СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-44

Р4-96-44

М.И.Широков

ИЗМЕРЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ И КВАНТОВОЕ РЕТРОСКАЗАНИЕ

1996

1. Введение

Существующая квантовая теория является фактически наукой, предсказывающей результаты будущих измерений, если известно начальное состояние [1]. В классической механике решаются также задачи ретросказания, например, вычисляются прошлые затмения Луны. Уравнение Шредингера тоже позволяет найти волновую функцию $\psi(t)$ (при условии, что задано состояние в момент t_0) как в случае $t > t_0$, так и в случае $t < t_0$ [2,3]. Однако квантовому ретросказанию препятствуют трудности, связанные с заданием квантового состояния, особенностями квантовых измерений и борновской вероятностной интерпретацией волновой функции. В частности, в борновской трактовке речь идет о вероятностях будущих случайных событий, но не прошлых (квантовым событием называется появление при измерении того или иного значения наблюдаемой).

Отметим, что проблема ретросказания не связана непосредственно с T- или CPT-инвариантностями, поскольку последние являются утверждениями о предсказательных амплитудах вероятности [4].

Подробно трудности квантового ретросказания обсуждаются в разделах 2 и 3 на примере двух возможных (но неудачных) подходов к этой проблеме.

В основу подхода раздела 2 положен принцип возможно более тесной аналогии с обычной постановкой квантовой предсказательной задачи: задано состояние физической системы в начальный момент времени t_i (i от initial), найти вероятности разных значений наблюдаемой при ее измерении в момент $t_f > t_i$ (f от final). Показывается, что для ретросказания вместо обычного измерения наблюдаемой требуется другая измерительная процедура. Возможным ее примером является обращенное во времени обычное измерение.Однако этот пример практически неосуществим ввиду необратимости обычного измерения наблюдаемой. Иная процедура предлагается в разделе 4.

В разделе 3 обсуждается подход Ватанабе [4,5,6,1], основанный на использовании понятия апостериорной вероятности (см. далее подраздел 3.1). Показывается, что использование этого понятия в квантовом случае неправомерно ввиду радикального отличия квантового испытания (измерения наблюдаемой) от испытания (розыгрыша) в классической теории вероятностей. Обсуждаются неприемлемые следствия этого подхода, одно из которых отмечал сам Ватанабе.

В разделе 4 предлагается реализация ретросказания, использующая измерение волновой функции, которое отличается от измерения наблюдаемой. Приводятся примеры измерения волновой функции и литература по этому вопросу. Это измерение позволяет заменить обычную постановку задачи квантового предсказания (обсуждаемую в разделе 2) более простой: задано начальное состояние ψ_i, в будущий момент t_f измеряется тоже состояние $\psi(t_f)$, а не наблюдаемая. Ретросказание, аналогичное этой новой постановке, иллюстрируется задачей: задано состояние в момент t_f, измеряется состояние в момент $t_i < t_f$. Более сложный вариант этого ретросказания см. в подразделе 4.4.

В разделе 5 предлагается приложение квантового ретросказания для проверки принципа причинности, утверждающего, что следствие может находиться лишь в будущем относительно своей причины.

2. Стандартная схема квантового предсказания и ее ретросказательный аналог

2.1. Обычная постановка квантовой задачи ретросказания такова. С помощью некоторой экспериментальной установки приготовляется начальное состояние физической системы S, так что в момент t_i состояние описывается волновой функцией ψ_i или матрицей плотности ρ_i. Приготовление происходит в интервале (t_i', t_i), $t_i' < t_i$ (см. рис. 1), и должно закончиться в момент t_i: после t_i система S не дол-

жна взаимодействовать с приготовляющей аппаратурой, так как эволюция после t_i должна описываться уравнением Шредингера $i\partial_t\psi(t) = H\psi(t)$ для изолированной S (гамильтониан H не содержит переменных приготовляющей аппаратуры). С помощью этого уравнения можно теоретически предсказать состояние S в момент $t_f > t_i$:

$$\psi(t_f) = \exp(-iH(t_f - t_i))\psi_i, \tag{1}$$

при условии, что в интервале (t_i, t_f) система S остается изолированной. Однако вместо $\psi(t_f)$ обычно измеряется некоторая наблюдаемая F, например, импульс системы. Это осуществляется путем взаимодействия S с измерительной аппаратурой. Оно должно начаться не раньше момента t_f (чтобы не мешать эволюции изолированной S) и закончиться в некоторый момент $t_f' > t_f$ (см. рис. 1).

