

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С343а
А-941

14/11-76

P4 - 9564

2206/2-76

Г.Н.Афанасьев, М.Б.Добромыслов,
Ким Ынг Пхунг

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ
В ТЕОРИИ СЛИЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

ч. I. Квазистационарные состояния
и выделение канала слияния

1976

P4 - 9564

Г.Н.Афанасьев, М.Б.Добромыслов,
Ким Ынг Пхунг

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ
В ТЕОРИИ СЛИЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

ч. I. Квазистационарные состояния
и выделение канала слияния

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. Более двадцати лет назад Блатт и Вайскопф сформулировали ядерную модель /1/, позволяющую вычислить сечение образования составного ядра для реакций с заряженными частицами. В известной работе /2/ на основе этой модели Т.Д.Томасом были проведены конкретные расчеты реакций с тяжелыми ионами для широкого круга ядер и энергий. В работе /3/ была дана аналитическая версия этой же модели.

Поскольку использование этой модели и ее модификаций лежит в основе дальнейших рассуждений, кратко напомним ее основные положения.

Предполагается, что процесс образования составного ядра может быть описан в рамках потенциального рассеяния. Вещественная часть потенциальной энергии выбирается в виде:

$$V_0 = \begin{cases} \frac{z_1 z_2 e^2}{r} & \text{при } r > R, \\ -V_0 & \text{при } r < R. \end{cases} \quad /1.1/$$

Здесь $R = R_1 + R_2$, а R_1 и R_2 - радиусы налетающей частицы и ядра-мишени: $R_1 = r_0 \cdot A_1^{1/3}$, $R_2 = r_0 \cdot A_2^{1/3}$. Т.Д.Томас использовал следующие значения параметров r_0 и V_0 :

$$r_0 = 1,5 \text{ Фм}, \quad V_0 = \frac{h^2 k_0^2}{2\mu}, \quad \mu = M_N \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2}, \quad k_0 = 1 \text{ Фм}^{-1}.$$

Далее предполагается, что при $r < R$ имеет место полное поглощение. Это означает, что внутри ядра есть только сходящаяся волна и внешнее решение, представляющее собой комбинацию кулоновских функций F_ℓ и G_ℓ , сшивається при $r=R$ со сходящейся экспонентой $u \sim \exp(-ik_1 r)$,

где k_1 есть волновое число внутри ядра, следующим образом связанное с волновым числом k вне ядра:

$$k_1 = \sqrt{k^2 + k_0^2}, \quad k_0^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2} \quad / E - \text{энергия в с.ц.м./}.$$

Результатом этих предположений является следующая простая формула для сечения:

$$\sigma = \pi \lambda^2 \sum (2l + 1) \frac{4k_1 R s_l}{\Delta_l^2 + (k_1 R + s_l)^2}, \quad /1.2/$$

где

$$s_l = \frac{kR}{F_l^2 + G_l^2}, \quad \Delta_l = kR \frac{F_l F'_l + G_l G'_l}{F_l^2 + G_l^2}, \quad \lambda = \frac{1}{k},$$

$$F'_l = \left. \frac{dF_l(\eta, \rho)}{d\rho} \right|_{r=R}, \quad G'_l = \left. \frac{dG_l(\eta, \rho)}{d\rho} \right|_{r=R}.$$

2. В предыдущем пункте мы не конкретизировали, сечение какого именно процесса описывает выражение /1.2/. Ясно, однако, что бесконечно большое поглощение приводит к выбыванию частиц из пучка безотносительно к тому, образуется ли при этом составное ядро или нет. Точнее говоря, только часть сечения реакции /1.2/ идет на образование составного ядра. На рис. 1 сплошными линиями показана зависимость сечения реакции от энергии, вычисленная по формуле /1.2/ для реакции (^{16}O , ^{27}Al), при различных значениях глубины вещественного потенциала V_0 . В интервале $V_0 = (1 \div 10)$ МэВ кривые практически не различаются. Томасовскому выбору соответствует значение $V_0 = 2,07$ МэВ. Крестиками показаны экспериментальные данные по полному сечению реакции^{/4/}, кружки соответствуют экспериментальным данным по сечению слияния^{/5/}. Отличное согласие томасовского сечения /1.2/ с экспериментальными сечениями реакции лишней раз убеждает нас, что сечение /1.2/

