ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4-96-189

В.К.Лукьянов

ОПИСАНИЕ ПРЯМЫХ РЕАКЦИЙ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Направлено в журнал «Известия РАН, серия физическая»

1996

В последние годы резко возросла точность измерения сечений прямых процессов взаимодействия тяжелых ионов с ядрами при энергиях порядка 100 МэВ на нуклон, что, в свою очередь, потребовало задавать параметры потенциалов со значимыми числами третьего-четвертого знаков (см., например, [1]). Подобная прецизионность объясняется очень малой длиной волны рассеяния $\lambda \ll R$, характерной для таких процессов. Понимание их физической природы во многом связано с возможностью построения соответствующих моделей, адекватных поставленной задаче. Дело в том, что при $E \gg U$, $kR \gg 1$ существующие вычислительные программы должны оперировать с большим числом парциальных волн, а это сильно затрудняет исследование зависимостей соответствующих сечений от исходных параметров. Однако эти же условия можно использовать для построения весьма эффективного метода высокоэнергетического приближения (ВЭП) [2], который позволяет значительно упростить задачу и получить результаты в явном аналитическом виде. Ниже мы дадим новую версию подхода ВЭП и покажем, что таким образом можно добиться существенных упрощений расчетов. А это, в свою очередь, позволит выявить главные физические закономерности поведения дифференциальных сечений прямых взаимодействий тяжелых ионов с ядрами при промежуточных энергиях.

1 Амплитуды прямых процессов

Суть подхода высокоэнергетического приближения в том, что при условиях $kR \gg 1$, $E \gg |U|$, где

$$U = U_N + U_c, \quad U_N = V_0 f_V(r) + iW_0 f_W(r), \quad U_c = V_B f_c(r) \tag{1.1}$$

и $V_B = Z_1 Z_2 e^2/R_c$, удается найти в явном виде весьма простые трехмерные квазиклассические волновые функции относительного движения сталкивающихся ядер. После этого в рамках метода искаженных волн (МИВ) вычисляются в явном виде амплитуды прямых процессов ядро-ядерного взаимодействия. В работе [2] было показано, что разложением функции действия $S(\vec{r})$ по $U/E \ll 1$ можно получить искаженные волны следующего вида:

$$\Psi^{(+)}_{\vec{k}_i} = \exp[i(\vec{k}_i - \frac{\vec{q}_{ci}}{2})\vec{r}_i - \frac{i}{\hbar v_i}\int_{-\infty}^{z_i} U_i(\sqrt{\rho_i^2 + \lambda^2})d\lambda], \tag{1.2}$$

$$\Psi^{(-)*}_{\vec{k}_f} = \exp[-i(\vec{k}_f + \frac{\vec{q}_{cf}}{2})\vec{r}_f - \frac{i}{\hbar v_f}\int_{z_f}^{\infty} U_f(\sqrt{\rho_f^2 + \lambda^2})d\lambda]. \tag{1.3}$$

В отличие от обычных эйкональных подходов здесь учтены важные для задач с тяжелыми ионами отклонения траекторий движения во входном и выходном каналах от прямых линий вдоль асимптотических импульсов $\vec{k}_i$ и $\vec{k}_f$, соответственно. Теперь новые траектории есть опять

прямые линии, но они теперь являются касательными к траекториям в точках поворота r_t возле центра рассеяния. В результате к исходному импульсу $\vec{k}$ добавляется импульс $\vec{q}_c$ отклонения в точке поворота $q_c = 2k\alpha_c = 2k\sin(\theta_c/2)$, где $\theta_c \simeq U(r_t)/E$ есть угол классического отклонения, а $r_t(\rho)$ расстояние до точки поворота как функция прицельного параметра ρ. При этом $\vec{r}_t || \vec{q}_c$ и $\vec{q}_c \perp \vec{K}$, где $\vec{K} = \vec{k} + \vec{k}'$, а $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ есть импульсы в соответствующем канале упругого рассеяния до (k) и после столкновения (k').

