ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 9519

С.И.Васильев, И.Н.Кухтина, Г.Шульц

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ α -ЧАСТИЦ НАЗАД И ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

1976

P4 - 9519

С.И.Васильев, И.Н.Кухтина, Г.Шульц*

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ α -ЧАСТИЦ НАЗАД И ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Направлено в ЯФ

*ЦИЯИ Россендорф, ГДР.

Экспериментальные данные по упругому рассеянию α-частиц с энергией 20-30 *МэВ*, полученные в ряде работ /см. /1//, показывают, что сечение упругого рассеяния на некоторых ядрах значительно возрастает в области углов, близких к π, причем угловое распределение имеет дифракционный характер. Такие угловые распределения называют "аномальными". Существует целый ряд способов описания аномальных угловых распределений: Эберхардом /2/ использовалось ℓ -зависящее поглощение $W(\ell)$ в рамках оптической модели; учет одного и двух полюсов Редже в матрице рассеяния S дифракционной модели был проведен Мак-Воем /3/.. Как микроскопическую интерпретацию полюсов Редже можно рассматривать результаты Агасси и Уолла /4/ по учету обменного взаимодействия между α -частицей и α -кластером, который, как предполагается, существует на поверхности ядра-мишени. Все эти способы объяснения аномального рассеяния α-частиц назад формально сводятся к увеличению вклада парциальных волн с $\ell \sim k r_0$, где $k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E}$, r_0- радиус ядра.

Авторам работы /5/ удалось описать аномальное рассеяние α -частиц на ядре ^{39}K при помощи обычной оптической модели с потенциалом Вудса-Саксона с глубиной действительной части, близкой к четырехнуклонной /~200 *МэВ*/ и объемным поглощением. Губкин в работе /6/ показал, что появление аномального дифракционного рассеяния α -частиц может быть объяснено введением в стандартную форму параметризации S-матрицы в дифракционной модели члена, описывающего рассеяние на задние углы и учитывающего отражение малых парциальных волн от границы ядра. Эффекты отражения малых парциальных волн от края ядра предполагались существенными также Франом и Вентером /7/.

В данной работе показано, что происхождение этого члена нельзя связать с коэффициентом отражения в рамках стандартной оптической модели.

Для иллюстрации оценим коэффициент отражения от поверхности ядра ϵ для малых парциальных моментов в случае прямоугольной ямы. Как известно, для $\ell \ll k_0 r_0$ кулоновское взаимодействие оказывается несущественным при рассеянии α -частиц с энергией более 2О *МэВ* на ядрах оболочки $2s-1d$. Напишем решение уравнения Шредингера для незаряженных частиц вне ядра

$$\phi_\ell = \chi_\ell^{(-)} - S_\ell \chi_\ell^{(+)}, \qquad /1/$$

где $\chi^{(\pm)} = k_0 r h_{2}^{(1)}(k_0 r)$, $h_{2}^{(1)}(k_0 r)$ - сферические функции Ханкеля, S_ℓ - коэффициент рассеяния. Если предположить, что внутри ядра существует лишь прошедшая волна, то $|S_\ell|$ можно рассматривать как коэффициент отражения от края ядра ϵ. Это соответствует полному поглощению частиц внутри ядра и приводит к значению логарифмической производной

$$\left(\frac{\phi'}{\phi}\right)_{r=r_0} = i\kappa, \qquad /2/$$

где κ - импульс частицы внутри ядра. Тогда

$$S_\ell = \left(\frac{\chi_\ell^{(-)\prime} + i\kappa \chi_\ell^{(-)}}{\chi_\ell^{(+)\prime} + i\kappa \chi_\ell^{(+)}}\right)_{r=r_0}. \qquad /3/$$

Если $\ell \ll k_0 r_0$, то, используя асимптотику функций Ханкеля, можно получить

$$S_\ell \approx \frac{\kappa - k_0}{\kappa + k_0} \exp(-2ik_0 r_0 + i\pi\ell), \qquad /4/$$

$$\epsilon = |S_\ell| \approx \frac{\kappa - k_0}{\kappa + k_0} \ll 1. \qquad /4a/$$

Таким образом, за счет отражения от поверхности ядра матричные элементы S_ℓ для малых угловых моментов, которые играют главную роль в рассеянии назад, отличны от нуля. Поэтому в качестве представления коэффициента рассеяния в дифракционной модели естественно выбрать [6]

$$S_\ell = \tilde{S}_\ell + \epsilon \exp(i\pi_\ell)\epsilon(1 - \tilde{S}_\ell), \qquad /5/$$