есть сечение реакции, а не сечение слияния ядер. Не имея возможности ввиду недостатка места упомянуть все последующие работы, мы хотели бы подчеркнуть, что ни одна из них не имеет простоты и физической наглядности, присущих пионерским работам^{/2, 3/}.

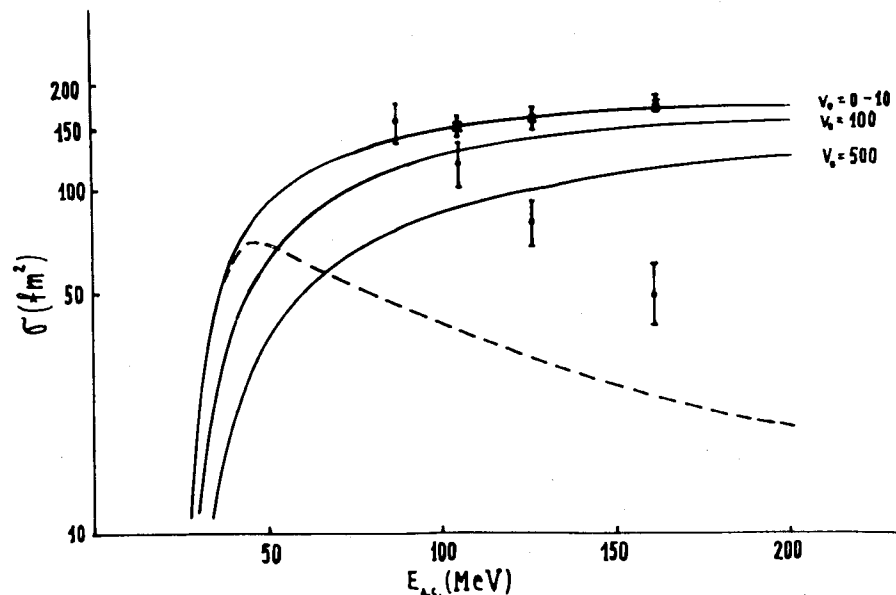


Рис. 1. Сплошные линии - сечения реакции, вычисленные по формуле Томаса /1.2/. Цифры справа от кривых означают глубину /МэВ/ реальной части потенциала V_0 . В интервале $V_0 = (0-10)$ МэВ все кривые практически совпадают. Пунктирная кривая относится к модели с квазистационарными состояниями. Крестики и кружки относятся соответственно к экспериментальным данным по сечению реакции^{/4/} и сечению слияния^{/5/}.

Цель данной работы состоит в том, чтобы проанализировать физическую сторону процесса слияния ядер на основе незначительных модификаций исходной модели^{/1-3/}. При этом мы определяем, что следует понимать под словами "сечение образования составного ядра". Последующее изложение посвящено анализу и приложению нескольких таких определений.

3. Наиболее естественно попытаться связать сечение образования составного ядра с наличием квазистационарных состояний в потенциале /1.1/. Именно, примем, что сечение реакции есть сумма /1.2/ при суммировании по всем ℓ от $\ell = 0$ до $\ell = \infty$. Под сечением составного ядра будем понимать часть суммы /1.2/, полученную ограничением суммирования до ℓ_c , где ℓ_c есть максимальный угловой момент квазистационарного состояния, достижимый в потенциальной яме /1.1/. Очевидно, что сечение как функция энергии будет возрастать до тех пор, пока эффективное число орбитальных моментов, вносящих вклад в сечение /1.2/, не превышает ℓ_c . С дальнейшим ростом энергии все большая часть суммы сосредотачивается в области $\ell > \ell_c$, и поэтому относительный вклад в сечение образования составного ядра уменьшается.