Результатом измерения F будет реализация (после t_f) какого–то значения f наблюдаемой F (какое-то положение стрелки прибора). Происходит редукция (или коллапс) состояния S в одно из собственных состояний $|f\rangle$ наблюдаемой F, соответствующее f: $\psi(t_f) \to |f\rangle$. Появление f есть случайное событие. Многократные измерения с ансамблем из большого числа N_i систем S дадут число $N_i(f)$ систем, редуцировавших в $|f\rangle$, что позволяет найти вероятности разных значений f:

$$P(f \leftarrow i) = N_i(f)/N_i. \tag{2}$$

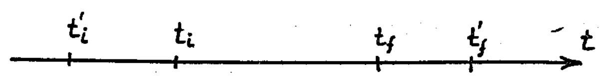

Рис. 1. В интервале (t_i', t_i) система S приготовляется в некотором состоянии ψ_i. В интервале (t_f, t_f') измеряется наблюдаемая. В интервале (t_i, t_f) происходит эволюция изолированной системы S, не подвергающейся воздействию приготовляющей и измерительной аппаратуры

$P(f \leftarrow i)$ есть вероятность случайного события, которое происходит после момента t_f, и она зависит от состояния $\psi(t_f)$, в котором S находится перед измерением F. В квантовой механике постулируется следующее теоретическое выражение для $P(f \leftarrow i)$:

$$P(f \leftarrow i) = |\langle f|\psi(t_f)\rangle|^2. \tag{3}$$

Замечание. Приготовление может быть осуществлено посредством измерения некоторой наблюдаемой I и последующего отбора (фильтрации) тех систем, которые редуцировали в одно из собственных состояний $|i\rangle$ наблюдаемой I: $\psi_i = |i\rangle$. Возможны другие способы приготовления (см., например, [7]).

2.2. Опишем аналогичную схему ретросказания. Должно быть задано состояние ψ_f в момент t_f. Это задание (английские термины retroparation или postparation, придуманные по аналогии с preparation [1]) должно иметь место в интервале (t_f, t_f') (см. рис.1), чтобы не мешать эволюции изолированной S в интервале (t_i, t_f). В результате соответствующей процедуры должно стать известным состояние ψ_f в момент t_f до начала этой процедуры. Подчеркнем, что описанная выше процедура приготовления (preparation) для задания ψ_f не годится: она дает определенное состояние после своего завершения. Не годится и измерение какой-либо наблюдаемой F: оно дает вероятности $|\langle f|\psi_f\rangle|^2$, но по ним нельзя узнать ψ_f (кроме модулей надо знать еще и фазы амплитуд $|\langle f|\psi_f\rangle$).

Если задано ψ_f, то с помощью уравнения Шредингера можно теоретически ретросказать состояние S в момент $t_i < t_f$ [2,3]:

$$\psi(t_i) = \exp(-iH(t_i - t_f))\psi_f \ . \tag{4}$$

Можно постулировать по аналогии с (3), что существуют теоретические ретровероятности, равные

$$|\langle i|\psi(t_i)\rangle|^2 \ . \tag{5}$$

Однако какому экспериментальному измерению они соответствуют? Это не может

быть обычным измерением наблюдаемой $\dot{I}$ в состоянии $\psi(t_f)$: такое измерение должно начаться в момент t_i и закончиться после t_i, что означало бы, что в интервале (t_i, t_f) система не была бы изолированной и ее состояние в момент t_i нельзя было бы описать формулой (4). Нужная нам процедура должна начаться до t_i и закончиться в момент t_i, т.е. должна происходить в интервале (t_i', t_f) (см. рис. 1). Редуцированное состояние должно появляться до момента t_i, что можно записать как $|i\rangle \leftarrow \psi(t_i)$ (ретроредукция). В качестве такой процедуры годилось бы обращенное во времени обычное измерение наблюдаемой, назовем его ретроизмерением. Другая возможность — процедура приготовления — используется в разделе 4. В этом разделе мы обсудим ретроизмерение.

Замечание. В серии статей Ахаронова и др. (см., например, [8,9]) предлагался так называемый симметричный подход, в котором система S приготовляется вначале (is preselected) при t_i и позже (is postselected) при t_f идеальными измерениями наблюдаемой A в момент t_i и наблюдаемой B в момент t_f. Однако, как подчеркивалось выше, обычное измерение B при t_f не определяет состояния системы до t_f. Собственные состояния $|b\rangle$ наблюдаемой B возникают (происходит редукция в них) после начала измерения B, но не до него. Postselection должно реализовываться другой процедурой, примером которой могло бы быть ретроизмерение с отбором (ср. замечание в конце 2.1).

2.3. Известно, что квантовое измерение наблюдаемой является необратимым процессом [10,1]: все способы регистрации микрочастиц используют необратимые процессы (типа разряда в счетчике Гейгера), идущие с возрастанием энтропии. Это значит, что обращенный во времени процесс (ретроизмерение) практически неосуществим.

2.4. Для сравнения с подходом Ватанабе (см. следующий раздел) приведем определение ретровероятности, основанное на гипотетической процедуре ретроизмерения. Пусть в момент t_f имелось N_f систем в состоянии ψ_f. Из них $N_f(i)$ систем ретроредуцируют в состояние $|i\rangle$ в интервале (t_i', t_i). По аналогии с (2) определяем ретровероятность $R(f \to i)$ следующим образом:

$$R(f \to i) = N_f(i)/N_f \; . \qquad (6)$$

Это есть вероятность случайного события, которое происходит до момента t_i.

