ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P4 - 9635

Р.В.Джолос, В.П.Пермяков, Г.Шульц

НЕАДИАБАТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

1976

P4 - 9635

Р.В.Джолос, В.П.Пермяков, Г.Шульц*

НЕАДИАБАТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Направлено в ЯФ

* Центральный институт ядерных исследований, Россендорф, ГДР.

1. Введение

При анализе процессов с участием тяжелых ионов упругий канал реакции, как правило, используется для установления параметров оптического потенциала. С этой целью анализируются экспериментальные данные по рассеянию в широком угловом интервале. Таким образом, на основе имеющегося экспериментального материала удалось в ряде случаев установить параметры оптического потенциала, которые, в среднем, передают также и основные черты неупругого /возбуждение низколежащих состояний/ рассеяния сложных ядер [1,2].

Дальнейшим обобщением оптической модели является приближение сильной связи каналов, которое включает одновременно как упругое, так и неупругое рассеяние [3]. Расчеты, выполненные на основе метода сильной связи каналов, показали, что включение в рассмотрение неупругих каналов приводит к существенной перенормировке параметров оптического потенциала, установленных для процессов упругого рассеяния [4]. В принципе, этот подход можно было бы попытаться применить и к проблемам взаимодействия сложных ядер. Однако известно, что в реакциях с участием тяжелых ионов с большой вероятностью реализуются процессы, соответствующие значительным энергиям возбуждения /десятки и сотни *МэВ*/. Этим энергиям соответствует громадная плотность состояний ядер, что делает практически невозможным использование метода сильной связи каналов.

По-видимому, наиболее приемлемым путем преодоления возникающих трудностей было бы получение из квантово-механического многочастичного уравнения движения классического уравнения, включающего диссипативные силы /силы трения/. Ряд попыток [5–8] был уже предпринят, однако проблема является сложной и не имеет до сих пор убедительного решения.

В данной работе проведен анализ влияния связи внутренних степеней свободы ядер с относительным движением на эффективный гамильтониан, описывающий взаимодействие ядер и зависящий только от радиуса-вектора $\vec{R}$, соединяющего центры масс. С этой целью при помощи преобразования над координатами, описывающими как относительное движение, так и внутренние колебания в ядрах, достигается приближенное разделение переменных в уравнении Шредингера. В итоге получено радиальное уравнение Шредингера с перенормированными приведенной массой, потенциалом и коллективными параметрами ядер. Это дает нам возможность исследовать поведение эффективного гамильтониана в зависимости от $\vec{R}$,а также величины возникающих перенормировок коллективных параметров, характеризующих как процесс столкновения, так и внутренние состояния ядер.

2. *Гамильтониан*

Гамильтониан, описывающий систему из двух взаимодействующих сложных ядер, определим следующим образом:

$$\hat{H} = \hat{T}_{\text{кин.}} + H_0 + H_{\text{вз.}}\,, \qquad /1/.$$

где $\hat{T}_{\text{кин}}$ - оператор кинетической энергии относительного движения, H_0 описывает внутреннее движение в ядрах, $H_{\text{вз}}$ - гамильтониан взаимодействия двух ядер.

Будем принимать во внимание лишь возбуждение низколежащих ядерных состояний, при описании которых можно ограничиться гармоническим приближением. Пусть α_j - динамические переменные, описывающие внутреннее движение в ядрах. Здесь j - совокупность квантовых чисел, включающая и индекс ядра. Тогда, для H_0 ,имеем:

$$\hat{H}_0 = -\frac{h}{2}\sum_j \omega_j \frac{\partial^2}{\partial a_j\, \partial a_j^*} + \frac{h}{2}\sum_j \omega_j a_j a_j^* . \qquad /2/$$

Гамильтониан взаимодействия запишем следующим образом [9]:

$$H_{вз} = \int V(\vec{R} + \vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{\rho}^{(1)}(\vec{r}_1)\hat{\rho}^{(2)}(\vec{r}_2)\,d\vec{r}_1\,d\vec{r}_2 \ . \qquad /3/$$