Следуя работе /6/, мы находим следующее уравнение для положения квазистационарных уровней энергии:

$$\ell + 1 - k_1 R \frac{J_{\ell+3/2}(k_1 R)}{J_{\ell+1/2}(k_1 R)} = -kR \sqrt{\phi(kR)} (1 + \gamma),$$

где

$$\sqrt{\phi(x)} = \frac{2\eta}{x} + \frac{(\ell + 1/2)^2}{x^2} - 1, \quad \gamma = \frac{1}{4} \left[\frac{d\phi}{d\phi} \right]_{kR}^{3/2}$$

Ширина квазистационарного уровня равна:

$$\Gamma_\ell = \frac{2h^2}{\mu} \frac{k\phi^{1/2}(kR) \exp[-2\omega(kR)]}{R \left\{ 1 - \frac{2\ell+1}{kR} \frac{J_{\ell+3/2}(k_1 R)}{J_{\ell+1/2}(k_1 R)} + \frac{J_{\ell+3/2}^2(k_1 R)}{J_{\ell+1/2}^2(k_1 R)} \right\} + \frac{1-\gamma}{k\sqrt{\phi}} \frac{1}{1+\gamma}}$$

причем показатель экспоненты $\omega(\rho)$ равен

$$\omega(\rho) = -\rho \phi^{1/2}(\rho) + \frac{\pi}{2} \eta + \eta \arcsin \frac{\eta - \rho}{\sqrt{\eta^2 + (\ell + 1/2)^2}} - (\ell + 1/2) \ln \frac{\sqrt{\eta^2 + (\ell + 1/2)^2}}{\eta + \frac{(\ell + 1/2)^2}{\rho} + (\ell + 1/2) \phi^{1/2}(\rho)}$$

На рис. 1 пунктирной линией показано сечение образования составного ядра /в смысле определения, приведенного в начале данного пункта/. Ход кривой качественно правильно отражает экспериментальную тенденцию к убыванию сечения слияния при больших энергиях, однако в количественном отношении ни о каком согласии не может быть и речи. Одна из причин того, что вычисленное сечение слияния занижено по сравнению с экспериментальным состоит в том, что в потенциальной яме /1.1/ существует несколько квазистационарных состояний с данным значением орбитального момента ℓ и в формуле для сечения слияния это следует учитывать, вводя амплитуду перехода из состояния непрерывного спектра с энергией E в каждое из квазистационарных состояний.

4. Падения сечения реакции, начиная с некоторой энергии, можно добиться, вводя в потенциал конечную мнимую часть. Рассмотрим, например, рассеяние на следующем потенциале:

$$V = \begin{cases} -V_0 - iW_0 & \text{при } r < R, \\ \frac{z_1 z_2 e^2}{r} & \text{при } r > R. \end{cases} \quad /4.1/$$

В этом случае для сечения имеем следующее выражение:

$$\sigma = \pi \lambda^2 \sum T_\ell (2\ell + 1), \quad /4.2/$$

где

$$T_\ell = - \frac{4\Psi_{2\ell}}{F_\ell^2 + G_\ell^2} \frac{1}{\left(\frac{G_\ell G'_\ell + F_\ell F'_\ell}{F_\ell^2 + G_\ell^2} - \Psi_{1\ell} \right)^2 + \left(\frac{1}{F_\ell^2 + G_\ell^2} - \Psi_{2\ell} \right)^2}$$

Здесь $\Psi_{1\ell}$, $\Psi_{2\ell}$ - вещественная и мнимая части логарифмической производной внутренней функции при $r = R$

$$\Psi_{1\ell} = \frac{1}{k} \operatorname{Re} \frac{\Psi'_{in}}{\Psi_{in}}, \quad \Psi_{2\ell} = \frac{1}{k} \operatorname{Im} \frac{\Psi'_{in}}{\Psi_{in}}.$$