В случае $E \gg U$ естественно использовать квазиупругое приближение, когда потерями энергии при столкновении можно пренебрегать, то есть считать $k_i = k_f = k$. Кроме того, для упругого и неупругого рассеяния потенциалы взаимодействия начального i и конечного f каналов совпадают $U_i = U_f = U$. То же самое предположение можно сделать и для качественного анализа реакций однонуклонных передач нуклонов. Тогда в рамках метода искаженных волн амплитуды этих процессов пропорциональны интегралу общего вида:

$$t = \int d^3r\, \Psi^{(-)*}_{\vec{k}_f} \hat{O}(\vec{r}) \Psi^{(+)}_{\vec{k}_i} =$$

$$= \int d^3r\, O(r) Y^*_{L,M}(\hat{r}) \exp\{i[\vec{\bar{q}}(r)\vec{r} + \Phi(\rho_i, \rho_f, z_i, z_f)]\}, \tag{1.4}$$

где обозначено $\vec{\bar{q}}(r) = \vec{q} - \vec{q}_c(r)$. Здесь $q = 2k\alpha$ – переданный импульс, $\alpha = \sin(\theta/2)$ и θ-угол вылета конечной частицы. В работе [2] было показано, что при расчете фазы в (1. 2)-(1. 4) соответствующие интегрирады можно снова брать вдоль прямых, параллельных асимптотическим импульсам, так как учет искажения траекторий вносит здесь поправки к фазе порядка $(U/E)^2$, которыми пренебрегалось с самого начала. Таким образом,

$$\Phi(\rho_i, \rho_f, z_i, z_f) = -\frac{1}{\hbar v}\int_{-\infty}^{z_i} U(\sqrt{\rho_i^2 + \lambda^2})d\lambda - \frac{1}{\hbar v}\int_{z_f}^{\infty} U(\sqrt{\rho_f^2 + \lambda^2})d\lambda. \tag{1.5}$$

Было показано в [5], что амплитуда вида (1. 4) получается в случае упругого рассеяния под большими углами $\theta \gg 1/kR$ при высоких энергиях. Такие же амплитуды характерны для МИВ при расчете прямых неупругих каналов столкновения. Таким образом,в качестве оператора операторов $O(r)$ для упругого, неупругого рассеяния и реакций передачи нуклонов используют

$$O_{el} = U(r), \qquad O_{inel}(r) = \frac{dV(r,R)}{dR}, \qquad O_{tr}(r) = u_L(r). \tag{1.6}$$

Заметим, что прямые реакции с тяжелыми ионами носят ярко выраженный периферийный характер, то есть основной вклад в амплитуды вносит область $r \sim R$. Так, распределение ядерного потенциала обычно задается ферми-функцией $f_{V,W}(r,a,R) = 1/(1+\exp\frac{r-R}{a})$, которая быстро изменяется в области радиуса взаимодействия. Производная от нее имеет резкий максимум на поверхности при $r \sim R$. А в случае реакций передач поведение одночастичной функции $u_L(r)$ в этой области также можно моделировать с помощью производной от ферми-функции с выбранными определенным образом параметрами a и R. Этот факт будет существенно использован в последующем для расчета амплитуд в явном виде.

Рассмотрим, как влияют параметры взаимодействий (1. 6) на основные характеристики поведения амплитуд рассеяния и прямых реакций в столкновениях тяжелыми ионов высоких энергиях с ядрами. Для их расчета с помощью (1. 4) выберем систему координат с осями $oz \uparrow\uparrow \vec{q} \uparrow\uparrow \vec{q}_c$ и $ox \uparrow\uparrow \vec{K}$. Тогда

$$z_i = \frac{\vec{k}_i}{k_i}\vec{r} = r(\alpha\mu + \sqrt{1-\alpha^2}\sqrt{1-\mu^2}\cos^2\varphi),$$

$$z_f = \frac{\vec{k}_f}{k_f}\vec{r} = r(-\alpha\mu + \sqrt{1-\alpha^2}\sqrt{1-\mu^2}\cos^2\varphi), \tag{1.7}$$

$$\rho^2_{i,f} = r^2 - z^2_{i,f},$$

где $\mu = \cos\vartheta, \varphi$–переменные в сферической системе координат ($d^3r = -r^2 dr d\mu d\varphi$), а величина $\alpha = \sin\frac{\theta}{2}$. Далее, основной член в показателе экспоненты, который определяет сильные осцилляции подынтегрального выражения (1. 4) при больших углах рассеяния $\theta \gg \theta_c$, есть $\vec{\tilde{q}}\vec{r} = \tilde{q}r\mu$, где $\tilde{q} = 2k(\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{\theta_c}{2}) \simeq k(\theta - \theta_c)$. Это позволяет провести в (1. 4) интегрирование по частям по μ, и поскольку основной вклад в интеграл дает область $r \simeq R$, то при этом можно отбросить члены порядка $1/\tilde{q}R$ и выше. Тогда

$$t = -i\int r dr d\varphi \frac{Y^*_{LM}(\hat{r})}{\mu\tilde{q}(r)} O(r)\exp\{i[\tilde{q}(r)\mu + \Phi(\rho_i,\rho_f,z_i,z_f,r)]\}\Big|_{\mu=-1}^{\mu=+1}. \tag{1.8}$$

