

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-441

P4-96-441

В.К.Лукиянов, С.И.Федотов

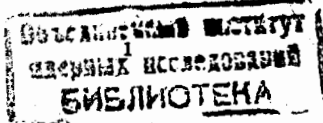
ЭФФЕКТЫ ОТДАЧИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ НУКЛОНОВ
В ЯДРО-ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

Направлено в журнал «Известия РАН, серия физическая»

1996

Введение

При теоретическом анализе прямых ядерных реакций передачи нуклонов обычно используется метод искаженных волн (МИВ). Чтобы вычислить соответствующие амплитуды реакций - шестимерные интегралы, приходится использовать те или иные физические приближения, которые обычно позволяют упростить задачу, а также снять чисто технические трудности в проведении численных расчетов. Например, для реакций передачи нуклона из падающего дейтрона ядру мишени типичным является использование так называемого приближения нулевого радиуса взаимодействия нуклонов в дейтроне, которое сводит задачу к трехмерному интегралу. В то же время оно исключает возможность учета эффекта отдачи, то есть изменения положения центра тяжести системы в ходе реакции. К сожалению, невозможно найти физические основания для использования этого приближения в реакциях с тяжелыми ионами, когда радиус падающих ядер достаточно велик. Точно так же нельзя априорно утверждать о малом вкладе эффектов отдачи, особенно в случае наиболее типичных реакций с передачей кластеров или нескольких нуклонов. В то же время для тяжелых ионов промежуточных энергий порядка нескольких десятков Мэв на нуклон оказывается возможным развивать теорию на базе других приближений, свойственных именно данным задачам. Это прежде всего условия квазиклассики $kR \gg 1$ и высокой энергии



$E \gg |V|$. Развитый на этой основе метод высокоэнергетического приближения (ВЭП) [1] позволил построить довольно простого вида трехмерные искаженные волны относительного движения частиц в каналах реакции, а также разработать методы расчета соответствующих матричных элементов, типичных для прямых процессов столкновения частиц. В работах [2, 3] ВЭП был впервые применен к задачам однонуклонных передач в реакциях с тяжелыми ионами сначала в приближении нулевого радиуса падающих частиц с целью получения явных аналитических выражений для сечений реакций передач. Далее, в работе [4] была решена более сложная задача, типичная для тяжелых ионов, а именно – предложен метод учета конечного радиуса взаимодействия, что позволило достаточно хорошо описать экспериментальные данные, в том числе и абсолютные величины сечений.

В настоящей работе сделан следующий шаг – в рамках ВЭП предлагается довольно простой метод учета эффекта отдачи в реакциях передачи с тяжелыми ионами.

Амплитуда реакции с учетом эффекта отдачи

Будем для конкретности рассматривать прямой подхват частицы или кластера x в реакции $aA \rightarrow bB$ с $A = x + B$, $b = a + x$. Её амплитуда в МИБ определяется искаженными волнами, которые при условиях $kR \gg 1$, $E \gg V$ мы задаем в виде [1]:

$$\Psi_{\vec{k}_i}^{(+)} = e^{i(\vec{k}_i - \vec{q}_{ci}/2)\vec{r}_i} e^{i\Phi_i(\vec{k}_i, \vec{r}_i)}, \quad \Psi_{\vec{k}_f}^{(-)*} = e^{-i(\vec{k}_f + \vec{q}_{cf}/2)\vec{r}_f} e^{i\Phi_f(\vec{k}_f, \vec{r}_f)}, \quad (1)$$

где фазы Φ есть интегралы от соответствующих оптических потенциалов вдоль классических траекторий движения ядер, а r_i и r_f – радиус-векторы рассеиваемых частиц входного и выходного каналов реакции:

$$\vec{r}_i = \frac{\mu_B}{\mu_A} \vec{r}_{aB} + \frac{\mu_x}{\mu_A} \vec{r}_{ax}, \quad \vec{r}_f = \vec{r}_{aB} - \frac{\mu_x}{\mu_b} \vec{r}_{ax}. \quad (2)$$

Если не учитывать эффект отдачи, то есть пренебрегать в (2) членами, пропорциональными $\frac{\mu_x}{\mu_A}$ и $\frac{\mu_x}{\mu_b}$, то векторы координат $\vec{r}_i = \frac{\mu_B}{\mu_A} \vec{r}_{aB}$ и $\vec{r}_f = \vec{r}_{aB}$ оказываются параллельными – упрощение, которое позволяет избежать дополнительного интегрирования по угловым переменным. Чтобы учесть эффект отдачи, в (2) необходимо сохранить члены, пропорциональные μ_x , массе передаваемой частицы. Однако в случае тяжелых ионов при этом