В случае потенциала /4.1/ имеем:

$$\Psi_{1\ell} = \frac{\ell + 1}{kR} - \frac{1}{k} \operatorname{Re} \left[k_1 \frac{J_{\ell+3/2}(k_1 R)}{J_{\ell+1/2}(k_1 R)} \right], \quad /4.3/$$

$$\Psi_{2\ell} = -\frac{1}{k} \operatorname{Im} \left[k_1 \frac{J_{\ell+3/2}(k_1 R)}{J_{\ell+1/2}(k_1 R)} \right].$$

Здесь $k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{h}$, $k_1 = \frac{\sqrt{2\mu(E + V_0 + iW_0)}}{h}$.

Случаю, рассмотренному в /1, 2/, соответствует следующий выбор Ψ :

$$\Psi_{1\ell} = 0, \quad \Psi_{2\ell} = -\sqrt{\frac{E + V_0}{E}}.$$

Если устремить в /4.3/ W_0 к ∞ , то будем иметь

$$\Psi_{1\ell} = \Psi_{2\ell} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (W_0/E)^{1/2}.$$

Таким образом, при увеличении глубины мнимого потенциала мы не приходим к случаю, рассмотренному в /1, 2/.

Качественно ясно, как должно вести себя сечение /4.2/ при изменении энергии. В самом деле, при малых энергиях мнимая часть потенциала доминирует, т.е. имеем модель с сильным поглощением типа модели Томаса. В этой области сечение растет с ростом энергии. С другой стороны, при высоких энергиях мнимой частью потенциала можно пренебречь, S-матрица близка к унитарной, поэтому стремится к нулю величина

$$T_\ell(E) = 1 - |S_\ell|^2.$$

а, следовательно, и вся сумма /4.2/.

На рис. 2 приведена зависимость сечений от энергии для различных глубин мнимого потенциала W_0 . Хотя качественно падение сечения с уменьшением энергии объясняется, наклоны кривых для сечений отличаются от экспериментальных.

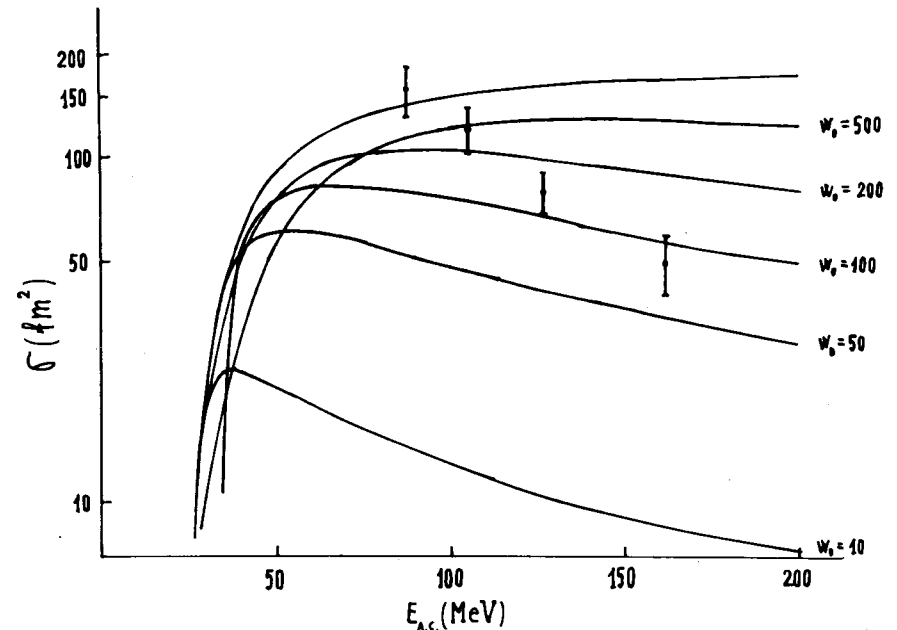


Рис. 2. Верхняя кривая - сечение реакции, вычисленное по формуле Томаса /1.2/ с $V_0 = 2,07$ МэВ. Остальные сплошные линии относятся к модели с конечным поглощением. Цифры справа от кривых означают глубину мнимой части потенциала /МэВ/. Экспериментальные точки - те же, что и на рис. 1.