Легко видеть, что при $\mu = \pm 1$ зависимость подынтегральной функции от φ всюду исчезает. Это происходит в силу соотношений (1. 7), а также потому что

$$\int d\varphi Y^*_{LM}(\vartheta = \begin{cases} 2\pi Y_{L0}(00)\delta_{M0} & \text{при} \quad \mu = +1 \\ 2\pi(-1)^L Y_{L0}(00)\delta_{M0} & \text{при} \quad \mu = -1. \end{cases} \tag{1.9}$$

Кроме того, теперь

$$z_i = -z_f = z = r\alpha = r\sin\frac{\theta}{2} = \rho\xi, \qquad \xi = \tan\frac{\theta}{2}$$
$$\rho_i = \rho_f = \rho = \sqrt{r^2 - z^2} = r\sqrt{1-\alpha^2} = r\cos\frac{\theta}{2}. \tag{1.10}$$

Таким образом, после интегрирования по φ получаем

$$t = t_{(+)} - (-1)^L t_{(-)}, \tag{1.11}$$

где

$$t_{(\pm)} = -2\pi i Y_{L0}(0,0)\int\limits_0^\infty r dr \frac{O(r)}{\tilde{q}(r)}\exp\{i[\pm\tilde{q}(r)r + \Phi_{(\pm)}(\theta,r)]\}, \tag{1.12}$$

$$\Phi_{(\pm)} = \Phi_0 \pm \Phi_1,$$

$$\Phi_0 = -\frac{2}{\hbar v}\int\limits_0^\infty U(\sqrt{\rho^2+\lambda^2})d\lambda, \quad \Phi_1 = -\frac{2}{\hbar v}\int\limits_0^{r\alpha} U(\sqrt{\rho^2+\lambda^2})d\lambda. \tag{1.13}$$

Интересно отметить, что теперь в амплитудах $t_{(+)}$ и $t_{(-)}$ интегрирование по r идет, соответственно, вдоль и против направления вектора передачи импульса $\vec{q}$. Тогда, при рассеянии в переднюю полусферу, переменной r в амплитуде $t_{(-)}$ можно придать смысл точки поворота траектории частицы, падающей на центр рассеяния с прицельным параметром ρ ("ближняя траектория"). При этом у второй амплитуды $t_{(+)}$ траектория с таким же ρ будет проходить с противоположной стороны от центра рассеяния ("дальняя траектория"). Сразу отметим, что вне области классического рассеяния при $\theta > U/E$ такая интерпретация является, конечно, весьма условной. Из (1. 11) следует основной вывод, что дифракционная картина как рассеяния, так и прямых неупругих процессов и реакций передачи нуклонов возникает в результате интерференции этих двух амплитуд $t_{(+)}$ и $t_{(-)}$.

2 Упругое рассеяние

Сечение упругого рассеяния имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2, \qquad f(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} t^{(e)}, \tag{2.1}$$

где $t^{(e)}$ получается из (1. 11), (1. 12) при $L = 0$ и $O(r) = U(r) = U_N(r) + U_c(r)$. В области больших углов рассеяния $\theta > \theta_c$ можно пренебречь зависимостью перенормированного переданного импульса $\widetilde{q} = q - q_c(r)$ от r и выбирать q_c либо как параметр, либо выражать его через предельный классический угол рассеяния θ_c. Будем также пренебрегать вкладом Φ_1 в полную фазу (1. 13). Действительно, оценки дают, что $\Phi_1 \ll 1$ при углах

$$\theta < \theta_1 \simeq \frac{\hbar v}{|V_0| R} \simeq \frac{10}{R}\sqrt{\frac{E}{A_1 V_0^2}}, \tag{2.2}$$

