

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



Б-916

2416/4-76

Л Я П

Р4 - 9556

В.В.Буров, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль

АНАЛИЗ ВАРИАЦИЙ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА В ЯДРАХ

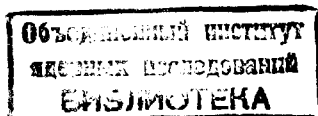
**1976**

P4 - 9556

В.В.Буров,<sup>1</sup> В.К.Лукиянов, Ю.С.Поль<sup>2</sup>

АНАЛИЗ ВАРИАЦИЙ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА В ЯДРАХ

*Направлено в "Physics Letters"*



<sup>1</sup> Московский государственный университет.

<sup>2</sup> Физический институт АН СССР.

Метод модельно-независимого анализа /МНА/ факторов рассеяния электронов на ядрах дает “экспериментальные” распределения плотности заряда в ядрах с некоторой неоднозначностью типа

$$\delta\rho = A(r) \sin\left(\frac{2\pi nr}{R}\right), \quad /1/$$

где

$$n > n_0 = q_{\max} R/2\pi,$$

а  $q_{\max}$  есть максимальный передаваемый импульс, измеряемый в заданном эксперименте. Такая неоднозначность обсуждалась, начиная с работы /1/, где МНА применялся к данным по  $^{40,48}\text{Ca}$  /2/ и позднее к данным по  $^4\text{He}$  /3/,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{32}\text{S}$  /4/,  $^{208}\text{Pb}$  /5/. Во всех этих работах в анализе использовались различные пробные функции: производные ферми-функции /1/, гауссовские функции /3, 4/ и ряд других /5/. Однако до настоящего времени не было ни одного примера, где одновременно использовался бы целый ряд пробных  $\rho$ -функций для одного и того же ядра, хотя можно предположить, что результаты МНА должны зависеть от их выбора. Таким образом, задача этой заметки состоит в исследовании следующих вопросов. Первый - как влияет выбор пробных функций на характер получаемых распределений плотности заряда и, в частности, на их “тонкую структуру” - радиальные вариации? Здесь надо анализировать одно и то же ядро с различными наборами пробных функций. Второй - каково относительное поведение компонент “тонкой структуры” рас-

пределений плотности заряда, получаемых в МНА, при движении вдоль широкой области атомных весов? В этом случае мы исследуем много ядер в рамках одного и того же класса пробных функций.

Мы использовали в МНА три типа пробных функций. Первый - симметризованная ферми-функция:

$$\rho_{SF}(r, R, b) = \rho_0 \phi(r, R, b), \quad /2/$$

где

$$\phi(r, R, b) = \text{sh}(R/b) / (\text{ch}(R/b) + \text{ch}(r/b)). \quad /3/$$

Она имеет только два параметра:  $R$  - радиус полуспада плотности, и  $b$  - параметр диффузности. Полезным свойством этой функции является ее реалистический экспоненциальный спад при  $r > R$  и плато при  $r < R$  /подчеркнем, что для обычной ферми-функции имеем  $d\rho_F/dr(r=0) \neq 0$ , в то время как  $d\rho_{SF}/dr(r=0) = 0$ /. Вторая пробная функция была:

$$\rho_1 = \rho_{SF}(rR_0b_0) + a_1 \rho_{SF}^{(1)}(rR_1b_1), \quad /4/$$

где производная определяется как

$$\rho_{SF}^{(n)}(rRb) = b^n \frac{d^n \phi(rRb)}{dR^n}. \quad /5/$$

В выражении /4/ имеется пять параметров:  $R_0$ ,  $b_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $R_1$ , которые варьируются независимо. Такого вида плотность подчеркивает роль "бампа" в районе ядерной поверхности. Его физическая природа связана с переходом от осциллирующего поведения ядерных волновых функций при  $r < R$  к их экспоненциальному спаду при  $r > R$  /эффект "стенки"/. Третья функция была:

$$\rho = \sum_{n=0}^N a_n \rho_{SF}^{(n)}(rRb). \quad /6/$$

Она имеет  $\{a_n\}$  вариационных переменных, а  $R$  и  $b$  остаются фиксированными и совпадают со своими значениями, полученными в подгонке с плотностью /2/. С ростом  $N$  число вариационных переменных возрастает.

