

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



Б-911

2440/2-76

28/11-76

P4 - 9548

Г.Г.Бунатян, Ю.С.Поль

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ

МЕДЛЕННЫХ  $\pi$ -МЕЗОНОВ НА ЯДРАХ

**1976**

P4 - 9548

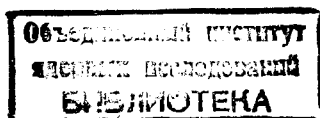
Г.Г.Бунатян, Ю.С.Поль\*

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ  
МЕДЛЕННЫХ  $\pi$ -МЕЗОНОВ НА ЯДРАХ

*Направлено в ЯФ*

---

\* Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР,  
Москва



### *Введение*

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал по упругому рассеянию  $\pi$ -мезонов на сложных ядрах <sup>/1/</sup>. Теоретический анализ этих данных проводился в ряде работ <sup>/2-5/</sup> в рамках теории многократного рассеяния, из которой в зависимости от приближений следуют различные виды эффективного потенциала. Общим для всех этих работ является применение в качестве распределения плотности нуклонов гауссовских функций, которые не дают согласия с экспериментальными данными по электромагнитным формфакторам ядер. Кроме того, в указанных исследованиях в эффективном потенциале не учитывается парное поглощение пионов и лорентц-лоренц-эффект, что необходимо для описания связанных состояний  $\pi$ -мезоатомов.

В работах <sup>/6/</sup> были проведены расчеты с одним и тем же эффективным потенциалом как связанных состояний  $\pi$ -мезоатомов, так и упругого рассеяния  $\pi^+$ -мезонов. В качестве распределения плотности нуклонов использовалась фермиевская функция с параметрами, найденными из анализа упругого рассеяния электронов; было получено хорошее описание связанных состояний  $\pi^+$ -мезоатомов.

Целью данной работы является следующее.

1. Провести расчеты упругого рассеяния  $\pi^+$ -мезонов на легких ядрах с симметризованным фермиевским распределением нуклонов  $\rho_{SF}$ , хорошо согласующимся с данными по рассеянию электронов <sup>/7, 8/</sup>.

2. Исследовать возможность изучения в рамках оптической модели пион-ядерного взаимодействия "тонкой структуры" распределения нуклонов в ядре, следующей из модельно-независимого анализа экспериментальных данных по формфакторам ядер и теоретических расчетов по различным моделям /9/.

3. Проанализировать зависимость результатов от возможных изменений вида эффективного оптического потенциала.

Как будет видно из результатов работы, можно считать, что описание взаимодействия  $\pi$ -мезонов с ядрами с помощью эффективного потенциала является достаточно хорошим как для связанных состояний  $\pi$ -мезоатомов, так и для рассеяния пионов низкой энергии /до 100 МэВ/. При больших энергиях, то есть в области  $\Delta(3,3)$ -резонанса, имеет место лишь качественное описание экспериментальных данных.

Таким образом, использованный подход дает возможность описывать состояние  $\pi$ -мезона малой энергии в различных задачах ядерной физики.

#### Эффективный потенциал и вычисление дифференциального сечения

1. В большинстве работ для описания упругого взаимодействия медленных  $\pi$ -мезонов со сложными ядрами используется формализм многократного рассеяния нерелятивистской квантовой механики. При этом рассеяние на ядре рассматривается как рассеяние на системе элементарных рассеивателей - нуклонов и предполагается, что можно разделить  $\pi N$ -взаимодействие и  $NN$ -взаимодействие в ядре /3, 10, 11/. Тогда взаимодействие  $\pi$ -мезона с ядром может быть описано с помощью эффективного квазипотенциала  $V_{\text{эфф}}$ , который определяется взаимодействием  $\pi$ -мезона с отдельным нуклоном. Для получения непосредственного выражения  $V_{\text{эфф}}$  через амплитуды  $\pi N$ -рассеяния на свободных нуклонах предполагается, что упругое рассеяние когерентно /т.е. делается пренебрежение виртуальными процессами воз-

буждения ядра/, а также используется импульсное приближение /т.е. взаимодействия с нуклоном, связанным в ядре, и со свободным нуклоном полагаются одинаковыми/. Переданный импульс  $\vec{q}$  считается малым по сравнению с импульсом  $\vec{p}_F$ , и предполагается слабая зависимость матрицы рассеяния от импульса нуклона.

При указанных выше предположениях матричный элемент эффективного потенциала выражается через инвариантную амплитуду  $\pi N$ -рассеяния /2, 3, 10/  $f$ :

$$\begin{aligned} \langle i | V_{\text{эфф}} | f \rangle &= - \frac{2\pi}{E_A} \cdot \frac{q_A}{q} f(q_0, \frac{(\vec{q} \vec{q}')}{q^2}, E) \rho(\vec{q}_i - \vec{q}_f) = \\ &= (s + (\vec{q}_i \cdot \vec{q}_f) t) \rho(\vec{q}_i - \vec{q}_f), \\ \rho(\vec{q}_i - \vec{q}_f) &= \int d\vec{r} \rho(\vec{r}) e^{-i \vec{r}(\vec{q}_i - \vec{q}_f)} \quad /1/ \end{aligned}$$

/используется система единиц  $\hbar = c = 1$ /. Здесь  $\vec{q}_i, \vec{q}_f, q_A = |\vec{q}_i| = |\vec{q}_f|$ ,  $E_A$  - импульсы и энергия  $\pi$ -мезона в системе центра масс  $\pi$ -мезон-ядро, а  $\vec{q}, \vec{q}', E$  - в системе  $\pi N$ ;  $\rho(\vec{r})$  - плотность нуклонов. Поскольку рассматриваются медленные  $\pi$ -мезоны /кинетическая энергия  $T_\pi \ll 300$  МэВ/, в инвариантной амплитуде  $f$  следует учитывать  $s$ - и  $p$ -рассеяние.