где A_1-атомный номер падающего иона, E и U_0 задаются в МэВ, а R в ϕ. Тогда:

$$t^{(e)} = t^{(e)}_{(+)} - t^{(e)}_{(-)}, \quad t^{(e)}_{(\pm)} = -i\frac{\sqrt{\pi}}{\widetilde{q}} \int_0^\infty r\,dr U(r) \exp\{i[\pm\widetilde{q}r + \Phi_0(\theta, r)]\}, \tag{2.3}$$

Рассмотрим случай, когда в (1. 1) функции распределения реальной и мнимой части ядерного потенциала одинаковы:

$$U_N(r) = (V_0 + iW_0) f_N(r), \qquad f_N(r) = \frac{1}{1 + \exp\frac{r-R}{a}}. \tag{2.4}$$

Функцию распределения $f_c(r)$ можно задать в виде, соответствующем кулоновскому взаимодействию заряда с однородно заряженным шаром. Теперь $t^{(e)}_{(\pm)}$ можно представить как

$$t^{(e)}_{(+)}(\gamma) = -i\sqrt{\pi}\,\frac{\hbar v}{\widetilde{q}} \sum_{j=N,c} \gamma_j J_j^{(e)}(\gamma_j), \tag{2.5}$$

$$\gamma_N = -i\frac{V_0 + iW_0}{\hbar v}, \qquad \gamma_c = -i\frac{V_B}{\hbar v}, \tag{2.6}$$

$$J_j^{(e)} = \int_0^\infty r\,dr\, f_j(r)\, e^{g(r,\gamma)}, \tag{2.7}$$

$$g(r,\gamma) = i\widetilde{q}r + \sum_{j=N,c} \gamma_j I_j(r), \tag{2.8}$$

$$I_j(r) = 2\int_0^\infty f_j(\sqrt{\rho^2 + \lambda^2})\, d\lambda, \qquad \rho = r\cos\frac{\theta}{2}. \tag{2.9}$$

Легко видеть, что выражение для $t^{(e)}_{(-)}$ получается из соотношения

$$t^{(e)}_{(-)}(\gamma) = t^{(e)}_{(+)}{}^{*}(\gamma^*), \tag{2.10}$$

поэтому достаточно рассчитать в явном виде только одну амплитуду $t^{(e)}_{(+)}(\gamma)$.

Подынтегральная функция в (2. 7) сильно осциллирует, поскольку $\tilde{q}r \simeq \tilde{q}R \gg 1$. Это позволяет использовать при вычислении самого интеграла метод перевала. Для этого разложим показатель экспоненты $g(r)$ в ряд вблизи седловой точки r_s, области, которая дает основной вклад в интеграл:

$$g(r) = g(r_s) + g'(r_s)(r - r_s) + \frac{g''(r_s)}{2}(r - r_s)^2. \qquad (2.11)$$

Уравнение на седловую точку и условия выбора контура наибыстрейшего спуска определяются как

$$g'(r_s) = 0, \qquad (2.12)$$

$$Re\ g(r) < Re\ g(r_s), \qquad Im\ g(r) = Im\ g(r_s) = const.$$

Важным обстоятельством является то, что под интегралом $J_N(\gamma_N)$ присутствует функция $f_N(r)$ с полюсными особенностями в точках $r_p = R \pm i\pi a(2p-1)$, где $p = 1, 2, 3....$ Ближайший полюс в первом квадранте есть $r_1 = R + i\pi a$. Заметим, что подход Глаубера-Ситенко дает для амплитуды при малых углах рассеяния $\theta < 1/kR$ [4] выражения, которые по виду близки к получены нами выше. Однако в них аналогичные интегралы $J_N(\gamma_N)$ не содержат функцию распределения потенциала $f_N(r)$, как это имеет место в нашем случае для больших углов рассеяния $\theta > 1/kR$. В этом состоит принципиальная разница последующих расчетов в этих двух подходах. Ответ запишем в общем виде:

$$J_j = J_j(r_s) + \epsilon J_j(r_1), \qquad (2.13)$$

где $\epsilon = 1$ (или 0) в зависимости от того, пересекалась (или нет) точка ближайшего полюса r_1 при деформации первоначального контура, проходящего вдоль действительной оси, к контуру наибыстрейшего спуска.