3. Ретровероятности как апостериорные вероятности

3.1. Понятие апостериорной вероятности может быть пояснено следующим примером ([11], другие примеры см. в [12]). Имеется несколько урн с шарами разного цвета. Вытаскиванию шара из урны предшествует розыгрыш урны, из которой будет вытащен шар (это можно сделать с помощью бросания игральной кости, например), так что урне i приписывается вероятность p_i (априорная вероятность). Известна вероятность $P(f \leftarrow i)$ вытащить шар цвета f из урны i (условная вероятность события f при условии осуществления события i). Можно поставить следующую задачу. Задано (известно), что вытащен шар цвета f_0 (например, белый), так что событие f_0 уже не случайное, а свершившееся. Какова вероятность того, что шар f_0 был вытащен из урны i? Это вероятность события случайного и прошлого по отношению к событию f_0, и поэтому есть основание назвать ее ретровероятностью $P(f_0 \to i)$. Другое название: условная вероятность i при условии f. Конечно, $P(f \to i)$ не равна начальной априорной вероятности p_i. Это апостериорная вероятность i. Ее можно найти экспериментально, т.е. производя большое число испытаний, что можно было бы назвать ретроэкспериментом. Однако апостериорную вероятность $P(f \to i)$ можно выразить через p_i и $P(f \leftarrow i)$ с помощью равенства Байеса [11,12]:

$$P(f \leftarrow i)p_i = P(f \to i)p_f \; , \qquad (7)$$

где $p_f = \sum_i P(f \leftarrow i)p_i$. Обе части (7) равны вероятности $P(f \cap i)$ пересечения (совмещения) событий i и f.

3.2. Ватанабе по аналогии определяет квантовую ретровероятность как апостериорную вероятность следующим образом [5,6].

Рассмотрим неймановский ансамбль N систем S. Его состояние в момент t_i описывается матрицей плотности

$$\rho = \sum_i p_i |i\rangle\langle i|, \qquad (8)$$

где состояния $|i\rangle$ образуют полный набор. В момент t_f измеряется наблюдаемая F, и среднее число случаев, когда F принимает значение f, равно N_f, где

$$N_f = \sum_i P(f \leftarrow i)N_i, \quad N_i = Np_i \; . \qquad (9)$$

Здесь $P(t \leftarrow i)$ есть предсказательная вероятность (2), которая трактуется как условная вероятность f при условии i. Ретровероятность же Ватанабе определяет как условную вероятность i при условии f. Тогда согласно равенству Байеса эта апостериорная вероятность $W(f \to i)$ выражается через $P(t \leftarrow i)$ и p_i:

$$W(f \to i) = P(f \leftarrow i)p_i/p_f, \quad p_f = \sum_i P(f \leftarrow i)p_i. \qquad (10)$$

Используя (2), (9) и выражение $N_i = p_i N$ для среднего числа систем в состоянии $|i\rangle$, можно определение (10) переписать в виде (см. [4] и [1], гл. 2.6)

$$W(f \to i) = N_i(f)/N_f, \quad N_f = p_f \cdot N. \qquad (11)$$

3.3. В связи с определением (10) возникает вопрос: можно ли трактовать $P(f \leftarrow i)=|\langle f|\psi_i(t|\rangle|^2$ (см. (2), (3)) как квантовую условную вероятность? Это понятие обсуждалось в литературе, см., например, [13-15]. Квантовая условная вероятность определяется с помощью двух проекторов P_1 и P_2, соответствующих двум событиям 1 и 2 (1 является условием 2), и матрицы плотности ρ состояния системы (см., например, (8)), которая определяет квантовую вероятностную меру

$$P_1(2) = Tr(P_1P_2P_1\rho)\,/\,Tr(P_1\rho). \qquad (12)$$

Рассмотрим частный случай, когда

$$P_1 = |\psi_i(t)\rangle\langle\psi_i(t)|, \quad P_2 = |f\rangle\langle f|.$$

Тогда $P_1(2)$ превращается в

$$P_1(2) = \frac{\langle\psi_i(t)|f\rangle\langle f|\psi_i(t)\rangle\langle\psi_i(t)|\rho|\psi_i(t)\rangle}{\langle\psi_i(t)|\rho|\psi_i(t)\rangle} = |\langle f|\psi_i(t)\rangle|^2,$$

т.е. в этом случае $P_1(2)$ не зависит от ρ и равно $P(f \leftarrow i)$. В общем случае (12) зависит от ρ, например, при

$$P_1 = |i'\rangle\langle i'| + |i''\rangle\langle i''|, \quad \langle i'|i''\rangle = 0.$$

Таким образом, $P(f \leftarrow i)$ можно рассматривать как частный случай квантовой условной вероятности (12).