Наличие в ядре короткодействующих антикорреляций приводит к перенормировке  $p$ -волновой части эффективного потенциала  $t\rho \rightarrow t\rho(1 + \frac{\xi}{3} t\rho)^{-1}$  /10, 12-14/, причем  $\xi = 1$ , если длина волны  $\pi$ -мезона  $\lambda_\pi \ll r_0$  - расстояния между нуклонами. В работе /10/ такая перенормировка была введена по аналогии с эффектом Лорентц-Лоренца в электродинамике. В последнее время эта перенормировка детально изучалась в работах /12-14/, где хотя и обнаружена ее иная физическая природа, однако результат получен тот же, что и в /10/. В наших расчетах мы полагаем для медленных пионов  $\xi = 1$ . Для описания взаимодействия с ядром медленных  $\pi$ -мезонов к  $s$  и  $t$  должны быть добавлены для учета парного поглощения мнимые части, пропорциональные квадрату плотности нуклонов. Построенный таким образом  $V_{\text{эфф}}$  после перехода к коор-

динатному представлению рассматривается как четвертая компонента вектора энергии-импульса /подобно кулоновскому потенциалу/ в уравнении Клейна-Гордона, так что волновая функция  $\pi$ -мезона  $\Phi$  удовлетворяет уравнению /2, 3/

$$(-\nabla^2 + \bar{\mu}^2)\Phi = (E_A - V_C)^2 \Phi - 2E_A V_{\text{эфф}} \Phi,$$

$$V_{\text{эфф}} \Phi = s(E_A) \rho(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) - t(E_A) \vec{\nabla}(\rho(\vec{r}) \vec{\nabla} \Phi(\vec{r})), \quad /2/$$

где  $V_C$ - кулоновский потенциал распределенного заряда ядра. Уравнение /2/ для описания взаимодействия  $\pi$ -мезона с ядром при энергии  $E_A$  законно, если справедливы при этой энергии все перечисленные выше предположения. Однако справедливость когерентного и импульсного приближения трудно обосновать во всей области энергий  $\pi$ -мезона  $T_\pi$  от 0 до  $\sim 300 \text{ МэВ}$ , особенно при энергиях, соответствующих (3,3)-резонансу, даже если и возможно использовать формализм многократного рассеяния. Получение уравнения /2/ не является строгим, и его следует рассматривать скорее как модель, применимость которой может быть проверена сравнением результатов, полученных на ее основе, с экспериментальными данными.

2. Мы решаем уравнение, которое получается из /2/ в сферически-симметричном случае после отделения угловых переменных и замены  $U_{n\ell}(r) = (1+\alpha)^{1/2} r \Phi_{n\ell}(r)$ :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - (1+\alpha)^{-1} \left\{ \frac{a'}{r} + \frac{a''}{2} - \left(\frac{a'}{2}\right)^2 \frac{1}{1+\alpha} \right\} + \frac{\beta}{1+\alpha} \right] \Phi_{n\ell} = 0,$$

$$\beta(r) = [(E - V_C)^2 - \bar{\mu}^2] + q(r),$$

$$q(r) = 4\pi \frac{A-1}{A} [s_0 \rho(r) \pm s_1 (\rho_N(r) - \rho_Z(r)) + i \text{Im} B_0 \rho^2(r)] + q_M(r),$$

$$q_M(r) = \frac{A-1}{A} (\nabla^2 \rho(r)) \frac{T_\pi + \bar{\mu}}{2M},$$

$$a(r) = a_0(r) \left[ 1 - \frac{\xi}{3} a_0(r) \right]^{-1},$$

$$a_0(r) = -4\pi \frac{A-1}{A} [t_0 \rho(r) \pm t_1 (\rho_N(r) - \rho_Z(r)) + i \text{Im} C_0 \rho^2(r)],$$

$$\rho = \rho_Z + \rho_N, \quad A = N + Z, \quad \bar{\mu} = \mu \left( 1 + \frac{\mu}{AM} \right)^{-1}. \quad /3/$$

Здесь  $M$  - масса нуклона,  $\mu$  - масса  $\pi$ -мезона. Знак "+" перед  $s_1, t_1$  соответствует  $\pi^-$ -мезонам, а знак "-" -  $\pi^+$ -мезонам. Поправка  $q_M$  в выражении для  $q$ , как выяснено в работах /4, 5/, возникает благодаря учету распределения нуклонов ядра по импульсам. Входящие в /3/ амплитуды  $s(E_A, q_A), t(E_A, q_A)$  выражаются через амплитуды рассеяния  $\pi$ -мезона на свободных нуклонах. Амплитуда  $\pi N$ -рассеяния на свободных нуклонах содержит произведение  $(\vec{q}' \cdot \vec{q})/q^2$  импульсов  $\pi$ -мезона до и после рассеяния в системе пион-нуклон. В уравнение /3/ входит амплитуда  $\pi N$ -рассеяния в системе пион-ядро. Преобразование амплитуды  $\pi N$ -рассеяния из системы пион-нуклон в систему пион-ядро может быть выполнено, вообще говоря, различными способами /3, 5/. Если заменить  $(\vec{q}' \cdot \vec{q})/q^2$  на  $(\vec{q}' \cdot \vec{q}_i)/q_A^2$ , получим