можно считать, как это делалось в работе [4] при учете эффектов конечного радиуса, что сами векторы \vec{r}_i и \vec{r}_f остаются приблизительно параллельными и передача частицы происходит, таким образом, вдоль прямой, соединяющей центры тяжести сталкивающихся ядер. Это означает, что

$$\vec{r}_i \uparrow \uparrow \vec{r}_f \uparrow \uparrow \vec{r}_{aB} = \vec{r}, \quad \vec{r} \downarrow \downarrow \vec{r}_{ax} = \vec{r}_2. \quad (3)$$

Тогда, подставляя выражения (2) только в плоскотоволновые части искаженных волн (1), которые дают основной вклад в амплитуду реакции при $kR \gg 1$, получаем их произведение $\Psi_{\vec{k}_f}^{(-)*} \Psi_{\vec{k}_i}^{(+)}$ в виде, аналогичном тому, что было дано в [2-4], плюс дополнительный член в фазе $\vec{p}\vec{r}_2$, пропорциональный массе переданной частицы. Это последнее и составляет предмет исследования при изучении эффектов отдачи. Итак, теперь в амплитуду подхвата входит комбинация вида

$$\Psi_{\vec{k}_f}^{(-)*} \Psi_{\vec{k}_i}^{(+)} = \exp[i(\vec{q}\vec{r} + \vec{p}\vec{r}_2 + \vec{\Phi}(\vec{r})], \quad (4)$$

где

$$\vec{q} = \frac{\mu_B}{\mu_A} \vec{k}_i - \vec{k}_f - \frac{\mu_B}{\mu_A} \frac{\vec{q}_{ci}}{2} - \frac{\vec{q}_{cf}}{2}, \quad (5)$$

$$\vec{p} = \frac{\mu_x}{\mu_A} \vec{k}_i + \frac{\mu_x}{\mu_b} \vec{k}_f - \frac{1}{2} \frac{\mu_x}{\mu_A} \vec{q}_{ci} + \frac{1}{2} \frac{\mu_x}{\mu_b} \vec{q}_{cf}. \quad (6)$$

Далее, выбирая аналогично работе [4] систему координат с осями $oz \parallel \vec{q} \parallel \vec{q}_z$ и $ox \parallel \vec{K} = \vec{k}_i + \vec{k}_f$, получим выражение для амплитуды перехода в представлении, когда взаимодействие определяется потенциалом входного канала:

$$T_{bB, aA} = \int d\vec{r} e^{i\vec{\Phi}(\vec{r})} I(\vec{r}) Y_{l, m}^*(\hat{r}), \quad I(\vec{r}) = \int d\vec{r}_2 \phi_{l_2}^b(r-r_2) V(r_2) \phi_{l_1}^a(r_2) e^{i\vec{p}\vec{r}_2}, \quad (7)$$

где интеграл $I(\vec{r})$ учитывает как эффект конечного радиуса (если считать $\vec{p} = 0$), так и эффект отдачи (если $\vec{p} \neq 0$), а суммарная фаза

$$\vec{\Phi} = 2\vec{a}_0 + \beta_0 \sqrt{1 - \mu^2} \cos \varphi + \beta \mu + n_1 \mu^2 + c_1 \mu^3 + n_2 (1 - \mu^2) \cos^2 \varphi + c_2 \mu (1 - \mu^2) \cos^2 \varphi. \quad (8)$$

Здесь $\mu = \cos \theta$ и φ – переменные интегрирования ($d\vec{r} = -r^2 dr d\mu d\varphi$), а функции \vec{a}_0, n, c от переменной r , входящие в слагаемые фазы $\vec{\Phi}$, имеют такой же вид, как и в работе [3]. Кроме того из-за учета эффекта отдачи

в (8) появляется новый член $\beta_0 \sqrt{1 - \mu^2} \cos \varphi$ с $\beta_0 = (\frac{\mu_B}{\mu_A} - 1) \sqrt{1 - \alpha^2}$, и изменяется выражение для $\tilde{\beta} = \tilde{q}r = q_{ef}r + 2k_s \alpha r$, где теперь

$$q_{ef} = (2 - \frac{\mu_x}{\mu_A})k(\alpha - \alpha_c). \quad (9)$$

Здесь $\alpha = \sin \frac{\theta}{2}$, $\alpha_c = \sin \frac{\theta_c}{2}$, θ - угол рассеяния конечной частицы, а θ_c - предельный классический угол рассеяния $\approx \frac{|V|}{E}$.