В этом выражении $\vec{R}$ - расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер; $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ - векторы, откладываемые из центров соответствующих ядер; V - нуклон-нуклонный потенциал; $\hat{\rho}^{(1)}(\vec{r}_1)$, $\hat{\rho}^{(2)}(\vec{r}_2)$ - одночастичные матрицы плотности двух ядер, которые можно представить в виде ряда по степеням a_j :

$$\hat{\rho}^{(i)}(\vec{r}_i) = \rho_0^{(i)}(\vec{r}_i) + \sum_j \rho_j^{(i)}(\vec{r}_i)a_j + \sum_{jk}\rho_{jk}^{(i)} a_j a_k + \ldots . \qquad /4/$$

Здесь $\rho_0^{(i)}(\vec{r}_i)$ - средняя плотность распределения нуклонов в ядре. В разложении /4/ мы пренебрегли зависимостью от $\partial/\partial a_j$. Это не принципиально, однако существенно упрощает выкладки.

Подставляя /4/ в /3/, получаем:

$$H_{вз} = U_0(\vec{R}) + \sum_j U_j(\vec{R})a_j + \sum_{jk} U_{jk}(\vec{R})a_j a_k + \ldots, \qquad /5/$$

где:

$$U_0(\vec{R}) = \int V(\vec{R} + \vec{r}_1 - \vec{r}_2)\rho_0^{(1)}(\vec{r}_1)\rho_0^{(2)}(\vec{r}_2)\,d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

$$U_j(\vec{R}) = \int V(\vec{R} + \vec{r}_1 - \vec{r}_2)[\rho_0^{(1)}(\vec{r}_1)\rho_j^{(2)}(\vec{r}_2) + \rho_0^{(2)}(\vec{r}_2)\rho_j^{(1)}(\vec{r}_1)]d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

и т.д.

Отметим, что присутствие в гамильтониане /1/ членов типа $U_j(\vec{R})\,a_j$ означает, что параметры a_j флуктуируют не относительно нулевого значения как в свободном ядре, а относительно конечного значения, определяемого функцией $U_j(\vec{R})$. Это отражает тот факт, что основное состояние системы, описываемой динамическими переменными a_j, во внешнем поле иное, чем в его отсутствие.

3. Преобразование координат

Имея в виду в дальнейшем задачу приближенного разделения переменных в уравнении Шредингера, сделаем следующие преобразования координат:

$$R_\nu = \Phi_\nu(r,\beta) = r_\nu + \sum_j \Phi_{\nu j}(r)\beta_j \ , \qquad \nu = 0, \pm 1,$$

$$a_j = F_j(r,\beta) = F_j^{(1)}(r) + \sum_k F_{jk}^{(2)}(r)\beta_k \ . \qquad /6/$$

Здесь R_ν - сферические компоненты радиус-вектора. В соотношениях /6/ r_ν, β_j - новые динамические переменные, описывающие соответственно радиальное движение и внутренние колебания в ядрах. На асимптотике $(R\to\infty)$, $r_\nu \to R_\nu$ - радиус-вектор относительного расстояния между центрами масс сталкивающихся ядер, $\beta_j \to a_j$.

Функции $\Phi_{\nu j}(\vec r)$, $F_\mu^{(1)}(\vec r)$, $F_{\mu k}^{(2)}(\vec r)$ определим так, чтобы в $\hat H$ отсутствовали:

а/ перекрестные члены вида $\dfrac{\partial^2}{\partial r_\nu \partial \beta_k}$,

б/ линейные по β_j слагаемые типа $\beta_j\, \chi_j(\vec r)$.