где $\tilde{S}_\ell$ - представление S-матрицы, использованное Инопиным [8]. Выражение /5/ приводит к следующим формулам для дифференциальных сечений:

$$\sigma(\theta) = \sigma_n(\theta); \quad \theta < \theta_1, \qquad /6/$$

$$\sigma(\theta) = \epsilon^2 \sigma_n(\pi - \theta); \quad \theta > \theta_1, \qquad /7/$$

где $\sigma_u(\theta)$ - дифференциальное сечение, полученное Инопиным и Кресниным [9], θ_1 - угол рассеяния, при котором сечения /6/ и /7/ одного порядка. Формула /7/ дает дифференциальные сечения рассеяния на углы, близкие к π. Параметр ϵ является подгоночным. Анализ углового распределения упругого рассеяния α -частиц с энергией 3О,5 *МэВ* на ядре по формулам /6/ и /7/ приводит к значению параметра ϵ = О,О8, что, согласно формуле /4а/, значительно меньше единицы.

Для более точных оценок величины коэффициентов отражения ϵ необходимо учесть размытость края ядра. Рассмотрим конкретный пример - аномальное рассеяние α-частиц с энергией 24,2 *МэВ* на ^{24}Mg [16]. Рассчитаем угловое распределение упругого рассеяния по оптической модели с потенциалом Вудса-Саксона и объемным поглощением

$$V(r) = -(U_0 + iW)f(r), \quad f(r) = \{1 + \exp(\frac{r - r_0}{a})\}^{-1}. \qquad /8/$$

Затем, получив параметры потенциала /8/, соответствующие оптимальному согласию расчетов с экспериментом, вычислим для потенциала /8/ коэффициенты отражения ϵ. Воспользуемся для этого методом ВКБ, что позволит, на наш взгляд, получить наглядное решение задачи.

Из выражения /4а/ следует, что величина сечения на большие углы должна зависеть от глубины потенциала. Поэтому в расчетах использовались два набора параметров потенциала /8/ с глубинами действительной части 25 и 250 *МэВ*. Результаты расчетов показаны на *рис. 1*, полученные наборы параметров приведены в таблице.

Таблица

	U_0	W	$r_0/A^{1/3}$	a	$r_c/A^{1/3}$
I	25,0	8,3	1,74	0,54	1,3
II	250,0	20,5	1,40	0,54	1,3

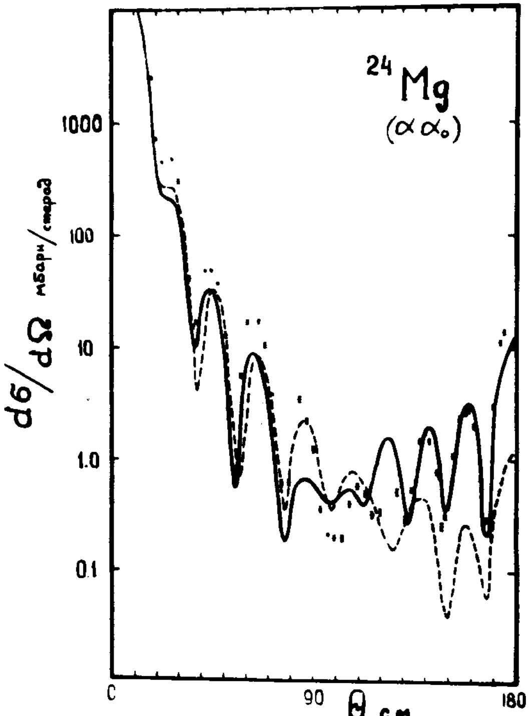

Рис. 1. Дифференциальные сечения упругого рассеяния α-частиц с энергией 24,2 МэВ на ^{24}Mg /10/ и расчет по оптической модели с параметрами I /пунктирная линия/ и II /сплошная кривая/.

Процедура поиска параметров была следующей: одиночной вариацией параметров r_0, W и a достигалось удовлетворительное описание экспериментальных данных до углов рассеяния $\sim 120°$, затем для получения оптимального согласия во всем угловом диапазоне варьировался параметр W. В расчетах с набором параметров I попытки достигнуть согласия в области больших углов рассеяния приводили к значительным расхождениям теоретического и экспериментального угловых распределений в малых углах. Поэтому значение $W = 8,3$ *МэВ* выбрано при подгоне углового распределения до углов 120°. В расчетах с набором параметров II удалось получить удовлетворительное описание экспериментального углового распределения при всех углах рассеяния. Сечение рассеяния на большие углы оказалось слабо зависящим от диффузности потенциала и очень чувствительным к величине поглощения. Это, вообще говоря, свидетельствует о малом влиянии отражения от поверхности ядра на дифракционное рассеяние назад.