Из соображений удобства мы преобразовали все экспериментальные формфакторы /2, 6/, измеренные для данного ядра при разных энергиях, к одному формфактору, введя для этого эффективный переданный импульс  $q_{\text{eff}} = q(1 + U(0)/E)$ , где  $U(0)$  - кулоновский потенциал в центре ядра. С другой стороны, это не позволяет достичь в результате подгоночной процедуры значения  $\chi^2$  на точку меньше, чем 3-4 единицы /когда все точки включаются в анализ/, в то время как при подгонке под данные при одной энергии эта величина может достичь значения, близкого к 1.

Формфакторы рассчитывались в рамках так называемого высокоэнергетического /эikonального/ приближения /7/. Полученные результаты очень близки к результатам расчета на основе численного решения уравнения Дирака. Здесь мы имеем

$$F(q) = q^2 \int d\vec{r} \frac{g(\vec{r})}{\tilde{q}^2(\vec{r})} \exp\{i[\vec{q}\vec{r} + \phi(\vec{r})]\} \rho(\vec{r}), \quad /7/$$

где  $g$  и  $\phi$  - соответственно амплитуда и фаза искажающих функций, а  $\tilde{q}$  - локальный переданный импульс. Они известны в явном виде /7, 8/. Затем, подставляя плотности /2/ - /6/ в /7/, можно записать выражение в следующем типичном виде:

$$F(q) = \sum_n a_n F_{SF}^{(n)}(q, R, b), \quad /8/$$

где

$$F_{SF}^{(n)}(q) = - \frac{4\pi^2 b R \rho_0}{q \text{Sh}(\pi b q)} D[\cos(qR + \Phi) - \frac{\pi b}{q} \sin(qR + \Phi) \text{ctg}(\pi b q)] \quad /9/$$

есть формфактор симметризованной ферми-функции /9/, а  $D$  и  $\Phi$  выражаются через аналогичные функции из /8/.

Теперь процедура подгонки состоит в отыскании набора  $\{a_n\}$  коэффициентов, которые затем восстанавливают "экспериментальные" плотности /2/ - /6/ для каждого из ядер.

Результаты расчетов на основе МНА для группы ядер приведены на рисунке, где сплошными линиями показаны расчеты с  $\rho_{SF}$  и  $\rho$ , обозначенные соответственно индексом N возле кривой, а пунктирные линии есть плотности  $\rho_1$ . В правой стороне рисунка показаны отклонения получаемых плотностей от функции  $\rho_{SF}$ , параметры которой даны в таблице. Числа справа от  $\Delta\rho$ -кривых дают значение единицы масштаба в ферми<sup>-1</sup>. Отметим, что ряд расчетов с функцией  $\rho_{SF}$  был проведен в /10/. В итоге можно прийти к следующим заключениям.

1. Для  $\rho_{SF}$ -плотности /2 параметра/ согласие с экспериментом достигается вплоть до значений  $x_0 = q_{eff} A^{1/3} = 7,7 \Phi^{-1} / \pm 20\%$ . Это позволяет определить область  $q > q_0 = 7,7 A^{-1/3} \Phi^{-1}$  как область больших передаваемых импульсов, где формфакторы уже чувствительны к деталям ядерной структуры, которые в нашем случае идентифицируются как радиальные вариации плотности. Более точно, величины  $x_0$  коррелируют с характером заполнения ядерных оболочек:  $x_0(1s) = 5,8$ ;  $x_0(1p) = 6,6$ ;  $x_0(1d_{5/2} 2s_{1/2}) = 7,1$ ;  $x_0(1d_{3/2}) = 9,2$ .