5. Рассмотренная в предыдущем пункте модель напоминает процесс рассеяния пучка фотонов. При этом происходит ослабление интенсивности пучка фотонов, хотя энергия рассеянных фотонов равна энергии падающих. С другой стороны, заряженные частицы, проходя через вещество, также теряют энергию. Попробуем построить аналог такой модели в случае рассеяния тяжелых ионов.

Мы по-прежнему исходим из потенциала /1.1, однако считаем теперь, что, попадая в область $r < R$, частица теряет свою энергию. При этом предполагается, что при $r < R$ частицы движутся по классическим траекториям. Поскольку в этой области потенциал является константой, то траектории суть прямые линии. На границе области /при $r = R$ / наклон траектории меняется из-за скачка в показателе преломления. Руководствуясь подобными соображениями, легко вычислить длину пути, проходимого частицей с орбитальным моментом ℓ

$$S_\ell = 2R \sqrt{1 - \frac{(\ell + 1/2)^2 h^2}{2\mu(E + V_0)R^2}}$$

Если же ℓ таково, что подкоренное выражение отрицательно, то S_ℓ следует считать равным нулю, т.к. при этом имеет место полное внутреннее отражение. Для простоты примем, что потери энергии постоянны на единице пути и равны σ МэВ/Фм. Тогда потери энергии на отрезке длины S_ℓ равны

$$\sigma_\ell = \sigma \cdot S_\ell \quad /5.1/$$

Формулу для сечения слияния можно представить в виде

$$\sigma_c = \pi \lambda^2 \sum (2\ell + 1) T_\ell(E) [1 - T_\ell(E - \sigma_\ell)] \quad /5.2/$$

Сомножителям, входящим в /5.2/, можно дать следующую физическую интерпретацию. Частица с энергией E и орбитальным моментом ℓ с вероятностью $T_\ell(E)$ может проникнуть через барьер. Пройдя барьер и попав внутрь сферы радиуса R , частица, в соответствии с нашими предположениями, с неизбежностью теряет энергию σ_ℓ МэВ. Далее, $T_\ell(E - \sigma_\ell)$ есть вероятность частицы с энергией $(E - \sigma_\ell)$ покинуть потенциальную яму; тогда $[1 - T_\ell(E - \sigma_\ell)]$ есть вероятность того, что частица захватится потенциальной ямой. Наконец, $T_\ell(E) [1 - T_\ell(E - \sigma_\ell)]$ есть вероятность полного процесса.

Физически ясно, как должно вести сечение слияния

с ростом энергии. Именно, при $E \ll E_B (= \frac{z_1 z_2 e^2}{R})$ первый

множитель в /5.2/ экспоненциально мал, а второй практически не отличается от единицы. По мере приближения энергии к барьеру $T_\ell(E)$ для малых ℓ приближается к 1, тогда как $[1 - T_\ell(E - \sigma_\ell)]$ также порядка единицы /из-за того, что сброс энергии велик именно для малых ℓ /. Таким образом, в подбарьерной области мы должны наблюдать рост сечения с энергией. При $E > E_B$ первый