Учтем, что $\tilde{r}(r, \tilde{\theta}, \tilde{\varphi}) \uparrow \tilde{r}_2(r_2, \tilde{\theta}_2, \tilde{\varphi}_2)$, то есть их углы в сферической системе координат связаны соотношениями $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_2 - \pi$ и $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_2 - \pi$. Тогда скалярное произведение $\tilde{p}\tilde{r}_2$ в (7) можно записать как

$$\tilde{p}\tilde{r}_2 = -q_0 r_2 \mu - (\frac{\mu_x}{\mu_A} + \frac{\mu_x}{\mu_b}) k r_2 \sqrt{1 - \alpha^2} \sqrt{1 - \mu^2} \cos \varphi, \quad (10)$$

где

$$\mu = \cos \tilde{\theta} = -\cos \tilde{\theta}_2, \quad q_0 = (\frac{\mu_x}{\mu_A} - \frac{\mu_x}{\mu_b}) k (\alpha - \alpha_c). \quad (11)$$

Сначала в (7) проинтегрируем по μ . Основной член в показателе экспоненты выражения (7), определяющий сильные осцилляции при углах рассеяния $\theta \gg \theta_c$, есть $\tilde{q}r$. Поэтому интегрирование можно провести по частям, пренебрегая членами порядка $(kR)^{-2}$ и выше. При $\mu = \pm 1$ зависимость подынтегральной функции от φ исчезает и тогда получаем:

$$T_{bB, Aa} = -i \frac{8\pi^2}{\tilde{q}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \left\{ \int r dr e^{i\tilde{q}(r)} I^-(r) + (-1)^l \int r dr e^{-i\tilde{q}(r)} I^+(r) \right\}, \quad (12)$$

где

$$I^\pm(r) = \int r_2^2 \phi_{l_2}^b(r - r_2) V(r_2) \phi_{l_1}^A(r_2) e^{\pm i q_0 r_2} dr_2. \quad (13)$$

Последнее выражение отличается от интеграла перекрытия конечного радиуса в [4] наличием множителя $e^{\pm i q_0 r_2}$, появившегося из-за учета эффекта отдачи.

Дифференциальное сечение реакции подхвата

В интеграл перекрытия (13) входят две одночастичные радиальные волновые функции связанного состояния передаваемого нуклона в начальном и конечном ядре. Как было показано в работе [4], удачной параметризацией для пика волновой функции одночастичного состояния

на периферии ядра, где и происходит прямая реакция передачи нуклона (кластера), является функция вида

$$\phi_{l_i}(r) = A_n \frac{1}{r} \cosh^{-2} \left(\frac{r - R_{l_i}}{2a_n} \right) \quad (14)$$

или сумма таких функций. Здесь R_{l_i} - положение максимума радиальной волновой функции в области ядерной поверхности, a_n - параметр ширины максимума. Учтем, что из-за периферического характера реакции основной вклад в интеграл дают области $r \sim R_l$, $r_{1,2} \sim R_{l_1, l_2}$, где $R_l = R_{l_1} + R_{l_2}$. Тогда можно, следуя работе [4], записать приближенное равенство:

$$\begin{aligned} \phi_{l_i}^A(r - r_2) &= \sum_k A_k \frac{1}{r - r_2} \cosh^{-2} \left(\frac{r - r_2 - R_{l_i}}{2a_k} \right) \approx \\ &\approx \sum_k A_k \frac{1}{r - r_2} \cosh^{-2} \left(\frac{r_2 - R_{l_2}}{2a_k} \right) \cosh^{-2} \left(\frac{r - R_l}{2a_k} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Если взять V в виде потенциала Вудса-Саксона, то (12) можно записать как

$$\begin{aligned} T_{bB, Aa} &= -i \frac{8\pi^2}{\tilde{q}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \frac{R_2}{R_1} \times \\ &\times \sum_{k,n} A_k A_n \int dr r \cosh^{-2} \left(\frac{r - R_l}{2a_k} \right) \{ e^{i\tilde{q}(r)} I_{l_2}^- - (-1)^l e^{-i\tilde{q}(r)} I_{l_2}^+ \}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$I_{l_2}^\pm = V_0 \int dr_2 \cosh^{-2} \left(\frac{r_2 - R_{l_2}}{2a_k} \right) \cosh^{-2} \left(\frac{r_2 - R_{l_2}}{2a_n} \right) \frac{\exp(\pm i q_0 r_2)}{1 + \exp(\frac{r_2 - R_{l_2}}{a_0})}. \quad (17)$$