3.4. Сравним определение (10),(11) с определением ретровероятности R (см. (6)). $W(f \to i)$ определяется с помощью $P(f \to i)$ или числа $N_i(f)$. Это число систем, найденных в состоянии $|f\rangle$ при обычном измерении F при условии, что вначале состояние было $|i\rangle$. В то же время определение R требует иных измерительных процедур. Определение Ватанабе содержит неявное предположение о возможности, в случае квантового ретросказания, обойтись обычными испытаниями–измерениями. Однако квантовый случай имеет радикальное отличие от классического. Вытаскивание белого шара означает, что он был белым и до испытания. Не так обстоит дело в случае квантового испытания–измерения наблюдаемой. Тот факт, что измерение спинового оператора S_z дало значение $+1/2$ (редукция в состояние ϕ_+) не означает, вообще говоря, что до измерения частица (сама по себе) имела такую проекцию спина, т.е. находилась в состоянии ϕ_+: состояние ϕ_+ появляется <u>после</u> момента t_f–начала измерения. Более того, факт редукции в ϕ_+ не позволяет узнать, в каком состоянии система была до t_f. В квантовом ретросказании нельзя обойтись только теми измерениями, которые нужны для определения предсказательных вероятностей (см. 2.2). Поэтому нельзя считать приемлемым

определение ретровероятности через обычные вероятности, требующие только обычных измерений.

3.5. Отмеченная выше радикальная особенность квантового измерения является также одной из причин отличия квантового ретросказания от ретросказания в классической механике. Ретросказание прошлых затмений Луны на основе измерения настоящих значений ее координаты (центра инерции) $\bar{x}$ и скорости $\bar{v}$ возможно потому, что Луна обладала такими же $\bar{x}$ и $\bar{v}$ и непосредственно перед измерением. Для квантовой частицы неверным является не только предположение, что она обладает одновременно определенными $\bar{x}$ и $\bar{v}$. Неверно также (в общем случае), что частица до измерения имела ту определенную координату $\bar{x}$, которая была получена в результате измерения. Обычное измерение наблюдаемой годится для предсказания, но не для ретросказания.

3.6. До сих пор критиковалось основание подхода Ватанабе к определению ретровероятности. Сейчас мы обсудим его неприемлемые следствия.

Первое отмечал сам Ватанабе [5,6]. Предсказательная вероятность $P(f \leftarrow i) = |\langle f|\psi_i(t_f)\rangle|^2$ определяется двумя состояниями $|i\rangle$ и $|f\rangle$ и динамикой эволюции в интервале (t_i, t_f). Ретровероятность Ватанабе W не обладает аналогичным свойством: она зависит еще и от величин p_i, которые можно выбрать произвольно (см. (8)). Покажем на примере к каким неприемлемым следствиям это приводит. Пусть все p_i равны нулю, кроме одного (которое тогда равно 1). В этом случае из (10) следует, что $W(f \to i) = 1$ для любого f, т.е. $W(f \to i)$ не зависит ни от f, ни от динамики.

Ватанабе поэтому заключил, что ретросказание в квантовой механике невозможно (quantum physics is irretrodictable). Наша критика показывает, что следует считать неприемлемым (невозможным) подход Ватанабе к ретросказанию.

Второй недостаток состоит в том, что $W(f \to i)$ не совпадает, вообще говоря, с

$$|\langle i|Ut_i,t_f)|f\rangle|^2, \quad U(t_i,t_f)\equiv \exp(-iH(t_i-t_f)),$$

т.е. естественным теоретическим выражением для ретровероятности, аналогичным постулату (3) для предсказательной вероятности. Действительно, с помощью соотношения

$$U(t_i,t_f)=U^{-1}(t_i,t_f)=U^{+}(t_i,t_f) \tag{13}$$

легко показать, что

$$|\langle i|U(t_i,t_f)|f\rangle|^2=|\langle f|U(t_f,t_i)|i\rangle|^2. \tag{14}$$

Правая часть (14) равна $P(f\leftarrow i)$ согласно постулату (3). Из определения (10) следует, что $W(f\rightarrow i)$ не равно $P(f\leftarrow i)$, вообще говоря, и поэтому не равняется левой части (14).

Существует единственный частный случай, когда численное значение $W(f\rightarrow i)$ оказывается разумным. Это случай, когда все p_i равны: $p_i=p$ (случай одинаковых априорных вероятностей для каждого начального состояния [4]; Бельинфанте [1] называет это garbling condition). Тогда и $p_f=p$ и из (10) следует, что $W(f\rightarrow i)=P(f\leftarrow i)$. Предположение равных p_i искусственно и возможно только в случае дискретного и конечного множества значений i. Если i принимает бесконечно много дискретных значений, то условие $p_i=p$ несовместимо с условием $\sum_i p_i=1$.

4. Измерение волновой функции и квантовое ретросказание

Измерением волновой функции называется экспериментальная процедура, позволяющая узнать волновую функцию (т.е. ее модуль и фазу, например, $|\psi(\bar{x})|$ и $\arg\psi(\bar{x})$), которая описывала состояние системы до начала этой процедуры. Сначала будут приведены примеры таких измерений, а затем варианты квантовых предсказаний и ретросказаний, использующие эти измерения.