$$s_0 = S^+ q_A/q(1/\mu), \quad s_1 = -S^- q_A/q(1/\mu),$$

$$t_0 = P^+ q/q_A(1/\mu^3), \quad t_1 = -P^- q/q_A(1/\mu^3),$$

$$\text{Im} B_0(T_\pi) = \text{Im} B_0(0) Q_A/Q(1/\mu^4),$$

$$\text{Im} C_0(T_\pi) = \text{Im} C_0(0) Q/Q_A(1/\mu^6). \quad /4/$$

Более последовательно выразить /3/  $(\vec{q}' \cdot \vec{q})$  через  $\vec{q}_i, \vec{q}_f$  в формулах /1/:  $(\vec{q}' \cdot \vec{q}) = (\vec{q}_i \cdot \vec{q}_f) - q_A^2 (1 - q^2/q_A^2)$ . Тогда найдем

$$s_0 = [S^+ q_A/q - P^+ (q/\mu)^2 (1 - (q/q_A)^2) (q_A/q)^3] (1/\mu),$$

$$s_1 = [-S^- q_A/q + P^- (q/\mu)^2 (1 - (q/q_A)^2) (q_A/q)^3] (1/\mu),$$

$$t_0 = P^+ (q_A/q) (1/\mu^3),$$

$$t_1 = -P^-(q_A/q)(1/\mu^3),$$

$$\text{Im } B_0(T_\pi) = [\text{Im } B_0(0) Q_A/Q - (1 - (Q/Q_A)^2)(q_A/\mu)^2 (Q_A/Q) \text{Im } C_0] (1/\mu^4),$$

$$\text{Im } C_0(T_\pi) = [\text{Im } C_0 Q_A/Q] (1/\mu^6). \quad /5/$$

В формулах /4/ и /5/ использованы обозначения:

$$S^+ = \mu/3(f_{0+}^{1/2} + 2f_{0+}^{3/2}), \quad S^- = \mu/3(f_{0+}^{1/2} - f_{0+}^{3/2}),$$

$$P^\pm = (\mu/q)^3 (2f_{1+}^\pm + f_{1-}^\pm)q,$$

$$f_{L\pm}^+ = 1/3(f_{L\pm}^{1/2} + 2f_{L\pm}^{3/2}), \quad f_{L\pm}^- = 1/3(f_{L\pm}^{1/2} - f_{L\pm}^{3/2}),$$

$$f_{L\pm}^\tau = 1/2 iq (\exp 2i\delta_{L\pm}^\tau - 1),$$

$$q_A/q = [(\mu^2 + M^2 + 2ME_A)A^2 / (\mu^2 + A^2M^2 + 2MAE_A)]^{1/2},$$

$$Q_A/Q = [(\mu^2 + 4M^2 + 4ME_A)A^2 / (\mu^2 + 4M^2A^2 + 4MAE_A)]^{1/2}. \quad /6/$$

Соотношения /4/, /5/, /6/ выражают параметры в уравнении /3/ через фазы  $\pi N$ -рассеяния  $\delta_{L\pm}^\tau$  в состояниях с полным моментом  $I = L \pm 1/2$  и изоспином  $\tau$ . Функции  $S^\pm$  и  $P^\pm$  изображены на рис. 1. Для их вычисления мы воспользовались значениями  $\delta_{L\pm}^\tau$  из работы /16/ значения  $S^\pm(0)$ ,  $P^\pm(0)$  получены экстраполяцией функций  $S^\pm(T_\pi)$ ,  $P^\pm(T_\pi)$  при  $T_\pi \rightarrow 0$ . Таким образом, мы получаем параметры эффективного потенциала из данных по  $\pi N$ -рассеянию. Следует, однако, отметить, что из-за взаимной компенсации  $f_{0+}^{1/2}$  и  $2f_{0+}^{3/2}$  /16/ величина  $\text{Re } S^+$  не может быть найдена по значениям  $\delta$  при малых энергиях, так как сами величины  $\delta$  определены недостаточно точно. Для малых энергий  $/T_\pi \leq 100 \text{ МэВ}/$  мы использовали значения, изображенные на рис. 1 штрих-пунктирной кривой. Такая аппроксимация следует из теории  $\pi N$ -взаимодействия при низких энергиях и из результатов расчетов

состояний  $\pi$ -мезоатомов. При выражении амплитуд  $S, P$  в уравнении /3/ через амплитуды рассеяния пионов на свободных нуклонах следует также учесть распределение нуклонов в ядре по импульсам, то есть ферми-движение нуклонов. Это можно сделать, вводя усредненные по ферми-распределению амплитуды  $S, P$  в /3/:

$$\bar{P}^\pm = \frac{1}{\pi p_F} \int_0^{p_F} dp_L \int_0^\pi d\theta_0 P^\pm(T_{L\text{эфф}}),$$

$$T_{L\text{эфф}} = \sqrt{\mu^2 + k_L^2 - \mu^2},$$

$$k_L^2 = (M^2 + \mu^2 + 2M(T_L + \mu))(\kappa^2 - M^2 \mu^2) / (M^2 + \mu^2 + 2\mu M)^2,$$

$$\kappa = \sqrt{(M^2 + p_L^2)(\mu^2 + k_L^2) - p_L k_L \cos \theta_0}, \quad k_L^2 = T_L^2 + 2\mu T_L.$$