множитель - порядка единицы для $\ell < \ell_c (= \frac{\sqrt{2\mu(E - E_B)}R^2}{h} - \frac{1}{2})$ и убывает с ростом ℓ при $\ell > \ell_c$. Для тех ℓ , для которых $\sigma_\ell > E - E_B$, мы имеем прежнюю ситуацию, т.е. для таких ℓ отдельные слагаемые /5.2/ растут. Для тех ℓ , для которых выполняется обратное неравенство, $T_\ell(E - \sigma_\ell)$ порядка единицы и $[1 - T_\ell(E - \sigma_\ell)]$ близко к нулю. С ростом энергии число орбитальных моментов, удовлетворяющих неравенству $\sigma_\ell > E - E_B$, уменьшается. Поэтому в надбарьерной области сечение слияния продолжает расти в некотором интервале, зависящем от константы σ , а затем начинает убывать.

На рис. 3 приведены зависимости сечения слияния от энергии для различных значений константы сброса энергии σ . Заметим, что модели Томаса соответствует случай $\sigma = \infty$. Таким образом, значение $\sigma = 2,5$ МэВ/Фм удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Все кривые на рисунке были вычислены при томасовском значении $V_0 = 2,07$ МэВ. Интересно для данной модели проследить, какую роль играет выбор V_0 . На рис. 4 представлен набор сечений, вычисленных для различных значений V_0 и σ . Из рисунка следует, что V_0 и σ удачно дополняют друг друга при фитировании: значение σ определяет место отхода кривой сечения слияния от томасовской кривой, тогда как V_0 определяет наклон сечения слияния.

6. Интересно рассмотреть также иные варианты деградации энергии, кроме /5.1/. На рис. 5 приведены сечения слияния для случая экспоненциального убывания энергии

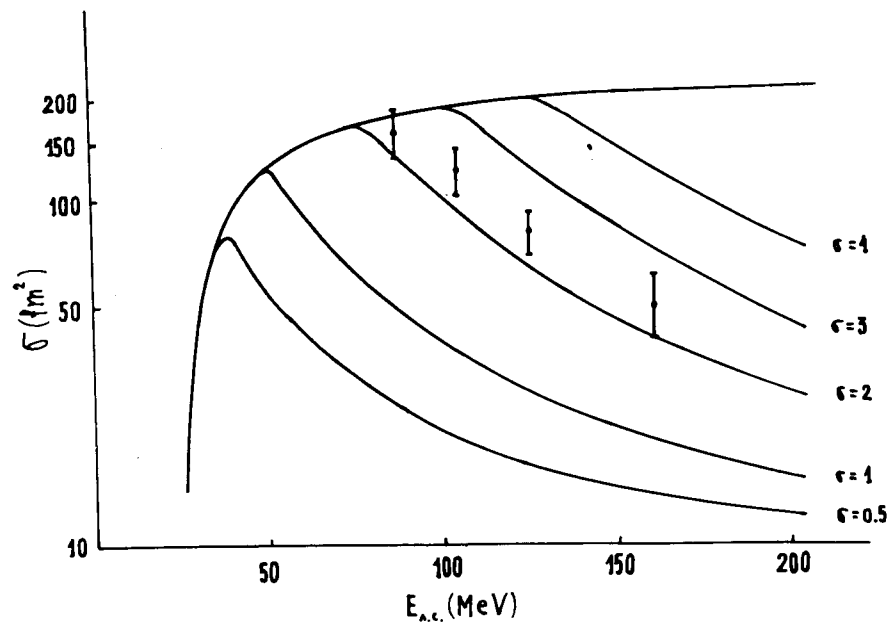


Рис. 3. Модель со сбросом энергии с постоянной потерей σ на единице пути. Значения σ даны в единицах МэВ/Фм и нанесены справа от кривых. Экспериментальные данные те же, что и на рис. 1.