4.1. Простейшим является пример измерения спиновой волновой функции $\chi(m)$, зависящей от переменной m, принимающей всего два значения: $m=\pm 1/2$ (случай спина 1/2). Модули и фазы двух компонент $\chi(+1/2)$ и $\chi(-1/2)$ определяются двумя параметрами θ и ϕ, если опустить несущественную общую фазу и нормировать χ на единицу:

$$\chi=\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\\ \sin\frac{\theta}{2}\exp i\phi\end{pmatrix}. \tag{15}$$

В общем случае спиновое состояние описывается 2x2-матрицей плотности ρ, которая может быть разложена по полному набору 2x2-матриц 1, $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ (матрицы Паули) :

$$\rho=\frac{1}{2}(1+\bar{\zeta}\bar{\sigma}), \quad \bar{\zeta}=Tr(\bar{\sigma}\rho)\ . \tag{16}$$

Среднее значение $\bar{\zeta}$ оператора $\bar{\sigma}$ (удвоенный оператор спина) мы будем называть вектором поляризации. Из (16) следует, что $\bar{\zeta}$ определяет ρ. Чистое состояние (15) описывается единичным вектором $\bar{\zeta}$ со сферическими углами θ,ϕ. В случае смешанного состояния $|\bar{\zeta}|<1$, и кроме θ и ϕ оно описывается еще длиной $\bar{\zeta}$.

В известном опыте Штерна-Герлаха пучок частиц с поляризацией $\bar{\zeta}$ разделяется в магнитном поле на два пучка. Вероятности отклонения вдоль (+) и против (-) направления $\bar{n}$, характеризующего магнитное поле, равны $P_{\pm}$, где

$$P_{\pm}=\frac{1}{2}(1\pm\bar{\zeta}\cdot\bar{n}),$$

т.е. $P_{\pm}$ зависят от проекции $\bar{\zeta}$ на $\bar{n}$. Измерение этих вероятностей в устройствах Штерна-Герлаха с тремя независимыми направлениями $\bar{n}$ позволяет найти вектор $\bar{\zeta}$ (см., например, [16,17]). Другой способ измерения $\bar{\zeta}$ или ρ основан на измерении сдвига среднего импульса частиц, который возникает после прохождения частицами штерн-герлаховского магнитного поля [18].

Сложнее измерить волновую функцию $\psi(\bar{x})$. С этой проблемой связан известный вопрос Паули: можно ли найти $\psi(x)$, измеряя плотности вероятности $|\psi(x)|^2$ и $|\tilde{\psi}(p)|^2$? Контрпримеры показывают, что в общем случае это невозможно (см., например, [19]). Но можно измерить $\psi(x)$ по-другому. Например, можно сначала произвести измерение координаты (специальным образом, см. [20], App.A.), чтобы определить вероятность нахождения частицы в малом объеме w. Это дает приблизительно $|\psi(\bar{x})|$, где $\bar{x}$ есть центр w. Для нахождения $\arg\psi(\bar{x})$ надо измерить средний импульс частиц, которые редуцировали в объем w после первого измерения.

Обзор разных предложений по измерению волновой функции был дан Ройером [19]. Список литературы в этом обзоре может быть дополнен ссылками [21-27].

4.2. До сих пор речь шла об измерении состояния, в котором система находилась до начала этого измерения. Естественно поставить вопрос: возможно ли такое измерение состояния, которое его не изменяет и дает матрицу плотности системы после измерения. Эта проблема родственна такой задаче: можно ли измерить состояние, используя только одну физическую систему, а не ансамбль систем в одинаковых состояниях? Заметим, что если состояние не изменяется при его измерении, то измерение с ансамблем может быть заменено повторными измерениями, производимыми с одной системой.

Есть несколько предложений таких измерений. Ахаронов, Анандан и Вайдман (ААВ) предложили использовать "защиту" (protection), не позволяющую состоянию изменяться во время измерения [28-30]. Их конкретные реализации "защиты" критиковались в [31,32,18]. Было отмечено, что ААВ предполагают известной некоторую предварительную информацию об измеряемом состоянии, в то время как задача состоит в измерении полностью неизвестного состояния. В этом отношении предложение ААВ напоминает известный случай, когда мы знаем, что состояние является собственной функцией некоторой наблюдаемой, но не знаем, какой именно функцией. Тогда идеальное измерение этой наблюдаемой позволяет определить эту собственную функцию, не изменяя ее (причем измерение достаточно производить с одной системой).

Ройер [17] предложил сопровождать измерение состояния такой процедурой,

которая возвращала бы измененное измерением состояние в то состояние, в котором система была до измерения. Позже автор сам признал некорректность своего предложения [33].

Таким образом, пока нет убедительных предложений таких измерений (неизвестных) состояния, которые бы это состояние не изменяли.

4.3. Прежде,чем изложить нашу реализацию квантового ретросказания, отметим одно существенное отличие ретросказания (как квантового, так и классического) от предсказания. Предсказание может быть сделано для момента t_f, находящегося в будущем относительно экспериментатора, и оно может быть проверено экспериментатором, когда он доживет до момента t_f. Ретросказание требует фиксирования (задания) состояния при t_f . Это возможно, только если t_f находится в прошлом экспериментатора. Ретроэксперимент должен быть выполнен экспериментатором в его прошлом, и соответствующий экспериментальный материал должен существовать в виде протокола (записи). Эта разница между предсказанием и ретросказанием есть следствие факта неравноправности будущего и прошлого ("стрела времени") [34-36].