В работе [4] было показано, что интеграл I_N в области основного вклада вблизи ближайшей к реальной оси точки ветвления имеет вид:

$$I_N \simeq -\frac{2\pi i a r_1}{\sqrt{r_1^2 - \rho^2}}, \qquad (2.14)$$

где $\rho = r\cos\frac{\theta}{2}$ -прицельный параметр. Тогда нетрудно убедиться, что в нашем случае, когда $\tilde{q}R \gg 1, E/U \gg 1$, точка перевала будет находиться возле ближайшего полюса:

$$r_s = r_1 + \delta, \qquad (2.15)$$

где согласно расчету в [4] имеем:

$$\delta = -\frac{r_1}{2}\left(-\frac{\bar{\alpha}}{\tilde{q}r_1}\right)^{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{\alpha}^2 r_1}{\tilde{q}^2}\right)^{\frac{1}{3}} e^{+\frac{2}{3}i\pi}. \qquad (2.16)$$

Если седловая точка отстоит от полюса r_1 достаточно далеко, а именно

$$Re\ r_s \simeq R + a, \qquad Im\ r_s \simeq \pi a, \qquad (2.17)$$

то подынтегральная функция $f_N(r)$ изменяется мало. В этом случае для интегралов J_N и J_c в (2. 13) используем стандартное выражение метода перевала, когда слабо меняющиеся по сравнению с основной экспонентой функции могут быть вынесены из под знака интеграла. Подставляя (2. 11) в (2. 7) и обозначая $u = r - r_s$, находим:

$$J_j^{(e)}(r_s) = -r_s f(r_s) e^{g(r_s)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-(-\frac{g''(r_s)}{2})u^2\} du =$$

$$= -r_s f_j(r_s)\ e^{g(r_s)} \sqrt{-2\pi/g''(r_s)}, \qquad (2.18)$$

где выражения для $g(r_s)$ и $g''(r_s)$ получаются с помощью (2. 8),(2. 15) и (2. 16) [4]:

$$g(r_s) = i\tilde{q}r_s + \frac{3}{2}\bar{\alpha}^{\frac{2}{3}}(\tilde{q}r_1)^{\frac{1}{3}} e^{i\frac{\pi}{6}}, \quad g''(r_s) = \frac{3}{2}\frac{i\tilde{q}}{2\delta}, \quad \bar{\alpha} = -2\pi a\gamma. \qquad (2.19)$$

Вклад полюсного члена легко вычисляется [2] с помощью формулы вычетов:

$$J_j^{(e)}(r_1) = 2\pi i \; res \; \{f_j(r_1)e^{g(r_1)}\}. \tag{2.20}$$

Однако, его расчет оправдан лишь в области тех значений прицельных параметров $\rho \neq r_1$, для которых интеграл I_N в фазе меняется слабо. Используя (2. 14), можно показать, что при углах рассеяния

$$\theta > 2\arccos(1 - \frac{1}{2}\sqrt{2\pi a/R}) \tag{2.21}$$

функция $I_N(\rho)$ выходит на плато. В этом случае $\rho = r_1 \cos\frac{\theta}{2}$ находится достаточно далеко от точки ветвления в I_N.

Рассмотрим теперь случай, когда условия (2. 17) не выполняются и седловая точка близко подходит к полюсу r_1. Тогда стандартный метод перевала нельзя использовать, и требуется проводить специальное рассмотрение. Для этого представим ферми-функцию в области полюса в виде главного члена ряда Лорана:

$$f_N(r) \simeq -\frac{a}{r - r_1} + \widetilde{f_N}, \tag{2.22}$$

где $(-a)$ есть вычет в полюсе r_1, а $\widetilde{f_N}$ -внеполюсная поправка. Пренебрегая пока вкладом последней, который можно оценить в рамках стандартного метода перевала, рассмотрим основной полюсной член в (2. 22). Теперь вместо (2. 18) имеем:

$$J_N^{(e)}(r_s) = ar_s e^{g(r_s)} \int_0^\infty \frac{du}{u+\delta} \; \exp\{-(-g''(r_s)/2)u^2\}. \tag{2.23}$$

Вводя замену переменных $t = u\sqrt{-g''/2}$, и обозначение

$$z = -\delta\sqrt{-g''(r_s)/2}, \tag{2.24}$$

получаем:

$$J_N^{(e)}(r_s) = ar_s e^{g(r_s)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{z-t} e^{-t^2} = -i\pi a r_s e^{g(r_s)} \omega(z), \tag{2.25}$$

где

$$\omega(z) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{z-t} e^{-t^2} \tag{2.26}$$

есть функций ошибок, которая определена и затабулирована, например, в [6].