Подынтегральное выражение в (17) имеет полюсные особенности в точках $r_{k(n)}^\pm = R_{l_2} \pm i\pi a_{k(n)}(2m+1)$, $m = 0, 1, 2, \dots$ и $r_0^\pm = R_0 \pm i\pi a_0(2m+1)$, $m = 0, 1, 2, \dots$, на комплексной r_2 -плоскости, что позволяет с помощью вычетов провести интегрирование и получить

$$\begin{aligned} I_{l_2}^\pm &= 2\pi i \left\{ -a_0 \frac{e^{\pm i q_0 R_0}}{\cosh^{-2} \left(\frac{R_0 - R_{l_2} \pm i\pi a_0}{2a_n} \right)} \frac{e^{-\pi a_0 q_0}}{\cosh^{-2} \left(\frac{R_0 - R_{l_2} \pm i\pi a_0}{2a_k} \right)} - \right. \\ &- 4a_n^2 \left[\frac{d}{dr_2} \left(\frac{e^{i q_0 r_2}}{\cosh^{-2} \left(\frac{r_2 - R_{l_2}}{2a_k} \right)} \frac{1}{1 + \exp(\frac{r_2 - R_{l_2}}{a_0})} \right) \right]_{r_{k(n)}^\pm} - \\ &\left. - 4a_k^2 \left[\frac{d}{dr_2} \left(\frac{e^{i q_0 r_2}}{\cosh^{-2} \left(\frac{r_2 - R_{l_2}}{2a_n} \right)} \frac{1}{1 + \exp(\frac{r_2 - R_{l_2}}{a_0})} \right) \right]_{r_{k(n)}^\pm} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в (16) и переходя на комплексную r -плоскость, можно выразить амплитуду реакции через вычеты в полюсах $r_k^\pm = R_l \pm i\pi a_k(2m+1)$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Тогда дифференциальное сечение подхвата принимает следующий явный вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 16V_0^2 \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{\hbar^4} \frac{k_\beta}{k_\alpha} \frac{2J_b + 1}{2J_a + 1} \frac{R_2^2}{R_1^2} e^{4B^w R_w} \sum_l S_l^A S_l^B (l_1 0 l_2 0 | l 0)^2 \left| \frac{1}{\bar{q}} \sum_{k,n} a_k^2 A_k A_n \times \right. \\ \left. \times (I_{l_2}^- [\sum_m e^{i\Phi(\bar{r})} (1 + i r \frac{d}{dr} \Phi(\bar{r}))]_{r_i^+} - (-1)^l I_{l_2}^+ [\sum_m e^{-i\Phi(\bar{r})} (1 - i r \frac{d}{dr} \Phi(\bar{r}))]_{r_i^-}) \right|^2. \quad (19)$$

Результаты расчетов и заключение

В рамках предложенного метода удается учесть одновременно эффекты отдачи и конечного радиуса взаимодействия. На этой основе для анализа роли эффектов отдачи были проведены расчеты подхвата x нуклонов в реакции ${}^3\text{He} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow ({}^{3+x}\text{He}) + ({}^{208-x}\text{Pb})$ при энергии $E = 47.5$ МэВ и 95 МэВ. Экспериментальные данные имеются для реакции передачи одного нуклона, когда $x = 1$ [5]. Мы же будем проводить ещё и методические расчеты с $x = 1, 3, 5, 10$, считая для простоты анализа одночастичные волновые функции всех передаваемых частиц одинаковыми. Для ядра-мишени Pb эти функции соответствуют оболочке $1i_{13/2}$, они вычислялись для потенциала Вудса-Саксона с параметрами $r_0 = 1.26 \text{ ф.м.}$, $a = 0.62 \text{ ф.м.}$, $V_0 = 42.8 \text{ МэВ.}$, $\kappa = 0.8 \text{ ф.м.}^2$. После этого их внешний пик параметризовался в виде (19). Это привело к значениям подгоночных коэффициентов $A_k = 0.648$ и $a_k = 0.58$. Одночастичная волновая функция $\phi_{l_2}^b(r_2)$ в ядре $({}^{3+x}\text{He})$ выбиралась в виде (14). Чтобы отделить структурные эффекты от эффектов механизма реакции, во всех рассмотренных ниже случаях как для передачи одного, так и для передачи нескольких нуклонов мы брали S -факторы равными 1.