Рассмотрим сначала S-волну и случай незаряженных частиц. Потенциал /8/ с параметрами из таблицы удовлетворяет условию квазиклассичности /10/

$$\xi = \frac{\mu \left| \frac{dU}{dr} \right|}{k^3 \hbar^2} \ll 1, \qquad /9/$$

где $U(r)$ - потенциал. В точке $r = r_0$ параметр ξ =0,07 и 0,08 для наборов параметров I и II, соответственно. Ясно, что в интересующей нас области r при $\ell \neq 0$ и учете кулоновского поля параметр квазиклассичности ξ уменьшается, так как производная потенциала на координате падает.

Предположив, что внутри ядра существует лишь прошедшая волна, можно определить коэффициент отражения от края ядра /5/.

$$\epsilon = \exp\{-2\mathrm{Im}\int_{r_1}^{r_p} K(r)dr\} = \exp\{-\frac{2}{\hbar}\int_{r_1}^{r_p} \sqrt{2\mu\left(E + \frac{U_0}{1+\exp\left(\frac{r-r_0}{a}\right)}\right)}\, dr, \qquad /10/$$

где r_p - комплексная точка поворота, r_1 - произвольная точка вещественной оси. Положив $x = r/a$, $\alpha = E/U_0$, получим

$$\epsilon = \exp\{-2ak_0 \mathrm{Im}\int_{x_1}^{x_p}\sqrt{1+\frac{1}{\alpha(1+\exp(x-x_0))}}\,dx\}.$$

Координаты x_p определяются условием $K(x_p) = 0$, , откуда

$$x_p = x_0 + \ln\frac{U_0+E}{E} + i\pi. \qquad /11/$$

Выбрав $x_1 = x_0 + \ln\frac{U_0+E}{E}$, , получим

$$\epsilon = \exp\{-2ak_0 \mathrm{Re}\int_0^{\pi}\sqrt{\frac{1+e^{ix}}{\beta+e^{ix}}}\,dx\} = \exp\{-2ak_0\pi\}, \qquad /12/$$

где $\beta = \frac{E}{U_0+E}$. Формула /12/ справедлива при достаточно малых β, т.к. потенциал /8/ имеет в точке $x = x_0 + i\pi$ особенность. Поэтому коэффициент отражения /12/ не зависит от глубины потенциала.

В случае заряженных частиц при малых r возникает действительная точка поворота, влияние которой, однако, можно не рассматривать, так как нас интересует отражение от края ядра. Это означает, что при $r < b$, где b - точка, в которой потенциальная энергия достигает минимума, мы заменяем потенциал константой, равной его значению в минимуме. С учетом кулоновского поля,

$$K(x) = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu\left(E + \frac{U_0}{1+\exp(x-x_0)} - \frac{z_1 z_2 e^2}{ax}\right)}\ . \qquad /13/$$

Разлагая $K(x)$ в ряд по степеням γ/α, , где $\gamma = \frac{z_1 z_2 e^2}{aU_0}$, получим

$$\epsilon = \exp\{-2ak_0 \mathrm{Im}\int_{x_1}^{x_p}\sqrt{1+\frac{1}{\alpha(1+\exp(x-x_0))}}\,dx + \qquad /14/$$

$$+ \frac{a\gamma}{\hbar}\sqrt{2\mu U_0}\,\mathrm{Im}\int_{x_1}^{x_p}\frac{dx}{x\sqrt{\alpha + \frac{1}{1+\exp(x-x_0)}}}\}.$$

За счет кулоновского поля комплексная точка поворота сдвигается относительно точки /11/ на мнимой оси на величину

$$+ \frac{\gamma}{\alpha(\alpha+1)}\ \frac{\pi}{(x_0 - \ln\beta)^2 + \pi^2} \ll 1.$$

На верхнем пределе интегралы /14/ равны нулю, поэтому интегрирование можно выполнить в тех же пределах, что и в /10/. Тогда рассмотрим

$$\mathrm{Im}\int_{x_0-\ln\beta}^{x_0-\ln\beta+i\pi}\frac{dx}{x\sqrt{\alpha+\frac{1}{1+\exp(x-x_0)}}} = \qquad /15/$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha+1}{\alpha(2\alpha+1)}}\,\mathrm{Re}\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{1+i\Delta\,\mathrm{tg}\,z}}{z_p+iz}\,dz,$$