2. Чтобы получить согласие при всех  $q$ , необходимо увеличить число параметров, используя для этого функции  $\rho_1$  и  $\rho$ . Функция  $\rho_1$  /пять параметров/ может дать согласие с рядом экспериментальных формфакторов, включая область больших  $q$ . Можно видеть, что для более тяжелых ядер, начиная с <sup>28</sup>Si, "бамп" зарядовой плотности всегда располагается в области  $\gamma$ , меньших значения радиуса полуспада плотности R функции  $\rho_{SF}$ . Интересно заметить, что для дважды магических ядер <sup>40</sup>Ca и

Сравнение с экспериментом формфакторов, рассчитанных с симметризованной ферми-плотностью  $\rho_{SF}$  /сплошная, O/, функцией с "бампом" на поверхности  $\rho_1$  /пунктир/ и "осциллирующей" функцией  $\rho_1$  /сплошная, N ≠ 0 /. Соответствующие отклонения от  $\rho_{SF}$  даны на рисунке справа.

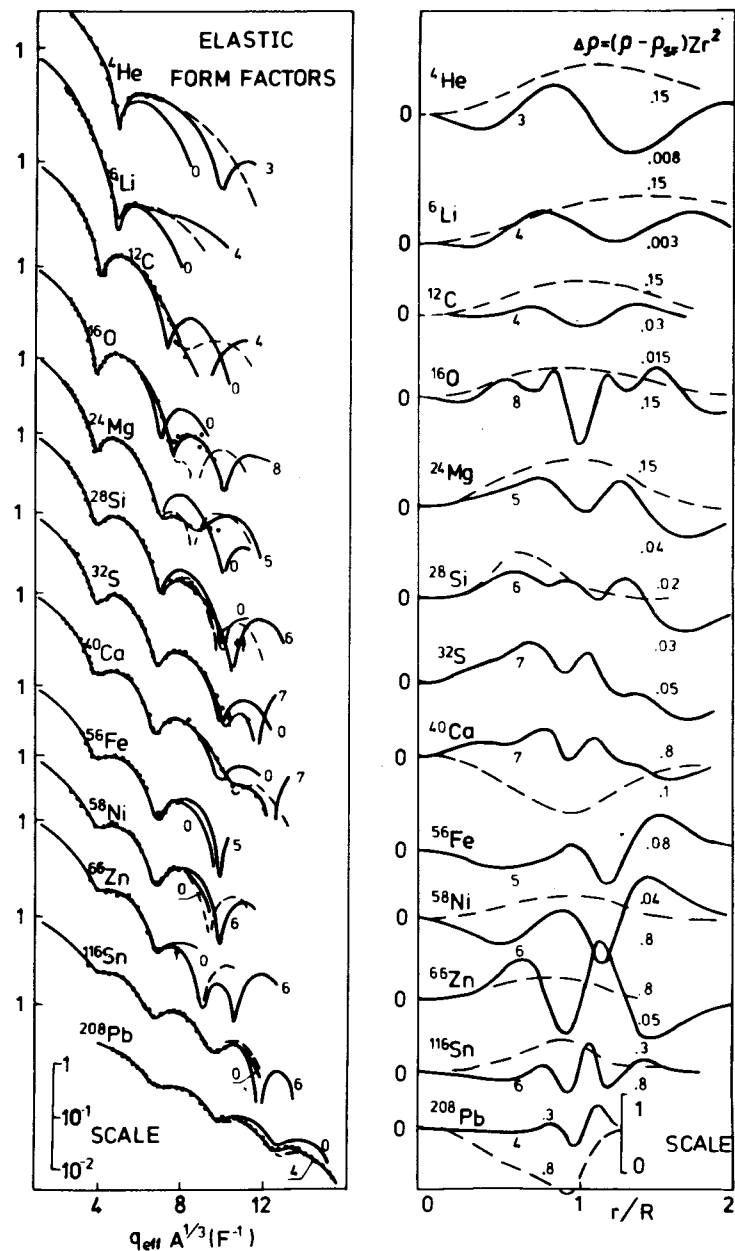


Таблица  
 Параметры подгонки симметризованной ферми-плотности

	$R [F]$	$b [F]$	$\langle r^2 \rangle^{1/2} [F]$
${}^4\text{He}$	1,238	0,380	1,708
${}^6\text{Li}$	1,364	0,620	2,535
${}^{12}\text{C}$	2,214	0,488	2,496
${}^{16}\text{O}$	2,562	0,497	2,711
${}^{24}\text{Mg}$	2,934	0,569	3,105
${}^{28}\text{Si}$	3,085	0,563	3,175
${}^{32}\text{S}$	3,255	0,601	3,370
${}^{40}\text{Ca}$	3,556	0,578	3,493
${}^{56}\text{Fe}$	4,054	0,600	3,853
${}^{58}\text{Ni}$	4,153	0,566	3,844
${}^{66}\text{Zn}$	4,200	0,663	4,081
${}^{116}\text{Sn}$	5,486	0,561	4,734
${}^{208}\text{Pb}$	6,557	0,515	5,427

${}^{208}\text{Pb}$  отклонение  $\Delta\rho$  имеет отрицательный знак /“анти-бамп“/.

3. При работе с функцией  $\rho / N + 1$  параметр/процедура подгонки останавливалась каждый раз, когда величина  $N$  принимала минимально возможное значение, достаточное для получения согласия с экспериментом во всей области измеренных  $q$ . Дальнейшее увеличение  $N$  приво-