Влияние эффекта отдачи проявляется через коэффициент q_0 (11), появившийся в результате учета дополнительного слагаемого $\vec{p}\vec{r}_2$ в фазе искажённых волн. Из выражения для q_0 видно, что эффект отдачи зависит от величины переданной массы частицы (кластера), энергии налетающего иона и угла рассеяния. Все эти зависимости хорошо проявляются в расчетах и видны на рис.1 и 2. Так, из сравнения кривых 1 и 2 на рис.1 видно, что в отсутствие отдачи сечения подхвата одного и даже 10

нуклонов практически совпадают. (Напомним, что структурные эффекты здесь не рассматриваются). И наоборот, при учете эффектов отдачи сечение подхвата, например, 10 нуклонов оказывается на порядок величины меньше сечения подхвата одного нуклона в области углов $\theta \approx 75^\circ$. Ещё более значительные проявления этого эффекта имеют место по мере роста энергии сталкивающихся ядер. На рис.2 видно, что с удвоением энергии до $E = 95$ МэВ разница сечений подхвата одного и 5 (или 10) нуклонов составляет 3 порядка величины при углах $65^\circ - 75^\circ$. При этом меняется сама форма углового распределения вторичных частиц. Рис.3 демонстрирует сравнение с экспериментом сечений указанной реакции при подхвате одного нейтрона. Как и следовало ожидать, в этом случае эффект отдачи незначителен и обе расчетные кривые 1 (без отдачи) и 2 (с отдачей) практически находятся в близком соответствии с имеющимися экспериментальными данными [5].

Итак, приведенные результаты показывают, что эффект отдачи существенно возрастает с увеличением переданной массы, энергии налетающего иона и угла рассеяния. Очевидно, что учет эффекта отдачи имеет важное значение при объяснении экспериментальных данных. Видно, что в рамках предложенного метода одновременного учета эффекта отдачи и конечного радиуса взаимодействия удается достаточно хорошо передать основные черты поведения экспериментальных сечений.

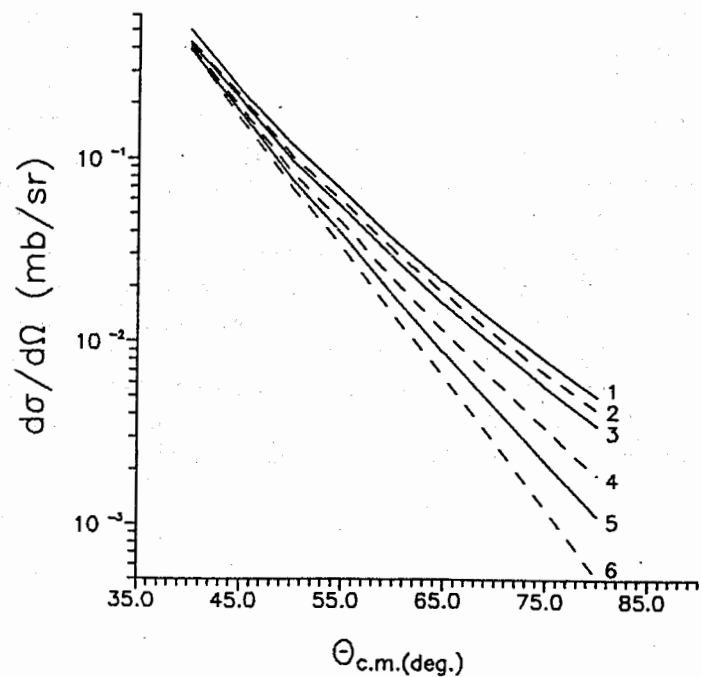


Рис.1 Дифференциальные сечения подхвата x нуклонов в реакции ${}^3\text{He} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow (3+x)\text{He} + (208-x)\text{Pb}$ при энергии $E = 47.5$ МэВ. Без учета эффекта отдачи: 1 - $x = 10$; 2 - $x = 1$. С учетом эффекта отдачи: 3 - $x = 1$; 4 - $x = 3$; 5 - $x = 5$; 6 - $x = 10$.