где $z_p = \frac{1}{2}(x_0 - \ln\beta)$, $\Delta = \frac{1}{2\alpha+1}$. Поскольку $z_p \gg \pi/2$, то

$$\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{1+i\Delta\,\mathrm{tg}\,z}}{z_p+iz}\,dz \approx \int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{1+i\Delta\,\mathrm{tg}\,z}}{z_p}\,dz.$$

Отсюда

$$\mathrm{Re}\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{1+i\Delta\,\mathrm{tg}\,z}}{z_p+iz}\,dz \approx \frac{\pi}{2z_p}\sqrt{1+\Delta}. \qquad /16/$$

Подставляя /12/, /15/ и /16/ в /14/, окончательно получим

$$\epsilon = \exp\{-2ak_0\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}}\frac{k_0}{E}\frac{E+U_0}{2E+U_0}\frac{\gamma}{z_p}\}. \qquad /17/$$

Для проверки результатов /12/ и /17/ можно вычислить методом ВКБ полный коэффициент отражения S-волны в комплексной потенциале /8/, пренебрегая кулоновскими эффектами. Предполагая, что в начале координат амплитуда падающей волны равна амплитуде отраженной, можем записать

$$|S_0| = \exp\{-\frac{2}{\hbar}\,\mathrm{Im}\int_0^\infty\sqrt{2\mu\left(E+\frac{U_0+iW}{1+\exp(\frac{r-r_0}{a})}\right)}\,dr\} = \qquad /18/$$

$$= \exp\{-\frac{2a}{\hbar}\sqrt{2\mu U_0}\int_0^\infty\sqrt{\alpha+\frac{1+i\delta}{1+\exp(x-x_0)}}\,dx,$$

где $\delta = \frac{W}{U_0}$. Рассмотрим

$$\mathrm{Im}\int_0^\infty\sqrt{\alpha+\frac{1+i\delta}{1+\exp(x-x_0)}}\,dx = \qquad /19/$$

$$= \mathrm{Im}\sqrt{2}\int_{-\mathrm{th}\frac{x_0}{2}}^{1}\sqrt{(2\alpha+1-y)+i\delta(1-y)}\,\frac{dy}{1-y^2}.$$

Разлагая интеграл в /19/ по степеням δ, получим

$$\mathrm{Im}\int_0^\infty\sqrt{\alpha+\frac{1+i\delta}{1+\exp(x-x_0)}}\,dx \approx \qquad /20/$$

$$\approx \frac{\delta}{\sqrt{2}}\int_{-\mathrm{th}\frac{x_0}{2}}^{1}\frac{dy}{\sqrt{2\alpha+1-y}\,(1+y)}.$$

Разложение /20/ выполнено с точностью до членов порядка δ^3, так как четные члены ряда вещественны. Окончательно получим

$$|S_0| = \exp\{-\frac{\sqrt{2\mu W}}{\hbar}\sqrt{\frac{W}{E+U_0}}\,[r_0+ \qquad /21/$$

$$+ 2a\ln\left(\frac{\sqrt{2(\alpha+1)}+\sqrt{2\alpha+1}}{\sqrt{2(\alpha+1)}+\sqrt{\alpha}}\right)]\}.$$

Сравним полученные результаты со значениями модуля коэффициента рассеяния $|S_\ell|$, рассчитанными по оптической модели /*рис. 2*/. Вычисления по формуле /12/ при-