/7/

На рис. 1 приведен результат такого усреднения для амплитуды  $P^-$ . Как и следует ожидать, наибольшее отличие от неусредненного значения имеет место для  $T_\pi \sim 150 \text{ МэВ}$ . Значения функций  $\text{Im } B_0(T)$ ,  $\text{Im } C_0(T)$ , определяющих парное поглощение, связаны с  $\text{Im } B_0(0)$ ,  $\text{Im } C_0(0)$  простыми кинематическими соотношениями /4/, /5/. Они, разумеется, не могут быть непосредственно найдены из экспериментов по взаимодействию  $\pi$ -мезонов с дейтронами; возможна лишь оценка их по порядку величины /10/. Мы будем использовать значения  $\text{Im } B_0(0) = 0,0428 (1/\mu^4)$ ,  $\text{Im } C_0(0) = 0,076 (1/\mu^6)$ , предложенные в работе /17/. Эти значения приводят к хорошему описанию ширины уровней  $\pi$ -мезоатомов /6, 17/. Отметим, что при определенных значениях энергии  $T_\pi$  реальная часть выражения  $(1 + \alpha)$  может обращаться в нуль. Это происходит для обычных ядерных плотностей при  $t_0 \approx 0,26$ , что соответствует примерно энергии  $T_\pi \approx 50 \div 70 \text{ МэВ}$ . Это приводит к сложной, нерегулярной зависимости  $V_{\text{эфф}}$  от  $T_\pi$ . В связи с тем, что  $\text{Re}(1 + \alpha) \approx 0$ , учет  $\text{Im } B_0$ ,  $\text{Im } C_0$  играет особенно важную роль.

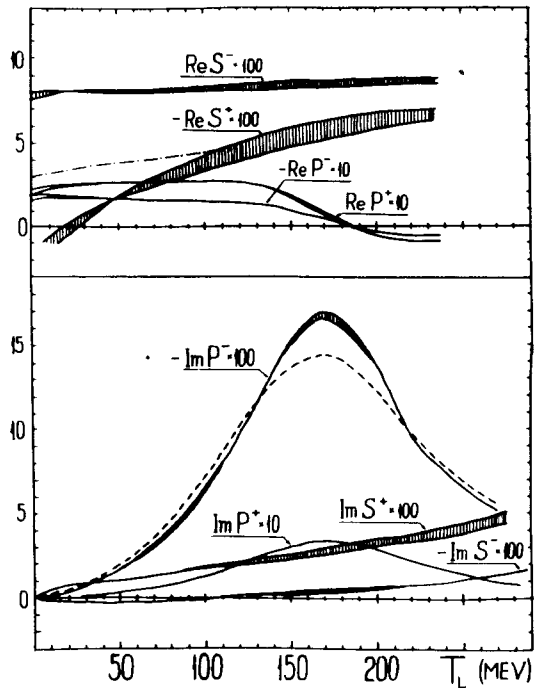


Рис. 1. Параметры эффективного потенциала  $S^\pm, P^\pm$ , построенные по фазам  $\delta_{l,\pm}^{\pi N}$  - рассеяния /см. текст/. /Из-за неточности экспериментального определения  $\delta_{l,\pm}^{\pi N}$  S и P лежат внутри заштрихованных областей/.

3. Дифференциальное сечение упругого рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  находим, интегрируя методом Нумерова уравнение /3/ при условии  $U_{n\ell} \sim r^{\ell+1}$ ,  $r \rightarrow 0$ , а при больших  $r$  ( $\delta = 2\tau(2\bar{\mu}T_\pi + T_\pi^2)^{1/2} - 2kr$ )  $U_{n\ell}$  переходит в

$$U_{\lambda\ell} = A_\ell(\lambda) \operatorname{Re} W_{\lambda\mu\ell}(i\delta) + B_\ell(\lambda) \operatorname{Im} W_{\lambda\mu\ell}(i\delta). \quad /8/$$

Здесь  $W_{\lambda\mu\ell}(i\delta)$  - асимптотическое выражение для функции Уиттекера при больших  $\delta$ , а

$$\mu_\ell^2 = (\ell + 1/2)^2 - e^4 Z^2, \quad \lambda = (\bar{\mu} + T_\pi) e^2 Z (-2\bar{\mu}T_\pi - T_\pi^2)^{-1/2}.$$

$A_\ell(\lambda), B_\ell(\lambda)$  - комплексные функции  $\lambda, \ell$ . Матрица рассеяния  $S_\ell(\lambda)$ , фазы рассеяния  $\delta_\ell$  и частичные амплитуды рассеяния  $f_\ell$  связаны с  $A_\ell, B_\ell$  соотношениями

$$S_\ell = e^{2i\delta_\ell} = \frac{B_\ell - iA_\ell}{B_\ell + iA_\ell}, \quad \operatorname{Re} f_\ell = \frac{\operatorname{Im} S_\ell}{2k}, \quad \operatorname{Im} f_\ell = \frac{-\operatorname{Re} S_\ell}{2k}. \quad /9/$$

Из условия непрерывности действительной и мнимой частей  $U_{\lambda\ell}$  и нормировки  $|A_\ell|^2 + |B_\ell|^2 = 2(\pi\hbar v)^{-1}$  находим  $A_\ell, B_\ell$  и  $S_\ell, \delta_\ell$  для кинетической энергии  $T_\pi$ . Найденная таким образом волновая функция  $\pi$ -мезона сплошного спектра  $\Phi_{T_\pi\ell} = (1 + \alpha)^{-1/2} U_{\lambda\ell} r^{-1}$ , "искаженная волна", может быть использована при решении различных задач ядерной физики, где рассматриваются состояния непрерывного спектра, например, для изучения фоторождения  $\pi$ -мезонов на ядрах. Для вычисления амплитуды рассеяния на угол  $\theta$  представим ее в виде

$$f(\theta) = f^{\text{Sh}}(\theta) + \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} (2\ell + 1) P_\ell(\cos \theta) (f_\ell - f_\ell^{\text{Sh}}) + \sum_{\ell=\ell_{\max}}^{L_{\max}} (2\ell + 1) P_\ell(\cos \theta) (f_\ell^{\text{KG}} - f_\ell^{\text{Sh}}). \quad /10/$$