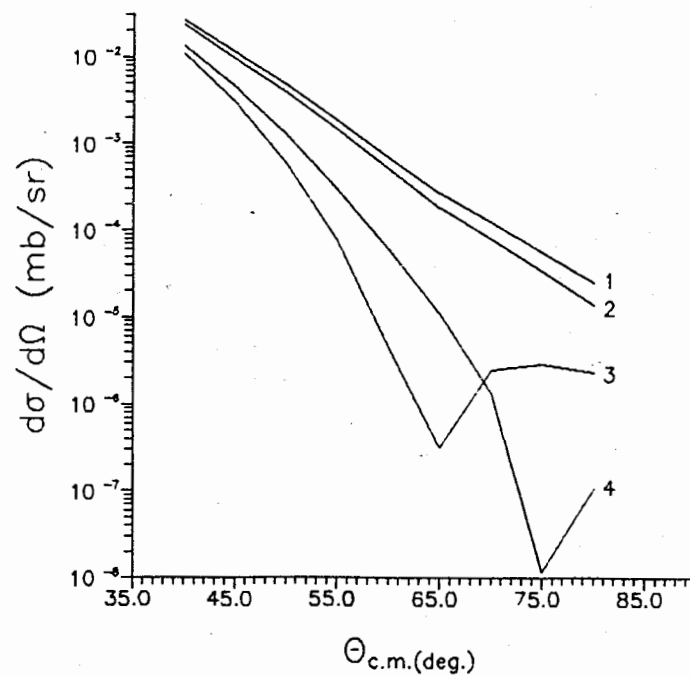


Рис.2 Дифференциальные сечения подхвата x нуклонов в реакции ${}^3\text{He} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow (3+x)\text{He} + (208-x)\text{Pb}$ при энергии $E = 95$ МэВ. Без учета эффекта отдачи: 1 - $x = 1$. С учетом эффекта отдачи: 2 - $x = 1$; 3 - $x = 10$; 4 - $x = 5$.

Литература

1. Лукьянов В.К. // ЯФ. 1995. Т.58. С.1955; Preprint JINR (Dubna), E4-314-94.
2. S.I.Fedotov, V.K.Lukyanov // JINR Rapid Comm., 4[67]-94, p.5, Dubna, 1994.
3. S.I.Fedotov, K.A.Gridnev, V.K.Lukyanov. // Preprint JINR, E4-94-354, Dubna, 1994; Gridnev K.A., Лукьянов В.К., Федотов С.И. // Изв. АН, сер.физ. 1995.Т.59(5). С.46;
4. Лукьянов В.К., Федотов С.И. // Изв. АН, сер.физ. 1995. Т.59(11). С.74.
5. G.R.Satchler. et al. //Phys.Rev. 1969. V.187. P.1491.

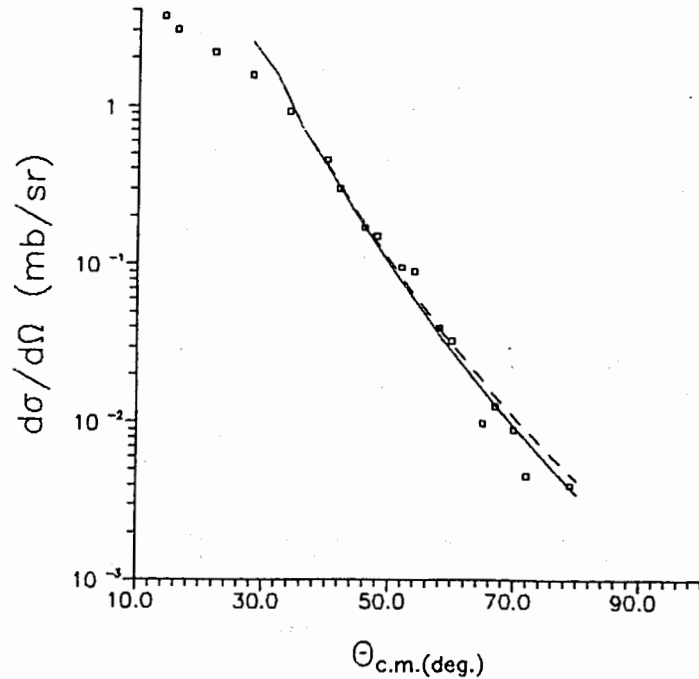


Рис.3 Дифференциальные сечения подхвата нуклона в реакции ${}^3\text{He} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^{207}\text{Pb}$ при энергии $E = 47.5$ МэВ. 1— без учета эффекта отдачи; 2— с учетом эффекта отдачи. Квадратики—экспериментальные данные из [5].

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1996 года.