - характеристика коллективности фонона; $\kappa^{(\lambda)}$ - константа мультиполь-мультипольного взаимодействия; $f^q(ss')$ и $\overline{f^q}(ss')$ - симметричный и антисимметричный одночастичные матричные элементы, $q = \lambda\mu$;

$v_{ss'} = u_s u_{s'} - v_s v_{s'}$,

u_s , v_s - коэффициенты преобразования Боголюбова. В дальнейшем используется квазибозонное приближение и не учитываются: блокировка в нечетном ядре, кориолисово взаимодействие, рассеяние фонона на фононе. При таком описании в нечетном ядре нет свободных параметров по сравнению с четным ядром. Волновую функцию, описывающую неротационное состояние с определенным K^π, можно представить в виде:

---

* В этой части используются данные работы [1].

$$\Psi(K^{\pi}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\sigma} \{ \sum_{\rho} C_{\rho} a^{+}_{\rho\sigma} + \sum_{g,\nu} D^{g}_{\nu\sigma} a^{+}_{\nu\sigma} Q^{+}_{g} \} \Psi_0 , \qquad /2/$$

где $g = \lambda\mu i$, Ψ_0 - физический вакуум. Волновая функция нечетной системы нуклонов не является собственной функцией оператора отражения времени [4]. Поэтому для описания электромагнитных переходов в нечетном ядре нужно включить кроме функции /2/ еще и функцию:

$$\overline{\Psi}(K^{\pi}) = T\,\Psi(K^{\pi}) \qquad /2'/$$

Для расчета вероятности электромагнитных переходов удобнее вместо /2/ и /2'/ использовать функции:

$$\Psi(K^{\pi}) = \{ \sum_{\rho} C_{\rho} a^{+}_{\rho+} + \sum_{g,\nu,\sigma} D^{g}_{\nu\sigma} a^{+}_{\nu\sigma} Q^{+}_{g} \} \Psi_0 \qquad /3/$$

$$\overline{\Psi}(K^{\pi}) = \{ \sum_{\rho} C_{\rho} a^{+}_{\rho-} + \sum_{g,\nu,\sigma} \tilde{D}^{g}_{\nu\sigma} a^{+}_{\nu\sigma} Q^{+}_{g} \} \Psi_0 \equiv T\,\Psi(K^{\pi}), \qquad /3'/$$

где $D^{g}_{\nu+}$ соответствует $f^{q}(\rho\nu)$,а $D^{g}_{\nu-}$ – $\overline{f^{q}}(\rho\nu)$ /для $\tilde{D}^{g}_{\nu\sigma}$ - наоборот/.

В дальнейшем для наглядности ограничимся функциями вида /3/.

Условие нормировки имеет вид:

$$\sum_{\rho} C^{2}_{\rho} + \sum_{g,\nu} (D^{g}_{\nu})^{2} = 1 . \qquad /4/$$

Взяв среднее значение гамильтониана /1/ по волновым функциям /3/ или /2/ и применив вариационный принцип, получаем секулярное уравнение для энергии состояния:

$$F(\eta) \equiv \begin{vmatrix} F_1(\eta) & V_{1,2}(\eta) \ldots V_{1,N}(\eta) \\ & \\ V_{N,1}(\eta) \ldots & \ldots F_N(\eta) \end{vmatrix} = 0, \qquad /5/$$

где N - количество ρ в волновой функции;

$$F_i(\eta) = \epsilon(\rho_i) - \eta + V_{i,i}(\eta) \qquad /5'/$$

$$V_{i,j}(\eta) = -\sum_{g,\nu} \frac{f^q(\rho_i\nu) f^q(\rho_j\nu) v_{\rho_i\nu} v_{\rho_j\nu}}{4Y(g)(\epsilon(\nu)+\omega(g)-\eta)}, \quad V_{j,i}(\eta) = V_{i,j}(\eta).$$

Непосредственно из вариационного принципа получаются также следующие соотношения:

$$D^g_\nu - \sum_\rho C_\rho \frac{f^q(\rho\nu) v_{\rho\nu}}{2\sqrt{Y(g)}(\epsilon(\nu)+\omega(g)-\eta)} = \sum_\rho C_\rho D^g_{\rho\nu}$$

/6/

$$F_i(\eta) C_{\rho_i} = -\sum_{j\neq i} C_{\rho_j} V_{i,j}(\eta).$$

3. Силовая функция электромагнитных переходов

Приведенная вероятность $E\lambda$ -перехода из состояния i в состояние f в одночастичных единицах имеет вид:

$$B(E\lambda)_{s.p.u.} = (I_i K_i \lambda\mu | I_f K_f)^2 \langle f | \mathfrak{M}(E\lambda) | i \rangle^2 / b^\lambda_{s.p.} \qquad /7/$$