Здесь  $f^{\text{Sh}}(\theta)$  - амплитуда нерелятивистского рассеяния на точечном заряде,  $f_\ell^{\text{Sh}}$  - соответствующая частичная амплитуда, а  $f_\ell^{\text{KG}}$  - частичная амплитуда релятивистского рассеяния  $\pi$ -мезона на точечном заряде. Аналитические выражения для  $f^{\text{Sh}}(\theta), f_\ell^{\text{Sh}}, f_\ell^{\text{KG}}$  хорошо известны. Значения  $\ell_{\max}$  и  $L_{\max}$  выбирались так, чтобы

$$|f_{\ell_{\max}} - f_{\ell_{\max}}^{\text{KG}}| < 10^{-3} f_\ell, \quad |f_{L_{\max}}^{\text{KG}} - f_{L_{\max}}^{\text{Sh}}| < 10^{-3} f_L^{\text{KG}}.$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния пионов на ядрах  $d\sigma/d\Omega = |f(\theta)|^2$ , где  $f(\theta)$  дается формулой /10/. При необходимости для сравнения с экспериментальными данными сечение легко пересчитывается в лабораторную систему.

## Распределение плотности нуклонов

Эффективный потенциал  $V_{\text{эфф}}$  выражается через распределение плотностей нуклонов  $\rho(r)$ , протонов  $\rho_p(r)$ , нейтронов  $\rho_n(r)$  и их производные. Наиболее точная информация об их виде была получена из анализа упругого рассеяния электронов на ядрах. В работах /7, 8/ для описания формфакторов легких ядер было введено симметризованное ферми-распределение плотности заряда, хорошо согласующееся с экспериментом и переходящее для средних и тяжелых ядер в широко известное ферми-распределение:

$$\rho_{SF}(r) = \rho_0 \frac{\text{sh}(R/b)}{\text{ch}(R/b) + \text{ch}(r/b)}, \quad \rho_0 = \frac{3}{4\pi R^3} \left(1 + \left(\frac{\pi b}{R}\right)^2\right)^{-1} / 11/$$

Функция /11/ имеет правильную экспоненциальную асимптотику на бесконечности, а в центре ядра производную, равную нулю, что делает ее применимой для легких ядер. Эта функция с параметрами  $R$  и  $b$  из работы /8/, найденными из анализа упругого рассеяния электронов, и используется нами в качестве распределения плотности нуклонов.

В последние годы было обнаружено, что экспериментальные данные по упругому рассеянию электронов указывают на "тонкую структуру" распределения плотности заряда, а именно, осциллирующие радиальные вариации плотности, причем модельно-независимый анализ этих данных не может однозначно установить их вид /9/. С другой стороны, такие вариации получаются из теоретических расчетов плотности нуклонов в различных ядерных моделях. Интересно изучить, могут ли данные по рассеянию  $\pi$ -мезонов на ядрах служить дополнительной информацией для установления детального хода плотности. В наших расчетах используются распределения плотности заряда  $\rho_{MIA}$  с радиальными вариациями двух типов: вариацией на поверхности ядра и сильно осциллирующей вариацией по объему ядра, которые были выделены в модельно-независимом анализе данных по упру-

тому рассеянию электронов для группы ядер в работе /18/. В качестве другого примера для ядра  $^{12}\text{C}$  используется распределение плотности нуклонов, рассчитанное в  $\alpha$ -кластерной модели Бринка с пробными функциями нуклонов с экспоненциальной асимптотикой /19/. Эта модель правильно предсказывает все особенности формфакторов  $\alpha$ -кластерных ядер и хорошо согласуется с экспериментальными данными по упругому и неупругому рассеянию электронов.

Таким образом, в наших расчетах дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\pi$ -мезонов на ядрах отсутствуют варьируемые параметры: распределение плотности нуклонов фиксированы по данным рассеяния электронов, пион-нуклонные амплитуды определяются из рассеяния пионов на свободных нуклонах и данных по связанным состояниям  $\pi^-$ -мезоатомов.

## Результаты и обсуждение

1. Методическое изучение зависимости сечений от учета парного поглощения пионов ( $\text{Im}B_0$ ,  $\text{Im}C_0$ ), а также от величины параметра  $\xi$  в /3/ было проведено в работах /6/. В настоящей работе парное поглощение включено во все расчеты согласно /3/, /4/, /5/, а параметр  $\xi$  выбирался согласно изложенному выше:

$$\xi = \begin{cases} 1 & \text{для } T_\pi < 100 \text{ МэВ,} \\ 0 & \text{для } T_\pi \geq 100 \text{ МэВ.} \end{cases}$$

В работах /6/ было выяснено, что изменения входящих в  $V_{\text{эфф}}$  параметров  $S^\pm$ ,  $P^\pm$  в пределах  $\sim 20\%$  не может существенно улучшить описание экспериментальных данных. Чтобы получить представление о роли введенной в /4, 5/ поправки  $q_M$  /3/, в настоящей работе расчеты проводились как с  $q_M$ , так и без него. Изучалось также влияние способа кинематического преобразования амплитуды /4/ и /5/. Во всех этих случаях мы уделяли также внимание выяснению зависимости результатов от вида распределения плотности нуклонов  $\rho(r)$ .