4.4. Приведем простейший пример предсказания и ретросказания, использующих измерения состояния.

Предсказание: в интервале (t_i', t_i) измеряется состояние при t_i без его изменения, так что становится известным состояние ψ_i в момент t_i. В интервале (t_f, t_f') измеряется тоже состояние $\psi(t_f)$, но допускается изменение состояния при измерении. Состояние $\psi(t_f)$ может быть сравнено с предсказанным $U(t_f, t_i)\psi_i$.

Ретросказание: в момент t_f измеряется состояние ψ_f. Из протокола узнаем, какое было состояние $\psi(t_i)$ в момент t_i. Сравниваем $\psi(t_i)$ с ретросказанным состоянием $U(t_i, t_f)\psi_f$.

Этот пример имеет только иллюстративный характер, поскольку нужно суметь измерить состояние ψ_i без его изменения (см. по этому поводу 4.2). Такие квантовые "сказания" похожи на классические предсказания и ретросказания состояний Луны. Разница состоит в том, что в классике состояние описывается конечным числом параметров $\bar{x}, \bar{v}$, а в квантовой механике — бесконечномерным вектором гильбертова пространства $\psi(\bar{x})$.

4.5. Можно предложить вариант ретросказания, использующий известные реализуемые процедуры измерений. Вместо измерения состояния ψ_i без его изменения можно использовать процедуру приготовления состояния ансамбля систем в интервале (t_i', t_i). Действительно, в результате приготовления состояние ансамбля становится известным в конце приготовления, в момент t_i, что нам и нужно. Фиксирование состояния ψ_f можно осуществить выбором ансамбля в состоянии ψ_f из некоторого множества ансамблей, состояния которых были измерены заранее. Реализовать это предложение можно, имея протокол следующего набора экспериментов (НЭ).

В момент t_i приготовляются N_1 систем S в одном и том же состоянии $|i_1\rangle$. Например, $|i_1\rangle$ может быть собственным состоянием оператора $(\bar{\sigma}\bar{\zeta}_1)$ с собственным значением $+1$, где $\bar{\zeta}_1$ — некоторый единичный вектор (состояние с вектором поляризации $\bar{\zeta}_1$). В момент t_f измеряется состояние этих N систем. Поскольку $|i_1\rangle$ описывает чистое состояние, то состояние ансамбля в момент t_f тоже должно описываться некоторой волновой функцией $\psi_1(t_f)$.

Далее, в момент t_i приготовляются N_2 систем в состоянии $|i_2\rangle$ (вектор поляризации $\bar{\zeta}_2$). Измеряется соответствующее состояние в момент t_f. И так далее — приготовляем N_n систем в состоянии $|i_n\rangle$, измеряем их состояние $\psi_n(t_f)$ в момент $t_f, \ldots$ — пока не исчерпаем множество всевозможных начальных состояний.

Поскольку каждое приготовление определяет состояние $|i_n\rangle$ с некоторой ошибкой (ошибки определения вектора поляризации), то достаточно приготовить конечное число состояний $|i_n\rangle$, которые действительно были бы разными с учетом ошибки.

Имея протокол НЭ, можно рассмотреть задачу предсказания: в момент t_i выбран ансамбль в состоянии $|i_n\rangle$, его состояние в момент t_f описывается в протоколе некоторым вектором $\psi_n(t_f)$, который можно сравнить с предсказанным $U(t_f, t_i)|i_n\rangle$.

Для ретросказания надо из протокола НЭ выбрать ансамбль, состояние которого при t_f описывается заданным вектором $|f_n\rangle$. Узнаем из протокола, в каком приготовленном состоянии $\psi_n(t_i)$ этот ансамбль находился в момент t_i. Состояние $\psi_n(t_i)$ можно сравнить с ретросказанным $U(t_i, t_f)|f_n\rangle$.

Этот подход к ретросказанию использует такие процедуры получения сведений о состояниях системы в моменты t_i и t_f, которые, с одной стороны, не мешают эволюции изолированной системы в интервале (t_i, t_f), а с другой стороны, могут быть реализованы.

Замечание. Положим, что эволюция в интервале (t_i, t_f) происходит согласно уравнению Шредингера и приготовленному состоянию $|i_n\rangle$ соответствует $\psi_n(t_f) = U(t_f, t_i)|i_n\rangle$. Если именно состояние $\psi_n(t_f)$ фиксируется в момент t_f, то ему должно соответствовать в момент t_i состояние $U(t_i, t_f)\psi_n(t_f) = |i_n\rangle$. Изложенный НЭ позволяет проверить это теоретическое утверждение, поскольку он не предполагает обязательного одно–однозначного соответствия состояний моментов t_i и t_f.