Для описания $E\lambda$ -переходов из состояний, находящихся в некоторой области энергий, на фиксированное состояние f можно использовать силовую функцию

$$b(\mathcal{E}) = \overline{B}_\Lambda(E\lambda, \mathcal{E}) = \sum_i \langle f | \mathfrak{M}(E\lambda) | i \rangle^2 \rho(\eta_i - \mathcal{E}), \qquad /8/$$

где $\mathcal{E}$ - интересующая нас энергия,

$$\rho(\eta_i - \mathcal{E}) = \frac{\Lambda}{2\pi} \frac{1}{(\mathcal{E}-\eta_i)^2 + (\Lambda/2)^2} -$$

- нормированная весовая функция, выбранная для удобства в виде функции Лоренца, Λ - энергетический интервал усреднения. В /8/ опущен коэффициент векторного сложения, суммирование в /8/ проводится по всем состояниям ядра.

Ясно, что силовая функция /8/ с соответствующим коэффициентом векторного сложения описывает и процесс возбуждения состояний i из фиксированного состояния f. Покажем, что функцию /8/ можно представить в виде:

$$b(\mathcal{E}) = \sum_i \frac{f(\eta_i)}{F'(\eta_i)} \rho(\eta_i - \mathcal{E}), \qquad /9/$$

где $F(\eta)$ - левая часть уравнения /5/, т.е. $F(\eta_i)=0$, $f(\eta)$ - некоторая аналитическая функция. Рассмотрение можно провести для волновых функций начального состояния Ψ_i с произвольным числом ρ.

Возьмем для наглядности волновые функции в следующем виде:

$$\Psi_i(K_i^{\pi_i}) = \{ C_{\rho_1} a^+_{\rho_1} + C_{\rho_2} a^+_{\rho_2} + \sum_{g,\nu} D^g_\nu a^+_\nu Q^+_g \} \Psi_0 . \qquad /10/$$

Значок σ опущен в силу соображений, приведенных в связи с формулами /3/ и /3'/. Используя /6/, можно записать условие нормировки следующим образом:

$$1 = C^2_{\rho_1} \Big(1 + \sum_{g,\nu} (D^g_{\rho_1 \nu})^2\Big) + C^2_{\rho_2} \Big(1 + \sum_{g,\nu} (D^g_{\rho_2 \nu})^2\Big) +$$

$$+ 2 C_{\rho_1} C_{\rho_2} \sum_{g,\nu} D^g_{\rho_1 \nu} D^g_{\rho_2 \nu} \qquad /11/$$

Из /5/ и /6/ следует:

$$F'(\eta) = F_1'(\eta) F_2(\eta) + F_2'(\eta) F_1(\eta) - 2 V_{1,2}(\eta) V'_{1,2}(\eta)$$

$$-F'_{1,2}(\eta) = 1 + \sum_{g,\nu} (D^g_{\rho_{1,2} \nu})^2 \qquad /12/$$

$$-V'_{1,2}(\eta) = \sum_{g,\nu} D^g_{\rho_1 \nu} D^g_{\rho_2 \nu} .$$

Из соотношений /12/ и /16/ получаем

$$C^2_{\rho_1} = -\frac{F_2(\eta)}{F'(\eta)}; \quad C^2_{\rho_2} = -\frac{F_1(\eta)}{F'(\eta)}; \quad C_{\rho_1} C_{\rho_2} = -\frac{V_{1,2}}{F'(\eta)}. \qquad /13/$$

Следует подчеркнуть, что приведенные выше преобразования справедливы при значениях η, являющихся решениями уравнения /5/. Но в формулу /9/ как раз и входят эти значения η. На случай произвольного количества ρ соотношения /13/ можно обобщить так:

$$C_{\rho_k} C_{\rho_\ell} = -(-1)^{k+\ell} \frac{\Delta_{k,\ell}(\eta)}{F'(\eta)}, \qquad /14/$$

где $\Delta_{k,\ell}(\eta)$ - минор матрицы /5/ с вычеркнутыми k-столбцом и ℓ-строкой.