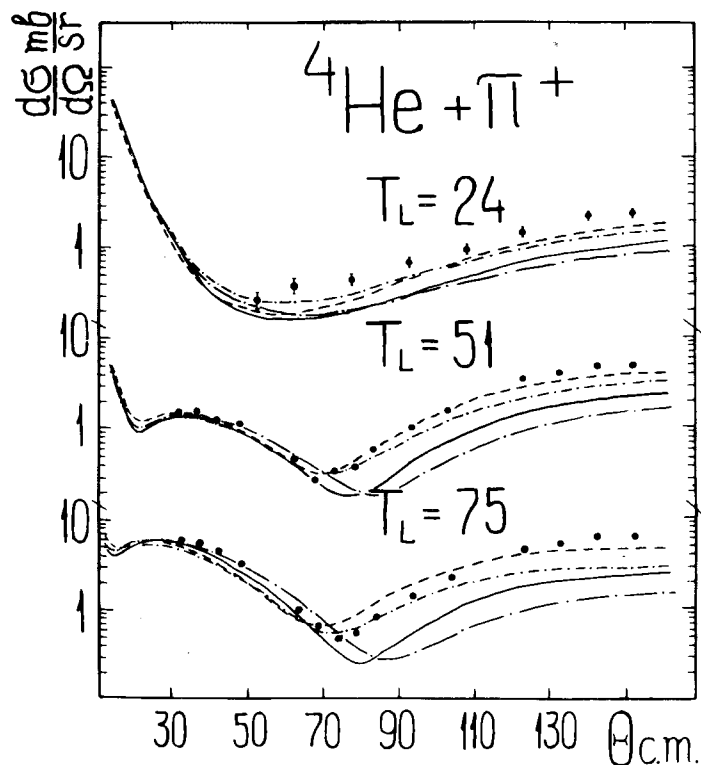


Рис. 2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния  $\pi$ -мезонов. По оси ординат отложен угол рассеяния в градусах /в лабораторной системе или в системе центра масс  $\pi$ -мезон-ядро/, по оси абсцисс - сечение  $d\sigma/d\Omega$  в ед. мб/ср. Названия ядер, рассеяние на которых изучается, и энергии  $\pi$ -мезонов в МэВ приведены рядом с соответствующими кривыми. Все расчеты выполнены с  $\rho_{SF}$ . Кривые — и - - - - получены с учетом  $q_N$  /3/, а кривые - - - - и - - - - без учета  $q_N$ ; при этом кривые — и - - - - получены с использованием преобразования /4/, а кривые - - - - и - - - - преобразования /5/.

В настоящей работе мы сравниваем результаты расчетов с экспериментом для рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^6\text{Li}$ . Мы не обсуждаем рассеяния пионов на ядре  $^{16}\text{O}$  /1/, так как результаты, полученные для  $^{16}\text{O}$ , по существу аналогичны результатам для

$^{12}\text{C}$ . /Рассеяние на  $\text{Cu}$ ,  $\text{Al}$ ,  $\text{Pb}$  было рассмотрено в /6/ /.

2. Результаты расчетов представлены на рис. 2-7, экспериментальные данные взяты из работ /1/. На рис. 2-4 изображены дифференциальные сечения упругого рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов на ядре  $^4\text{He}$ ,  $^{12}\text{C}$  при энергиях от 24 до 150 МэВ, причем все расчеты выполнены с  $\rho_{SF}$  (II). Распределение плотности нуклонов с радиальными вариациями дают практически те же самые результаты, хотя  $V_{\text{эфф}}$  существенно зависит от вида распределения плотности  $\rho(r)$ . Сплошная и пунктирная

Рис. 3. То же, что и на рис. 2.

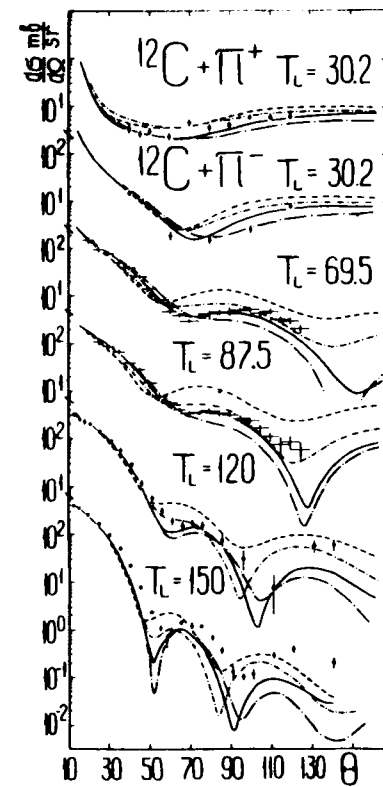
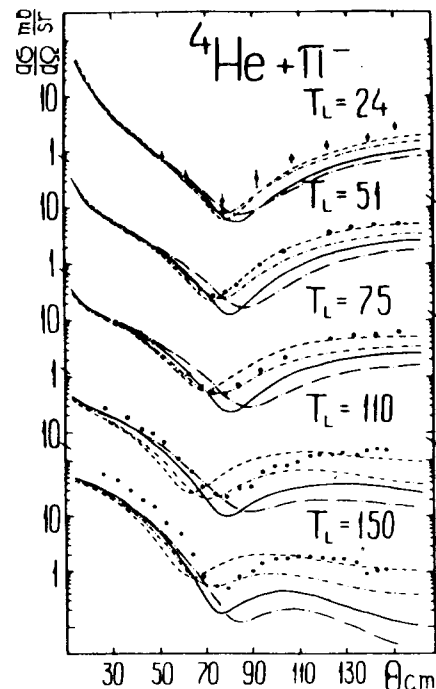


Рис. 4. То же, что и на рис. 2.