5. Ретросказание и проверка принципа причинности

Под "принципом причинности" (ПП) здесь понимается утверждение типа "следствие не может находиться в прошлом (конусе) относительно своей причины, но только в будущем (конусе)". Термин "причина" употребляется далее в узком физическом смысле: причина есть варьируемый (по воле экспериментатора) внешний потенциал или ток, например, электромагнитные (ср. [37], гл.IV, § 20.6). Следствием называется состояние системы, изменяемое причиной. Заметим, что ПП определяет направление времени или "стрелу времени" [34-36] (как направление от причины к следствию).

ПП обычно рассматривается как самоочевидный и широко используется в физике, в частности, при выводе так называемых дисперсионных соотношений [37]. Однако проверка последних не означает проверку ПП, поскольку дисперсионные соотношения могут быть получены исходя из предпосылок, не содержащих ПП (см., например, [38]). Между тем принципиальная возможность проверки (verification) или опровержения (falsification) важна для любой научной гипотезы. Согласно К.Попперу утверждение может рассматриваться как научное (в отличие от некоторых религиозных утверждений, например), только если оно может быть фальсифицировано [39].

5.1. Аргументируем, почему именно ретросказание должно быть использовано для проверки ПП.

Пусть в интервале (t', t''), расположенном внутри (t_i, t_f), включается и выключается магнитное поле $\bar{B}$, которое поворачивает спин (прецессия). Вариация этого поля может изменять будущее спиновое состояние, например, состояние в момент t_f. Однако при этом должно подразумеваться молчаливое (явно не оговариваемое) предположение: спиновое состояние до включения поля, например, в момент t_i должно быть фиксированным (ср. [34] гл. 2, §6). Это есть частный случай требования, что другие обстоятельства, кроме рассматриваемой причины, должны быть неизменными. Действительно, если допускается вариация состояния $\psi(t_i)$, то изменение $\psi(t_f)$ может быть приписано этой вариации, а не вариации $\bar{B}$. Но вместо фиксирования $\psi(t_i)$ мы можем фиксировать $\psi(t_f)$, что будет означать задачу ретросказания. В таком случае причина $\bar{B}$ не может изменить что–либо в будущем, т.е. после момента t'' выключения $\bar{B}$, поскольку будущее по условию фиксировано. Состояние $\psi(t_i)$ не фиксируется в задаче ретросказания и могло бы изменяться при вариации $\bar{B}$. Но ПП утверждает, что это невозможно: причина не может произво-

дить следствие до своего включения. Это утверждение можно проверить в задаче ретросказания.

Прежде всего отметим, что уравнение Шредингера приводит к результату, противоречащему ПП. С помощью этого уравнения можно решить математическую задачу ретросказания (см. [2,3]): найти $\psi(t_i)$ при заданном $\psi(t_f)$ с магнитным полем $\bar{B}$, включенном в интервале (t', t''), $t_i < t' < t'' < t_f$ (гамильтониан содержит член взаимодействия $\bar{\mu}\bar{B}(t)$, $\bar{\mu} = \mu\bar{\sigma}$). Получим разные $\psi_B(t_i)$, если $\bar{B}$ варьируется. Таким образом, выполняется определение причинно-следственной связи: варьируемая причина $\bar{B}$ производит соответственно изменяющееся следствие (спиновое состояние в момент t_i). Но эта связь имеет место в ситуации, когда следствие предшествует причине и поэтому оно не должно было бы изменяться согласно ПП.

Если подвергать сомнению применимость уравнения Шредингера (а для этого нет оснований), то можно сделать экспериментальную проверку ПП. Для этого надо выполнить два НЭ (см. выше раздел 4) с двумя разными значениями $\bar{B}$. Из протоколов этих двух НЭ надо выбрать два ансамбля систем в одинаковом состоянии ψ_f в момент t_f и проверить, разные ли были соответствующие приготовленные состояния этих двух ансамблей (подвергающихся действию разных $\bar{B}$). В такой ситуации кажется интуитивно очевидным не ПП, а другое утверждение: "$\psi(t_f)$ могут быть одинаковыми при разных $\bar{B}$, только если $\psi(t_i)$ были разными". Это утверждение противоречит ПП, потому что означает констатацию наличия причинно-следственной связи в условиях, когда причина позже следствия.

Заметим, что ПП не может быть проверен, если настоящее экспериментатора (его "теперь" или "сейчас") находится где-то до момента t'', т.е. поле $\bar{B}$ выключается в его будущем. Тогда он сможет измерить состояние в момент $t_f > t''$, дожив до момента t_f. Но он не может фиксировать (по своей воле) то или иное состояние системы после t'' (см. 4.3). Таким образом, фиксировать состояние системы в этом случае можно только до начала действия причины, но не после него. В этой ситуации следствия причины могут находиться только в будущем относительно причины, но не в силу ПП, а потому, что эти следствия вместе с тем находятся в будущем относительно "теперь" экспериментатора.

Автор признателен проф. Р.Хаагу, который стимулировал эту работу, и благодарен проф. М.И.Подгорецкому и проф. П.Экснеру за полезные обсуждения.

Литература

[1] Belinfante F.I. — Measurements and Time Reversal in Objective Quantum Theory, Pergamon, Oxford, 1976.