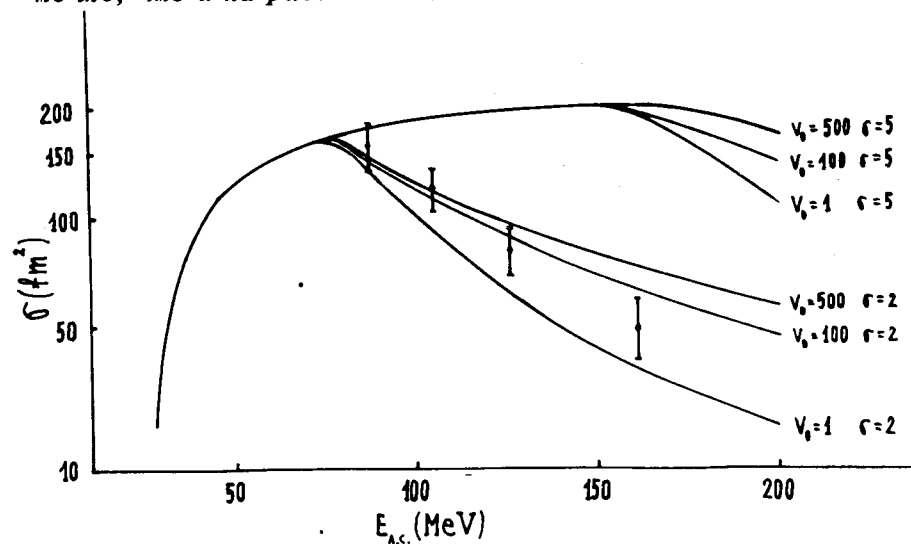


Рис. 4. Модель со сбросом энергии с постоянными потерями σ на единице пути. Справа от кривых находятся значения σ /МэВ/Фм/ и V_0 /МэВ/. Экспериментальные данные те же, что и на рис. 1.

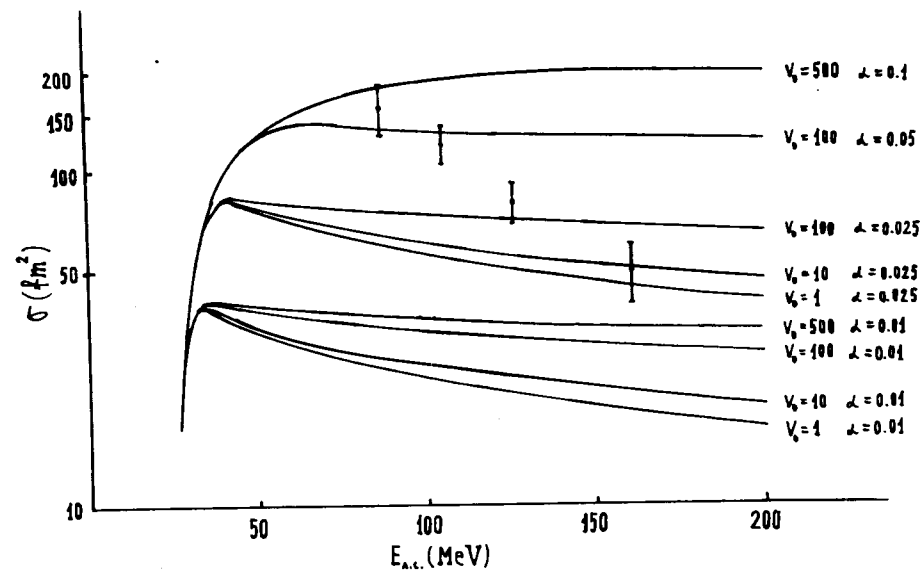


Рис. 5. Модель со сбросом энергии с экспоненциальными потерями: $E(x) = E_0 e^{-\alpha x}$. Цифры справа от кривых означают α /Фм⁻¹ / и V_0 /МэВ/. Экспериментальные данные те же, что и на рис. 1.