В результате гамильтониан /1/ примет вид:

$$\hat H = -\frac{h^2}{2}\sum_{\nu\nu'}\frac{\partial}{\partial r_\nu} M^{-1}_{\nu\nu'}\frac{\partial}{\partial r_{\nu'}} + \tilde U(\vec r) - \frac{h}{2}\sum_j \omega_j \frac{\partial}{\partial\beta_j \partial\beta_j^*} +$$

$$+ \frac{h}{2}\sum_{jk}\Omega_{jk}(r)\beta_j\beta_k + \dots \ . \qquad /7/$$

Матрица $M_{\nu\nu'}$ /обратная $M^{-1}_{\nu\nu'}$, играющая в /7/ роль тензора массы/ становится зависящей от $\vec r$ и внутренних динамических переменных β_j и имеет вид:

$$(-)^\nu M_{\nu'-\nu} = M\delta_{-\nu\nu'}(-)^\nu + \frac{h}{\omega}\sum_j \frac{\partial F_j^{(1)}}{\partial r_\nu}\frac{\partial F_{-j}^{(1)}}{\partial r_{\nu'}} -$$

$$-\frac{2h}{\omega}\sum_\lambda (-)^\lambda \frac{\partial^2 F_{-\mu}^{(1)}}{\partial r_\nu \partial r_{\nu'}}\Phi_{\lambda k}\beta_k +$$

$$+M\sum(-)^{i}\frac{\partial F^{(2)}_{ik}}{\partial r_\nu}\frac{\partial F^{(2)}_{-ik'}}{\partial r_{\nu'}}\beta_k\beta_{k'}+$$

$$+\frac{h}{\omega}\sum_\lambda(-)^\lambda\frac{\partial\Phi_{\lambda k}}{\partial r_\nu}\frac{\partial\Phi_{-\lambda k'}}{\partial r_{\nu'}}\beta_k\beta_{k'}\,. \qquad /8/$$

Здесь М - приведенная масса.

Функция $\Omega_{jk}(r)$, определяющая перенормировку потенциальной энергии внутреннего гамильтониана, определяется соотношением:

$$\Omega_{jk}=\frac{1}{2}\sum_\nu\frac{\partial^2U_0}{\partial r_\nu^2}\Phi_{\nu j}\Phi_{\nu k}+\sum_{\nu\ell}\frac{\partial U_\ell}{\partial r_\nu}\Phi_{\nu j}F^{(2)}_{\ell k}+\frac{1}{2}\sum\frac{\partial^2U_\ell}{\partial r_\nu^2}\Phi_{\nu j}\Phi_{\nu k}F^{(1)}_\ell+$$

$$+\sum_{\ell\ell'}U_{\ell\ell'}F^{(2)}_{\ell j}F^{(2)}_{\ell' k}+\frac{1}{2}\sum_{\nu\ell\ell'}\frac{\partial^2U_{\ell\ell'}}{\partial r_\nu^2}\Phi_{\nu j}\Phi_{\nu k}F^{(1)}_\ell F^{(1)}_{\ell'}+$$

$$+2\sum_{\nu\ell\ell'}\frac{\partial U_{\ell\ell'}}{\partial r_\nu}\Phi_{\nu k}F^{(1)}_{\ell'}F^{(2)}_{\ell j}+\frac{h}{2}\sum_\lambda\omega_\lambda(-)^\lambda F^{(2)}_{\lambda j}F^{(2)}_{\lambda k}\,. \qquad /9/$$

4. *Определение функций преобразования* $\Phi_{\nu j}$, $F^{(1)}_\mu$, $F^{(2)}_{\mu k}$

Как уже отмечалось выше, функции преобразования $\Phi_{\nu j}$, $F^{(1)}_\mu$, $F^{(2)}_{\mu k}$ определяются из условий отсутствия в гамильтониане перекрестных членов вида $\frac{\partial^2}{\partial r_\nu\partial\beta_k}$ и членов, линейных по β. Из первого условия следует:

$$\Phi_{j\mu}=-\frac{h}{M\omega}(-)^j\sum_\lambda(-)^\lambda F^{(2)}_{\lambda\mu}\frac{\partial F^{(1)}_{-\lambda}}{\partial r_{-j}}$$

$$M\sum_i(-)^i\Phi_{i\mu}\Phi_{-i\nu}+\frac{h}{\omega}\sum_\lambda(-)^\lambda F^{(2)}_{\lambda\mu}F^{(2)}_{-\lambda\nu}=\frac{h}{\omega}(-)^\mu\delta_{-\mu\nu}\,. \qquad /10/$$

Из второго условия получаем:

$$\hbar\omega F^{(1)} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{2\pi}} R_0 \frac{U'_{вз}}{r} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{15}{2\pi}} \frac{\hbar R_0}{M\omega} U'_{вз} F^{(1)} (F^{(1)} +$$

$$+ r^2 F^{(1)\prime}) = 0. \qquad /11/$$

Точный вид функций преобразования $\Phi_{\nu j}$, $F^{(1)}_{\mu}$, $F^{(2)}_{\mu k}$ можно определить, задав явный вид потенциала взаимодействия и конкретизировав динамические переменные, описывающие внутренние колебания в ядрах.