кривая получены с учетом  $q_M$ , а обе штрих-пунктирные кривые - без него. При этом сплошная кривая и кривая, изображенная длинным штрих-пунктиром, получены с использованием преобразования /4/, а пунктирная и штрих-пунктирная - с использованием /5/. Из рис. 2-4 видно, что для энергии 24-110 МэВ получается достаточно хорошее описание экспериментальных результатов. Напомним, что в наших расчетах учитывается парное поглощение пионов, "лорентц-лоренц-эффект" и в качестве распределения плотности нуклонов используется  $\rho_{SF}(r)$  /11/ с параметрами из /8/, в отличие от работ /2-5/, где не удавалось хорошо описать рассеяние на малые углы при малых энергиях. Все результаты, которые приведены на рис. 2-4, полученные с амплитудами /7/, усредненными по ферми-движению для  $T_\pi \leq 150$  МэВ, не отличаются от результатов с усредненными амплитудами. Роль усреднения /7/ начинает сказываться при энергиях, больших 150 МэВ, что видно из рис. 5. Показанные на этом рисунке кривые получены с учетом  $q_M$  /3/,  $\rho_{SF}(r)$  /11/, причем сплошная и пунктирная кривые - с усредненными амплитудами /7/, а штрих-пунктирные - без усреднения; учет усреднения приводит к углублению минимумов в сечении. Как видно из рисунка, кривые, соответствующие кинематическому преобразованию /5/ /пунктирная кривая и кривая, изображенная коротким штрих-пунктиром/, для больших углов рассеяния существенно отличаются от кривых, соответствующих /4/.

Зависимость результатов от вида распределения плотности нуклонов продемонстрирована на рис. 6, где сплошная и пунктирная кривые соответствуют расчетам с  $\rho_{SF}(r)$  /11/, а штрих-пунктирные кривые получены с плотностью, вычисленной по  $\alpha$ -кластерной модели /19/, при этом член  $q_M$  из /3/ здесь всюду не учитывался и использовались усредненные амплитуды /7/. Видно, что переход к  $\alpha$ -кластерной плотности несколько улучшает описание экспериментальных данных. Во всех рассмотренных до сих пор случаях расчеты с  $\rho_{SF}$  /11/ и с  $\rho_{MIA}$ , извлеченными из модельно-независимого анализа /18/, практически совпадали. Наиболее заметные расхождения

Рис. 5. То же, что и на рис. 2, но все расчеты выполнены с  $q_M$  /3/, и кривые — и - - - - получены с усредненными /7/ амплитудами, а - - - - и — — — без усреднения /7/.

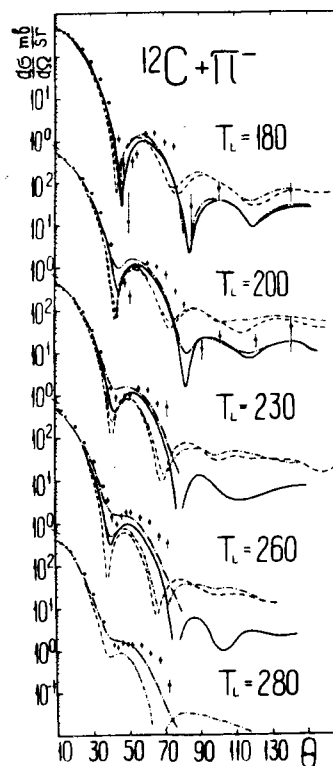
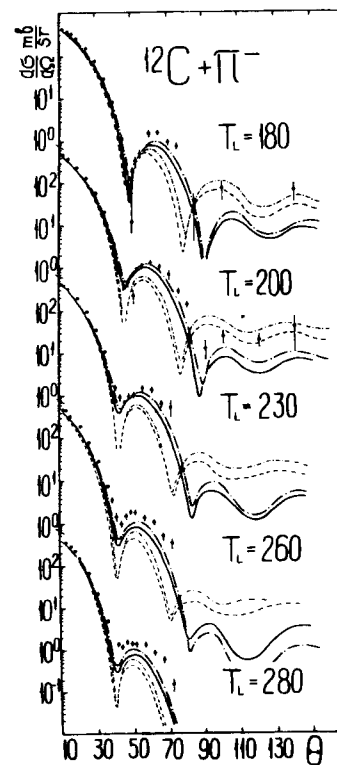


Рис. 6. То же, что и на рис. 2, но все расчеты выполнены без  $q_M$  /3/ и с усреднением /7/ и кривые — и - - - - получены с плотностью  $\rho_{SF}$ , а кривые - - - - и — — — с плотностью, вычисленной по  $\alpha$ -кластерной модели.



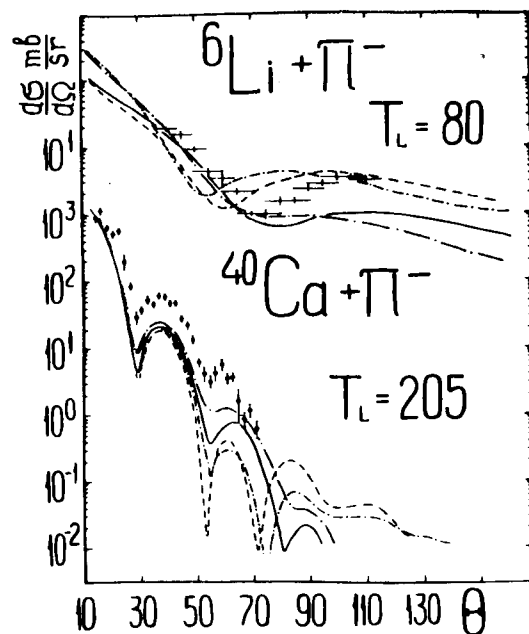


Рис. 7. То же, что и на рис. 2, но все расчеты выполнены с учетом  $q_M$  /3/ и с усреднением /7/ и кривые — — — и - - - - - получены с плотностью  $\rho_{SF}$ , а кривые - - - - - и — — — с плотностью, извлеченной из модельно-независимого анализа /18/.