$$E = E_0 \exp(-\alpha S_\rho)$$

для различных значений α , V_0 . Видно, что в этом случае труднее добиться согласия с экспериментом. В случае, если убыль энергии на единице пути пропорциональна скорости

$$\frac{dE}{dx} = -\beta v,$$

энергия после прохождения частицей расстояния S_ρ равна

$$E(S_\rho) = E_0 - \gamma S_\rho \sqrt{E + V_0 + \left(\frac{\gamma S_\rho}{2}\right)^2},$$

$$\left(\gamma = \sqrt{\frac{2}{\mu}} \beta\right).$$

На рис. 6 приведены сечения слияния для набора параметров γ , V_0 . Отметим, что в этом случае все сечения идут примерно параллельно и вариация γ ведет примерно к тем же результатам, что и вариация V_0 .

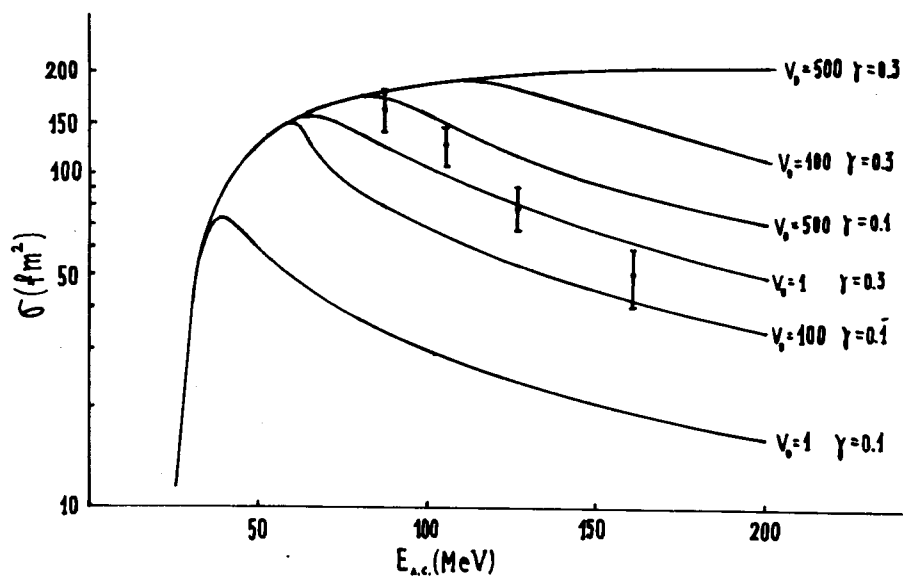


Рис. 6. Модель со сбросом энергии с потерями энергии, пропорциональными скорости $\frac{dE}{dx} = -\beta v$. Цифры справа от кривых означают $\gamma = \sqrt{\frac{2}{\mu}} \beta$ /в единицах $\text{МэВ}^{1/2}/\text{Фм}/$ и V_0 /МэВ/. Экспериментальные данные те же, что и на рис. 1.

7. Итак, мы рассмотрели несколько простых моделей, позволяющих понять физику процесса слияния на примере реакции (^{16}O , ^{27}Al). Наиболее удачной является модель с поглощением энергии. Необходимо апробировать рассмотренные модели на имеющемся экспериментальном материале.

Один из авторов /А.Г.Н./ благодарен профессору В.Г.Соловьеву за предоставленную возможность работать над данной темой.

Литература

1. Д.Блатт, В.Вайскопф. Теоретическая ядерная физика. М., ИЛ., 1954.
2. T.D.Thomas. Phys.Rev., 116, 703 /1959/.
3. В.В.Бабиков. ЖЭТФ, 38, 279 /1960/.
4. B.Wilkins and G.Igo. Proc. of the Third Conf. on Reactions between Complex Nuclei. (Univ. of California Press, Berkeley, 1963, p. 241).
5. L.Kowalski, J.C.Jodogne and J.M.Miller. Phys. Rev., 169, 894 /1968/.
6. G.H.Winslow. Phys.Rev., 96, 1032 /1954/.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 февраля 1976 года.