Пусть динамические переменные a_j описывают квадрупольные колебания в ядрах, а в качестве потенциала $H_{вз}$ между сложными ядрами примем кулоновское взаимодействие в линейном по параметру квадрупольной деформации приближении.

Тогда для этого случая имеем:

$$R_\nu = r_\nu + \sum_L (\beta \Phi_L)_{1\nu}$$

$$a_\mu = F^{(1)}_\mu + \sum_L (\beta F^{(2)}_L)_{2\mu}, \qquad \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \qquad /12/$$

где:

$$\Phi_{LM}(\vec{r}) = \Phi_1(r^2) C^{1\nu'}_{1L2M} r_{\nu'} + \Phi_2(r^2) C^{2\nu'}_{1L2M} [rr]_{2\nu'} +$$

$$+ \Phi_3(r^2) [rrr]_{3\nu'}$$

$$F^{(1)}_\mu(\vec{r}) = [rr]_{2\mu} F^{(1)}(r^2)$$

$$F^{(2)}_{jk}(\vec{r}) = \sum_{\ell=0}^{4} C^{\ell m}_{2j\,2k} F^{(2)}_\ell (r^2) [r \ldots r]_{\ell m}. \qquad /13/$$

Здесь квадратные скобки $[\ ]_{\ell m}$ означают векторную связь. В *Приложении* приведены уравнения для определения функций преобразования координат.

Для определения эффектов перенормировок в кинетической части энергии столкновения необходимо знать матрицу $M^{-1}_{\eta\eta'}$. Не зависящая от внутренних переменных $M^{(0)-1}_{\eta\eta'}$ часть этой матрицы имеет вид:

$$M^{(0)^{-1}}_{\eta\eta'} = \frac{1}{(1+2r^2F^{(1)}(r)^2)}(-)^{\eta}\delta_{-\eta\eta'} -$$

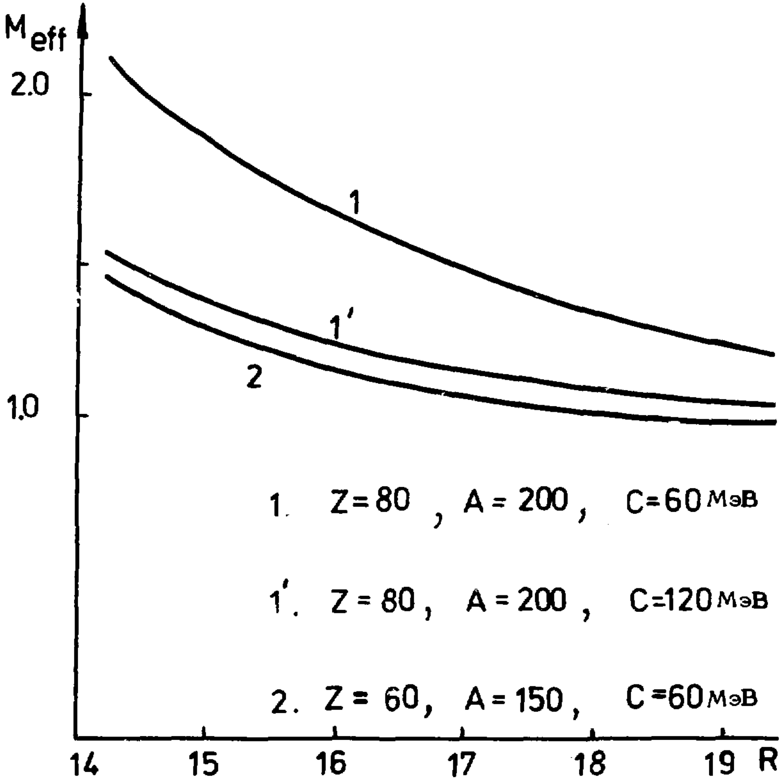
$$- \frac{1}{(1+2r^2F^{(1)2})\{1+\frac{3}{8}\frac{1+2r^2F^{(1)2}}{(\frac{1}{2}F^{(1)}+r^2F^{\omega'})^2}\}} r_{\eta}r_{\eta'} \qquad /14/$$