Для квадрата матричного элемента в формуле /8/ имеем /1/:

$$<f|\ \mathfrak{M}\ (E\lambda)|\,i>^2 = \sum_{k,\ell} C^{(i)}_{\rho_k} C^{(i)}_{\rho_\ell} f_{\rho_k}(\eta_i) f_{\rho_\ell}(\eta_i) \qquad /15/$$

$$f_{\rho_k}(\eta_i) = \sum_n C^{(f)}_{\rho_n} [\, f^{\lambda\mu}(\rho_k\rho_n) v_{\rho_k\rho_n}\, e\, e_{eff} + \sum_j (D^{(i)\lambda\mu j}_{\rho_k\rho_n} +$$

$$+ D^{(f)\lambda\mu j}_{\rho_n\rho_k}) M^{\lambda\mu j} + \sum_{g,\nu,\nu'} D^{(i)g}_{\rho_k\nu} D^{(f)g}_{\rho_n\nu'} f^{\lambda\mu}(\nu\nu') v_{\nu\nu'}\, e e_{eff}\,].$$

/15'/

Здесь использованы обозначения: e - электрический заряд протона; e_{eff} - эффективный заряд; $M^{\lambda\mu j}$ - матричный элемент однофононного перехода в четно-четном ядре; $C^{(i)}_{\rho_k}$, $D^{(i)g}_{\rho_k\nu}$, $C^{(f)}_{\rho_n}$, $D^{(f)g}_{\rho_n\nu'}$ - коэффициенты в волновых функциях соответственно Ψ_i и Ψ_f. Из уравнений /14/ и /15/ получаем требуемое соотношение /9/. Известно, что для аналитической функции сумма вычетов во всех полюсах, включая вычеты в бесконечности, равна нулю. Функцию /9/ можно представить, как сумму вычетов функции

$$S(z) = \frac{f(z)}{F(z)} \rho\,(z - \mathcal{E}) \qquad /16/$$

в полюсах первого порядка η_i, в которых $F(\eta)=0$. Следовательно, функция /9/ может быть получена, если известны вычеты функции комплексного переменного /16/ во всех остальных полюсах. Вычет в ∞ равен нулю, что видно из /5/ и /5$'$/. Функция $\rho(z-\mathcal{E})$ имеет два полюса первого порядка в точках

$$z_{1,2} = \mathcal{E} \pm i\Delta/2 . \qquad /17/$$

Сумма вычетов в этих двух полюсах имеет вид

$$\mathrm{res}_{z_1}\{S(z)\} + \mathrm{res}_{z_2}\{S(z)\} = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\left(\frac{f(z)}{F(z)}\rho(z-\mathcal{E})\right)_{z=\mathcal{E}+i\Delta/2} . \qquad /18/$$

Теперь осталось рассмотреть полюса функции f(z) из /16/. Эту функцию , следуя /14/, /15/ и /15$'$/, можно записать так:

$$f(z) = -\sum_{k,\ell}(-1)^{k+\ell}\,\Lambda_{k,\ell}(z)\,f_{\rho_k}(z)\,f_{\rho_\ell}(z). \qquad /19/$$

Из вида функций $\Lambda_{k,\ell}(z)$ и $f_{\rho_k}(z)$ следует, что оставшиеся полюса находятся в точках действительной оси

$$\eta_0 = \epsilon(\nu_0) + \omega(g_0) . \qquad /20/$$

Можно показать, что в указанных точках полюса имеют первый порядок и вычеты в этих полюсах имеют вид:

$$\mathrm{res}_{\eta_0}\{S(z)\} = \rho(\epsilon(\nu_0)+\omega(g_0) - \mathcal{E})\}\sum_n C^{(f)}_{\rho_n}\,[\delta(g_0,\lambda\mu j)\times$$

$$\times\delta(\nu_0,\rho_k)M^{\lambda\mu j} + \sum_{g,\nu,\nu'} D^{(f)g}_{\rho_n\nu}\,f^{\lambda\mu}(\nu\nu')\,ee_{eff}\,v_{\nu\nu'}\times$$

$$\times\delta(g,g_0)\delta(\nu',\nu_0)]\}. \qquad /21/$$

Таким образом, искомую силовую функцию электромагнитного перехода можно рассчитать по формуле

$$\overline{B_\Lambda}(E\lambda,\mathcal{E}) = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\left(\frac{f(z)}{F(z)}\rho(z-\mathcal{E})\right)_{z=\mathcal{E}+i\Delta/2} +$$