Обратим внимание, что каждая из полученных здесь "перевальных" амплитуд (2. 18) и (2. 25) содержит определяющий ее поведение экспоненциальный множитель $\exp[-2k(\sin\frac{\theta}{2} \; Im \; r_s)]$. И поскольку в нашем случае седловая точка близка к полюсу $r_s \simeq r_1 = R + i\pi a$, то $Im \; r_s \simeq \pi a$ и амплитуда экспоненциально убывает с ростом угла рассеяния, причем ее наклон увеличивается при увеличении параметра a диффузности ядерного потенциала. Такое же поведение имеет и полюсная часть (2. 20) полной амплитуды рассеяния [2]. А дифракционная картина рассеяния с ее максимумами и минимумами в угловых распределениях связана в основном с реальными частями фаз $Re \; g(r_s) \simeq Re \; (\widetilde{q}r_s)$ двух интерферирующих амплитуд (1. 11), что приводит в конечных выражениях к гармоническим функциям, содержащим в аргументах главный член $2k \sin\frac{\theta}{2} \; Re \; r_s \simeq kR\theta$. Именно он определяет период главных осциляций амплитуды. Кроме этих основных зависимостей будет возникать ряд важных деталей в поведении сечений, которые определяются остальными членами амплитуды рассеяния, в том числе и специфическим поведением функции ошибок $\omega(z)$. Таким образом вся картина угловых распределений оказывается весьма чувствительной к параметрам ядро-ядерного потенциала, что представляет важную особенность процессов столкновения тяжелых ионов с ядрами при высоких энергиях.

3 Неупругое рассеяние и реакции передач нуклонов

Изучение в рамках ВЭП прямого неупругого рассеяния и реакций передач нуклонов проводилось в работах [6,7] с помощью так называемого двухполюсного приближения, когда контур интегрирования выбирался охватывающим весь первый квадрант, а при расчете соответствующих амплитуд $t^{(in)}$ и $t^{(tr)}$ учитывались вклады только двух вычетов в ближайших к оси $0x$ полюсах r_1 и r_1^* от производной подынтегральной ферми-функции. Теперь, в рамках изложенного выше подхода, в отличие от двухполюсного приближения, нет необходимости учитывать вклады всех остальных особенностей амплитуд $t_{(\pm)}$. Вместо этого при выборе нового контура интегрирования надо рассчитывать "перевальные" компоненты этих амплитуд, а в ряде случаев еще и ограниченное число вычетов (см. выражение (2. 13)). Как и раньше, рассмотрение проводится в квазиупругом приближении, когда потерями энергии падающих тяжелых ионов в ходе реакции можно пренебрегать, так что $k_i = k_f = k$.

Так, в наших обозначениях дифференциальное сечение неупругого рассеяния на четно-четном ядре с возбуждением в нем вращательного или колебательного состояния коллективной природы с моментом L имеет вид [3]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{B\downarrow(EL)}{D_L^2}|T_L^{(in)}|^2, \tag{3.1}$$

где $D_L \simeq= Z_2 e\rho_0 R_C^{L+3}$, а $B\downarrow(EL)$ есть вероятность электрического перехода. Здесь $T_L^{(in)} = T_L^{(in),N} + T_L^{(in),c}$ включает в себя ядерную и кулоновскую часть переходного взаимодействия. Кулоновская амплитуда вычисляются стандартным образом и при высоких энергиях дает небольшой вклад в сечение. Здесь мы рассмотрим ядерную амплитуду

перехода, поскольку ее расчет представляет принципиальную часть задачи:

$$T_L^{(in),N} = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}R[t_{N,(+)}^{(in)} - (-1)^L t_{N,(-)}^{(in)}],$$
$$t_{N,(+)}^{(in)}(\gamma) = 2\pi i Y_{L0}(00)\gamma_N\, J_N^{(in)}(\gamma), \tag{3.2}$$