5. Обсуждения и результаты

Остановимся на ряде физических следствий из полученных результатов. Из соотношения /7/ следует, что переменные β_j флуктуируют относительно нулевого значения и могут считаться малыми /если собственные значения матрицы Ω_{jk} не становятся слишком маленькими/. Это означает, что преобразованием /6/ учитывается адиабатическая часть процесса столкновения двух сложных квантовых систем [10], т.е. та часть процесса, которая не содержит реальных возбуждений системы.

Далее, в результате выполненных над гамильтонианом преобразований, приведенная эффективная масса μ перенормируется и становится функцией от координат относительного движения, углов рассеяния и внутренних переменных, возрастающей по мере сближения ядер. В этой связи отметим результаты расчета массового коэффициента для квадрупольной деформации для процесса деления [11]. Массовый коэффициент $B_{\lambda\lambda}$, как функция квадрупольной деформации, переходит в приведенную массу M делящегося ядра для $R>2R_0$, где $2R_0$- расстояние между центрами масс образовавшихся осколков деления. Для $R<2R_0(\rho<\beta^{\text{крит.}}_{\text{деформ.}})$, массовый коэффициент $B_{\lambda\lambda}$ существенно превышает величину μ.

И последнее значение. Потенциальная энергия внутренних колебаний перенормируется и становится зависящей от R, а именно: в зависимости потенциальной энергии от R и приведенной массы от внутренних пере-



Зависимость приведенной массы M от R для двух реакций.

менных ξ_j содержится источник реального возбуждения ядра в результате процесса столкновения.

Оценим величину перенормировки приведенной эффективной массы μ и радиального потенциала взаимодействия двух сложных ядер, учитывая связь внутренних квадрупольных колебаний в ядрах с энергией относительного движения. При этом рассматриваем диагональную часть матрицы $M^{-1}_{\nu\nu'}$ и пренебрегаем ее зависимостью от β.

На *рисунке* показаны результаты расчета для двух реакций. Видно, что величина эффекта не мала и существенно зависит от зарядов и массовых чисел взаимодействующих ядер, а также от коллективных характеристик ядер.

Что касается перенормировки эффективного радиального потенциала взаимодействия, то основной вклад в изменение $V_{эфф}$ дает член типа $\gamma^2/C \cdot R^6$, где $\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{5} Z^2 e^2 R_0^2$, R_0 - радиус ядра, C - эффективная жесткость системы. Этот результат ранее был получен Брейтом /12/, а интерпретация и возможные проявления изменения величины кулоновской энергии на высоту кулоновского барьера взаимодействующих ядер даны в работе /13/.

Авторы признательны участникам семинара по теории ядра ЛТФ за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Как это следует из /10/, уравнения для функций преобразования имеют вид:

$$\Phi_1 = \frac{h}{M\omega} F^{(1)} \left(2\sqrt{\frac{5}{3}} F_0^{(2)} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{5}}\, r^2 F_2^{(2)} \right) +$$

$$+ r^2 \frac{h}{M\omega} F^{(1)\prime} \left(\frac{4}{\sqrt{15}} F_0^{(2)} - \frac{8}{3\sqrt{35}} r^2 F_2^{(2)} + \frac{16}{35\sqrt{3}} r^4 F_4^{(2)} \right)$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{h}{M\omega} F^{(1)} F^{(2)} - 2\sqrt{\frac{2}{7}} \frac{h}{M\omega} r^2 F^{(1)} F_3^{(2)}$$