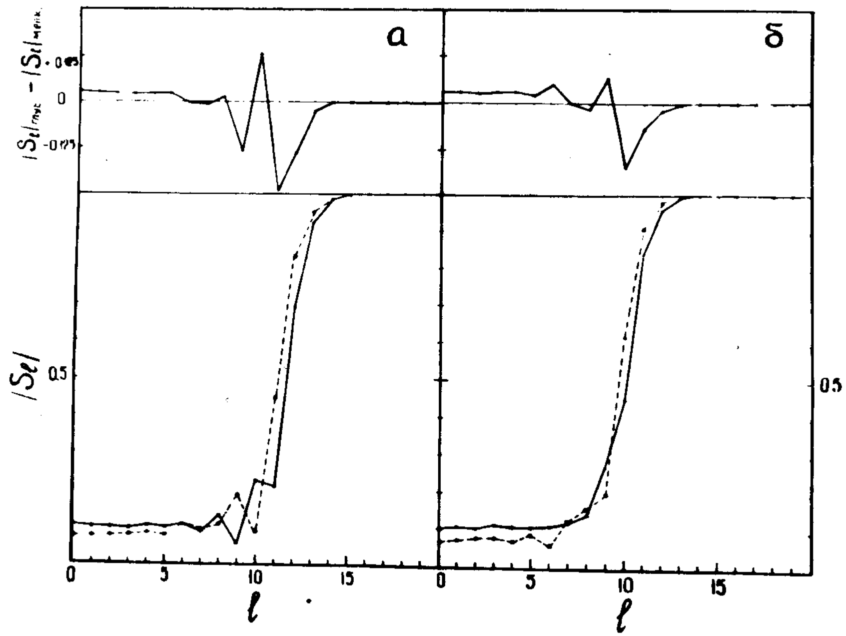

Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента рассеяния от углового момента для потенциалов с параметрами I /пунктирная кривая/ и II /сплошная кривая/; а - расчет без кулоновского потенциала, б - с кулоновским потенциалом.

водят к значению коэффициента отражения S-волны от края $\epsilon = \exp$ /-6,8О/ О,ОО12. Кулоновская поправка к показателю экспоненты составляет О,О1О и О,О25 для потенциалов с выбором параметров I и II, соответственно. Так как центробежный потенциал убывает по радиусу быстрее, чем кулоновский, то при $\ell \ll k_0 r_0$ коэффициенты отражения ϵ будут того же порядка, что и в случае S-волны.

Рассчитанные по оптической модели величины $|S_0|$ для потенциалов с наборами параметров I и II равны О,О75 и О,11, соответственно, выражение /21/ дает О,О79 и О,116. Наблюдаемое согласие свидетельствует о применимости в рассматриваемом случае квазиклассического приближения и достоверности формул /12/ и /17/.

Значительное расхождение при больших углах рассеяния в величине теоретических дифференциальных сечений, показанных на *рис. 1*, связано с возрастанием вероятности проникновения частиц с угловыми моментами $\ell \sim k_0 r_0$ в область поглощения при увеличении глубины потенциала. Тогда для описания рассеяния на малые углы, которое определяется парциальными моментами порядка $k_0 r_0$, в случае более глубокого потенциала требуется относительно меньший параметр поглощения W. Это приводит к увеличению вклада малых парциальных волн в рассеяние. Разнице во влиянии поглощения на парциальные волны с $\ell \ll k_0 r$ и $\ell \sim k_0 r_0$ в глубоком и мелком потенциалах соответствуют показанные в верхней части *рис. 2* кривые.

Полученные для коэффициента ϵ выражения показывают, что его величина определяется параметром диффузности a и практически не зависит от остальных параметров потенциала. Значения параметра диффузности a, как свидетельствует анализ широкого круга экспериментальных данных по упругому рассеянию α-частиц на атомных ядрах, проведенный во многих работах, заключены в пределах О,4-О,8 *Фм*. На этом основании можно сделать вывод, что отражение падающей волны от поверхности ядра играет пренебрежимо малую роль в рассеянии α-частиц и не может объяснить аномально больших величин сечений рассеяния на большие углы.

Параметризация S-матрицы, предложенная в работе[6], позволяет описать рост дифференциальных сечений

в области больших углов рассеяния, что говорит о ее реалистичности. Однако большие величины подгоночного параметра ϵ, получаемые при сравнении расчетов по формулам /6/ и /7/ с опытными данными, показывают, что параметру ϵ следует придавать смысл, отличный от коэффициента отражения падающей волны от поверхности ядра.

В заключение авторы выражают благодарность В.Е.Бунакову, П.П.Зарубину и Ю.В.Кангрополю за ценные обсуждения.

Литература

1. *a) G.Gaul, H.Lüdecke, R.Santo, H.Schmeing, R.Stock. Nucl.Phys.,*
   b) А.Е.Антропов, С.И.Васильев, П.П.Зарубин, Б.Н.Орлов. Изв. АН СССР, сер.физ., 38, 3О75, 1974.
2. *K.A.Eberhard. Phys.Lett., 33B, 343 (1970).*
3. *K.W.Mc-Voy. Phys.Rev., C3, 1368 (1971).*
4. *D.Agassi, N.S.Wall. Phys.Rev., C7, 1368 (1973).*
5. *A.Budzanowski et al. Nucl.Phys., A126, 369 (1969).*
6. *И.А.Губкин. ЯФ, 11, 598, 197О.*
7. *W.E.Frahn, R.H.Venter. Ann.Phys., 24, 243 (1963).*
8. *Е.В.Инопин. ЖЭТФ, 48, 162О, 1965.*
9. *Е.В.Инопин, А.А.Креснин. ЖЭТФ, 49, 1798, 1965.*
1О. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц, "Квантовая механика", М., Физматгиз, 1963.*

Рукопись поступила в издательский отдел
4 февраля 1976 года.