где

$$J_N^{(in)} = \int_0^\infty r\,dr\,\frac{df_N(r)}{dr}\,e^{g(r)}. \tag{3.3}$$

Здесь главное отличие от случая упругого рассеяния состоит в том, что теперь вместо ферми-функции в (3. 3) стоит ее производная, которая в районе полюса r_1 имеет вид

$$\frac{df_N(r,a,R)}{dr} == -\frac{1}{a}\frac{\exp\frac{r-R}{a}}{(1+\exp\frac{r-R}{a})^2} = -\frac{a}{(r-r_1)^2} + \tilde{f}^{(1)}. \tag{3.4}$$

Тогда, не учитывая пока вклада внеполюсного члена $\tilde{f}^{(1)}$, получим по аналогии с предыдущим разделом:

$$J_N^{(in)} = -ar_s e^{g(r_s)}\sqrt{\frac{-g''(r_s)}{2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{(z-t)^2}e^{-t^2} = \tag{3.5}$$

$$= ar_s e^{g(r_s)}\sqrt{\frac{-g''}{2}}\frac{d}{dz}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{z-t}e^{-t^2} = -i\pi a r_s e^{g(r_s)}\sqrt{\frac{-g''(r_s)}{2}}\frac{d}{dz}\omega(z),$$

где $\omega(z)$ есть функция ошибок (2. 26), а z определена как (2. 24).

Таким образом, зависимость от переданного импульса амплитуды неупругого рассеяния в отличие от упругого рассеяния содержит не функцию ошибок, а ее производную. Однако главные отличия в зависимостях от угла рассеяния амплитуд этих двух процессов будут определяться множителем $(-1)^L$ в сумме (3. 2): при возбуждении коллективных уровней ядер с четными моментами $J_f = L$ положения максимумов и минимумов углового распределения неупругого и упругого рассеяний будут совпадать, и наоборот, для нечетных L они будут меняться своими местами (правило фаз Блэйра).

Рассмотрим теперь специфику прямой реакции передач нуклонов $a + A \to b + B$, где $a = x + b, B = x + A$, а x –передаваемая частица . Используя [7], запишем для тяжелых ионов соответствующие дифференциальное сечение и амплитуде передачи:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi \frac{m_a m_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} S^a_{l_1} S^B_{l_2} (l_1 0 l_2 0 | L0)^2 \frac{|t_L^{(tr)}|^2}{2L+1}, \tag{3.6}$$

$$t_L^{(tr)} = \left[t_{L,(+)}^{(tr)} - (-1)^L t_{L,(-)}^{(tr)}\right], \qquad t_{L,(+)}^{(tr)} = -\frac{2\pi i}{\tilde{q}} Y_{L0}(00) J^{(tr)}(\gamma), \tag{3.7}$$

где S–соответствующие спектроскопические факторы,

$$J^{(tr)}(\gamma) = \int_0^\infty r dr \Im_L(r) e^{g(r,\gamma)}, \tag{3.8}$$

а функция $\Im_L(r)$, зависящая от передаваемого в ходе реакции углового момента L, определяется интегралом перекрытия потенциала перехода и радиальных волновых функций связанного состояния частицы x в начальном ядре $\phi^a_{l_1}$ и в конечном ядре $\phi^B_{l_2}$, куда она попала. В [7] было показано, что в достаточно общем виде эту функцию можно параметризовать в виде суммы

$$\Im_L(r) = \sum_n \frac{c_n}{\cosh^2 \frac{r-R_l}{2a_n}} \simeq -4 \sum_n \frac{c_n a_n^2}{(r - \bar{r}_1)^2} + \widetilde{\Im}_L(r), \tag{3.9}$$

где

$$\bar{r}_1 = R_L + i\pi a_n = r_1 + \bar{\delta}, \qquad \bar{\delta} = (R_L - R) + i\pi(a_n - a). \tag{3.10}$$

Легко видеть, что после подстановки (3. 9) в (3. 8) ответ будет сводиться к сумме по n функций вида (3. 5):

$$J^{(tr)}(\gamma) = -4i\pi a r_s e^{g(r_s)} \sqrt{\frac{-g''(r_s)}{2}} \sum_n c_n a_n^2 \frac{d}{d\bar{z}_n} \omega(\bar{z}_n), \tag{3.11}$$

где

$$\bar{z}_n = -(\delta - \bar{\delta}) \sqrt{\frac{-g''(r_s)}{2}}. \tag{3.12}$$