[2] Reed M., Simon B. — Methods of Modern Mathematical Physics, Academic Press, New York, 1972, vol.1, ch.8, theorem 8.7.

[3] Thirring W. — The Course in Mathematical Physics, Springer, New York, 1981, vol.3, ch.3.

[4] Watanabe S. — Rev. Mod. Phys., 1955, 27, p.179.

[5] Watanabe S. — Suppl. Progr. Theor. Phys., 1964, Extra Number, p.135.

[6] Watanabe S. — Knowing and Guessing. John Wiley, New York 1969 ch. 3.

[7] Park J., Band W. Found.Phys. 1992, 22, p.657,

[8] Aharonov Y., Bergmann P., Lebowitz J. — Phys. Rev., 1964, B134, p.1410.

[9] Aharonov Y., Vaidman L. — Phys. Rev., 1990, A41, p.11.

[10] von Neumann J. Mathematical Foundation of Quantum Mechanics. Princeton University Press, Princeton 1955, ch.5;
Нейман И. Математические основы квантовой механики, "Наука", Москва 1964 гл.5.

[11] Бернштейн С.Н. Теория вероятностей. М.-Л. Гостехиздат 1934, ч.2, гл.3.

[12] Pfeiffer P.E. — Probability for Applications, Springer, New York, 1990, ch.3.

[13] Fox J.R. Amer.Journ.Phys. 1983, 51, p.49.

[14] Cassinelli G., Zanghi N. Nuovo Cim. 1983, B73, p.237.

[15] Farina J. Amer.Journ.Phys. 1993, 61, p.466.

[16] Busch P., Schroeck F. Found.Phys. 1989, 19, p.807 Ch III.3.

[17] Royer A. Phys.Rev.Lett. 1994, 73, p.913.

[18] Shirokov M. JINR preprint E4-95-183, Dubna 1995. Ann. Fondation Louis de Broglie, in press.

[19] Royer A. Found.Phys., 1989, 19, p.3.

[20] Gale W., Guth E., Trammel G. Phys.Rev. 1968, 165, p.1434.

[21] Lomont J., Moses H. Nuovo Cim. 1963, 30, p.1291.

[22] Крейнович В.Я. Теорет. и Матем. Физика 1976, 28, p.56.

[23] Prugovecki E. Intern.Journ.Theor.Phys. 1977, 16, p.321.

[24] Busch P., Lahti P. Found.Phys. 1989, 19, p.633.

[25] Kreinovich V., Vazques A., Kosheleva O. Intern.Journ.Theor.Phys. 1991, 30, p.113.

[26] Ueda M., Kitagawa M. Phys.Rev.Lett. 1992, 68, p.3424.

[27] Orlowski A., Paul M. Phys.Rev. 1994, A50, N2A, R921.

[28] Aharonov Y., Vaidman L. Phys.Lett 1993, A178, p.38.

[29] Aharonov Y., Anandan J., Vaidman L. Phys.Rev. 1993, A47, p.4616.

[30] Anandan J. Found.Phys.Lett. 1993, 6, p.503.

[31] Unruh W. Phys.Rev. 1994, A50, p.882.

[32] Rovelli C. Phys.Rev. 1994, A50, p.2788.

[33] Royer A. Phys.Rev.Lett. 1995, 74, p.1040 Erratum.

[34] Reichenbach H. — The Direction of Time, University of California Press, Berkeley, 1956; Рейхенбах Г. Направление времени. ИИЛ, Москва 1962.

[35] Davies P.C.W. — The Physics of Time Asymmetry. University of California Press, Berkeley, 1974.

[36] Zeh H.D. — The Physical Basis of the Direction of Time. Springer, Heidelberg, 1992.

[37] Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. Наука, Москва 1984, изд.4.

[38] Shirokov M. Intern.Journ.Mod.Phys. 1991, 6, p.3843.

[39] Поппер К. Логика и рост научного знания. Прогресс, Москва 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1996 года.

Широков М.И. P4-96-44

Измерение волновой функции и квантовое ретросказание

В отличие от ретросказания в классической механике квантовое ретросказание встречается с рядом трудностей, связанных с особенностями измерения квантовых наблюдаемых. Эти трудности подробно обсуждены на примере двух неудачных подходов к квантовому ретросказанию. Предложено ретросказание, использующее измерение волновой функции физической системы вместо измерения наблюдаемых. В качестве приложения рассмотрена проверка справедливости принципа причинности, утверждающего, что причина должна предшествовать следствию.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им.Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1996

Пеервод автора

Shirokov M.I. P4-96-44

Wave Function Measurement and Quantum Retrodiction

Unlike the retrodiction in classical mechanics, the quantum mechanical retrodiction meets difficulties related with peculiarities of the measurement of quantum observables. These difficulties are elucidated in detail when discussing two unsuccessful approaches to the quantum retrodiction. Another approach is suggested here which uses the measurement of the wave function of a physical system instead of the observable measurement. As an application of this retrodiction, we propose the verification of the causality principle, stating that the cause must precede the effect.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1996