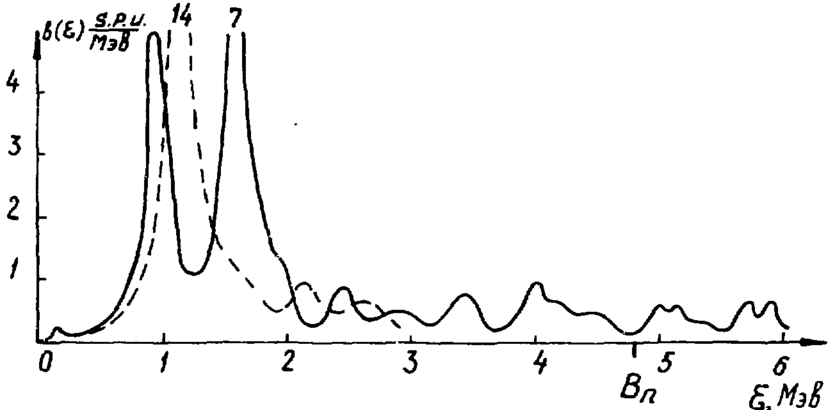
$$/22/$$

$$+\sum_{\eta_0}\mathrm{res}_{\eta_0}\left\{\frac{f(z)}{F(z)}\rho(z-\mathcal{E})\right\}.$$

где все входящие величины задаются соотношениями /5/, /15/, /19/ и /21/.

Из определения $\overline{B}_\Lambda(E\lambda, \mathcal{E})$ и из того, что $\rho(\eta-\mathcal{E})$-непрерывная, нормированная на единицу функция, следует, что интеграл от функции /22/ по какому-либо энергетическому интервалу равен приведенной вероятности переходов из состояний, находящихся в этом интервале.

На рисунке приведен расчет для ^{239}U силовой функции $E2$-переходов с уровней $K^\pi = 1/2^+$ на основное состояние $K^\pi = 5/2^+$. В расчетах учитывалось 50 нейтронных и столько же протонных уровней среднего поля. Параметр усреднения Λ = 0,2 *МэВ*. Для сравнения пунктиром приведена аналогичная величина $\overline{B}_\Lambda(E2, \mathcal{E})$ для переходов с состояний $K^\pi = 2^+$ на основное состояние в ядре ^{238}U. Взяв Λ значительно меньшим расстояния между состояниями с данным K^π, можно определить приведенную вероятность переходов между такими состояниями. Если Λ больше среднего расстояния между уровнями, то, как указывалось выше, расчет дает силу перехода из всех состояний выбранного энергетического интервала. В соответствии с этим пики, которые видны на рисунке при $\mathcal{E}$ > 3 *МэВ*, соответствуют переходам из групп состояний.



Силовая функция $E2$ *-переходов с* $\Delta K=2$ *для* ^{238}U *и* ^{239}U.

Таблица

E2-переходы $K^{\pi} = 1/2^{+} \to K^{\pi} = 5/2^{+}$ в ^{239}U

Энергии состояний, *кэВ*		$B(E2)_{s.p.u.}$
Теория	Эксперимент	
170	133	$0{,}2 \; 10^{-2}$
980	700	1,7
$/4{,}8 - 5{,}3/.10^{3}$	-	0,18

В таблице даны приведенные вероятности как для переходов из индивидуальных состояний, так и для переходов из энергетического интервала.

Расширив базис одночастичных уровней, можно провести исследование гигантских резонансов в нечетных ядрах. Рассмотренный метод исследования электромагнитных переходов применим и для четно-четных деформированных ядер /изменится лишь конкретный вид полюсов и вычетов в этих полюсах/. Можно распространить его и на сферические ядра.

В заключение благодарим В.Г.Соловьева за полезные обсуждения и внимание к работе.

Литература

1. *В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. М., Наука, 1971.*
2. *S.T.Belyaev. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 31, no. 11 /1959/; L.S.Kisslinger, R.A.Sorensen. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 32, no. 9 /1960/. А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., Наука, 1965;*
3. *Е.П.Григорьев, В.Г.Соловьев. Структура четных деформированных ядер. М., Наука, 1974; И.Н.Михайлов, Е.Наджаков, Д.Караджов. ЭЧАЯ, 4, 311 /1973/; N.I.Pyatov, Ark.Fys., 36, 667 /1967/; F.A.Gareev, S.P.Ivanova, L.A.Malov, V.G.Soloviev. Nucl. Phys., A171, 134 /1971/;*

Ф.А.Гареев, С.П.Иванова, В.Г.Соловьев, С.И.Федотов. ЭЧАЯ, 4, 375 /1973/.

4. *О.Бор, Б.Моттельсон. Структура атомного ядра., М., Мир , 1971.*

Рукопись поступила в издательский отдел
1 апреля 1976 года.