дило к другим плотностям, которые располагались, однако, внутри коридора теоретических ошибок, соответствующего данному базису выбираемых вариационных функций. Такие коридоры обычно демонстрируют во всех работах, связанных с применением МНА. Естественно, что число  $N /$  и число вариаций плотности/ зависит от значения  $q_{\text{max}}$ , достигаемого в заданном эксперименте. Но когда  $q_{\text{max}}$  оказывается одинаковым для группы ядер /здесь это  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{24}\text{Mg}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$  и  ${}^{32}\text{S}$ , где  $q_{\text{max}} \sim 3,5 \Phi^{-1} /$ , МНА позволяет найти значения  $N$ , характерные для каждого из ядер, и на этой основе выявить некоторые различия в их структуре. Так, для указанных ядер получается соответственно  $N = 4, 8, 5, 6, 7$ . Далее, интересно, что максимальное значение  $N$  соответствует магическим ядрам  ${}^{16}\text{O} / N = 8 /$  и  ${}^{40}\text{Ca} / N = 7 /$ .

4. Во многих случаях /например,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C} /$  распределения плотности заряда  $\rho_1$  и  $\rho$  отличаются качественно, хотя и то и другое приводит к одним и тем же формфакторам. Таким образом, можно, действительно, заключить, что результаты МНА зависят от выбора пробных базисных функций  $\rho$ .

#### Литература

1. В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков, Ю.С. Поль. ЯФ, 9, 349 /1969/; Ю.С. Поль. ЯФ, 10, 771 /1969/.
2. J.V. Bellicard, F. Bounin, R. Froch et al. Phys. Rev. Lett., 19, 9 (1967).
3. I. Sick. Proc. Int. Conf. Photonucle. React. and Appl., v. II, ed. by L. Berman. Oak Ridge, 1973.
4. I. Sick. Nucl. Phys., A218, 509 (1974).
5. J. Friedrich, F. Lenz. Nucl. Phys., A183, 523 (1972). J.L. Friar, I.W. Negele. Nucl. Phys., A212, 93 (1973).
6. G.C. Li, I. Sick, M.R. Yearian. Phys. Rev., C9, 1861 (1974), and refs. therein; А.С. Литвиненко, Н.Г. Шевченко, И.Ю. Буки и др. ЯФ, 14, 40 /1971/ и ссылки там же.
7. D.R. Yennie, F.L. Boos, D.G. Ravenhall. Phys. Rev., 137 B882 (1965); Yu.S. Pol, V.K. Lukyanov, I.Z. Petkov. Acta Phys. Pol., 34, 19 (1965).

8. И. Ж. Петков, В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль, ЯФ, 4, 57  
/1966/.
9. Ю. Н. Елдышев, В. К. Лукьянов, Ю. П. Поль. ЯФ, 16, 506  
/1972/.
10. V. V. Burou, Yu. N. Eldyshev, V. K. Lukyanov, Yu. S. Pol.  
JINR, E4-8029, Dubna, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 февраля 1976 года.