расчетов с этими двумя видами плотности показаны на рис. 7, для ядер  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^{40}\text{Ca}$ , где штрих-пунктирные кривые получены с  $\rho_{MIA}$  из /18/, а сплошная и пунктирная - с  $\rho_{SF}$  /11/; здесь всюду использованы усредненные амплитуды /7/ и учтен член  $q_M$ .

#### Заключение

Из результатов работы можно сделать следующие выводы.

1. Для малых энергий взаимодействие  $\pi$ -мезонов с ядром можно достаточно хорошо описать с помощью

того же самого эффективного потенциала, который успешно используется для расчетов связанных состояний  $\pi^-$ -мезонов в  $\pi$ -мезоатомах /6, 7/.

2. При малых энергиях результаты сравнительно слабо чувствительны к различным изученным нами изменениям эффективного потенциала, в том числе к вариациям вида распределения плотности нуклонов.

3. С ростом энергии  $\pi$ -мезона положение существенно меняется. Рассмотренные модификации эффективного потенциала приводят для больших углов рассеяния  $/\theta \geq 40^\circ/$  к существенно различным результатам, но во всех случаях описать экспериментальные данные удается лишь качественно. Это неудивительно, так как описание взаимодействия пионов с ядрами с помощью эффективного потенциала для этих энергий нельзя считать достаточно обоснованным, в частности, нет оснований считать справедливым импульсное приближение и приближение когерентного рассеяния.

4. Отметим, что использованные нами плотности нуклонов извлечены из анализа экспериментальных данных /8, 18/. При этом очень важно подчеркнуть, что рассмотренные вариации плотности, существенно меняя эффективный потенциал, приводят даже для энергий  $T_\pi \geq 150 \text{ МэВ}$  лишь к сравнительно небольшим отличиям в дифференциальных сечениях. Выбор преобразований /4/ и /5/ сказывается на результатах гораздо сильнее. Таким образом, из анализа данных по упругому рассеянию пионов нельзя извлечь информацию о тонких деталях распределения нуклонов в ядре.

Использование квазипотенциального подхода для описания состояний  $\pi$ -мезона малой энергии в различных задачах ядерной физики можно считать достаточно надежным.

#### Литература

1. M.E.Nordberg et al. *Phys.Lett.*, 20, 692, 1966.  
K.M.Crowe et al. *Phys.Rev.*, 180, 1349, 1969.

- F. Binon et al. *Phys. Rev. Lett.*, 35, 145, 1975.  
 J. F. Marschall et al. *Phys. Rev.*, 1C, 186, 1970.  
 R. M. Edelstein et al. *Phys. Rev.*, 122, 252, 1961.  
 F. Binon et al. *Nucl. Phys.*, B17, 168, 1970.  
 A. B. Baker et al. *Phys. Rev.*, 112, 1763, 1958.  
 M. Blecher et al. *Phys. Rev.*, 10C, 2247, 1974.  
 Ю. А. Щербakov и др. Препринт ОИЯИ, P1-8954, Дубна, 1975.
2. E. H. Anerbach et al. *Phys. Rev.*, 162, 1683, 1967;  
M. Sternheim et al. *Phys. Rev. Lett.*, 25, 1500, 1970.
  3. J. P. Dedonder. *Nucl. Phys.*, A174, 461, 1970;  
*Nucl. Phys.*, A180, 472, 1972.
  4. R. Mach. *Nucl. Phys.*, A205, 56, 1973.
  5. G. Cannata et al. *Phys. Rev.*, C10, 2093, 1975.
  6. Д. А. Арсеньев, Г. Г. Бунамян. ОИЯИ, P4-8835, Дубна, 1975; ОИЯИ, P4-8836, Дубна, 1975; ОИЯИ, P4-8837, Дубна, 1975.
  7. Ю. Н. Елдышев, В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль. *ЯФ*, 16, 506, 1972.
  8. V. V. Burov et al. *JINR*, E4-8029, Dubna, 1975.
  9. В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль. *ЭЧАЯ*, 5, 955, 1974.
  10. M. Ericson, T. E. O. Ericson. *Ann. of Phys.*, 36, 323, 1966.
  11. J. Hufner. *Nucl. Phys.*, B28, 55, 1973.
  12. G. Baym, G. E. Brown. *Nucl. Phys.*, A247, 395, 1975.
  13. S. Borshay et al. *Phys. Rev. Lett.*, 32, 787, 1974;  
S. Borshay, G. E. Brown. *Phys. Lett.*, 47B, 107, 1973.
  14. М. А. Троицкий и др. Письма в ЖЭТФ, 21, 96, 1975.
  15. C. Schmit, J. P. Dedonder, A. Mailett. *Nucl. Phys.*, A239, 445, 1975.
  16. L. D. Roper et al. *Phys. Rev.*, 138B, 191, 1965.
  17. M. Krell, T. E. O. Ericson. *ucl. hys.*, 11, 521, 1969.
  18. V. V. Burov, V. K. Lulyanov, Yu. S. Pol. *Sixth Int. Conf. High. Energy Phys. Nucl. Str., Santa Fe and Los Alamos*, 1975.
  19. Е. В. Инопин, В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль. *ЯФ*, 19, 987, 1974. Е. В. Инопин и др. Изв. АН СССР, сер. физ., 39, 55, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел  
 17 февраля 1976 года.