$$\Phi_3 = \frac{h}{M\omega} \left(\frac{2}{3} F^{(1)} F_2^{(2)} - \frac{32}{3\sqrt{105}} r^2 F^{(1)} F_4^{(2)} + \frac{4}{3} r^2 F^{(1)\prime} F_2^{(2)} - \right.$$

$$\left. - \frac{8}{\sqrt{105}} r^4 F^{(1)\prime} F_4^{(2)} \right)$$

$$M\sum_{L}(-)^{L}\left(3\begin{Bmatrix}L & L & 0\\ 2 & 2 & 1\end{Bmatrix}[\Phi_L\Phi_L]_{00}+\frac{h}{\omega}5\begin{Bmatrix}L & L & 0\\ 2 & 2 & 2\end{Bmatrix}[F^{(2)}_L F^{(2)}_L]_{00}=\sqrt{5}\,\frac{h}{\omega}\right.$$

$$M\sum_{LL'}(-)^{L}\left(3\begin{Bmatrix}L & L' & 1\\ 2 & 2 & 1\end{Bmatrix}[\Phi_L\Phi_{L'}]_{1m}+\frac{h}{\omega}5\begin{Bmatrix}L & L' & 1\\ 2 & 2 & 2\end{Bmatrix}[F^{(2)}_L F^{(2)}_{L'}]_{1m}\right)=0$$

$$M\sum_{LL'}(-)^{L}\left(3\begin{Bmatrix}L & L' & 2\\ 2 & 2 & 1\end{Bmatrix}[\Phi_L\Phi_{L'}]_{2m}+\frac{h}{\omega}5\begin{Bmatrix}L & L' & 2\\ 2 & 2 & 2\end{Bmatrix}[F^{(2)}_L F^{(2)}_{L'}]_{2m}\right)=0$$

$$M\sum_{LL'}(-)^{L}\left(3\begin{Bmatrix}L & L' & 3\\ 2 & 2 & 1\end{Bmatrix}[\Phi_L\Phi_{L'}]_{3m}+\frac{h}{\omega}5\begin{Bmatrix}L & L' & 3\\ 2 & 2 & 2\end{Bmatrix}[F^{(2)}_L F^{(2)}_{L'}]_{3m}\right)=0$$

$$M\sum_{LL'}(-)^{L}\left(3\begin{Bmatrix}L & L' & 4\\ 2 & 2 & 1\end{Bmatrix}[\Phi_L\Phi_{L'}]_{4m}+\frac{h}{\omega}5\begin{Bmatrix}L & L' & 4\\ 2 & 2 & 2\end{Bmatrix}[F^{(2)}_L F^{(2)}_{L'}]_{4m}\right)=0$$

$$h\omega F^{(1)}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\,R_0\frac{U'_{вз}}{r^2}-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\,\frac{hR_0}{M\omega}RU'_{вз}F^{(1)}\left(F^{(1)}+r^2F^{(1)\prime}\right)=0$$

Литература

1. *П.Е.Ходгсон. Оптическая модель упругого рассеяния. Атомиздат, 1966.*
2. *Proc. Third Conf. on Reactions between Complex Nuclei, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1963.*
3. *Х.Вибике, В.К.Лукьянов, Г.Шульц. ЭЧАЯ, 3, 993, 1972.*
4. *Г.Шульц. Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, 433, Дубна, 1972.*
5. *D.H.EGross and H.Kalinowski. Phys.Lett., 40B, 302, 1974.*
6. *K.K.Kan and J.J.Griffin. Phys.Lett., 50B, 241, 1974.*
7. *D.H.E.Gross. Nucl.Phys., A240, 472, 1975.*
8. *J.Bondorf, M.I.Sobel and D.Sperber. Phys.Rep., C, vol. 15, No. 2, 1974.*
9. *D.M.Brink and N.Rowley. Nucl.Phys., A219, 79,1974.*
10. *Р.В.Джолос, В.П.Пермяков. ОИЯИ, Р4-8416, Дубна, 1974.*
11. *В.М.Струтинский. Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972.*
12. *G.Breit et al. Phys.Rev., 87, 74, 1952.*
13. *Б.Н.Калинкин. ЭЧАЯ, 2, 387, 1971.*

Рукопись поступила в издательский отдел
23 марта 1976 года.