



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

95-434

P4-95-434

Ф.А.Гареев, Г.Ким¹, А.В.Хугаев¹

СТРУКТУРА ЯДЕР С $A = 13$
И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

¹Институт ядерной физики АН РУз, Ташкент

Одной из задач в определении структуры легких ядер (^{13}C и ^{13}N) является учет состояний с высоколежащими конфигурациями в описании ядер $1p$ -оболочки.

В предыдущих работах [1] эта задача рассматривалась с учетом $2p$ -оболочки в осцилляторном потенциале. Этот подход имеет определенные преимущества, связанные с удобством в аналитических расчетах, возможностью отделения движения центра масс и т.д.

Однако на этом пути мы сталкиваемся с проблемой описания асимптотического поведения волновой функции. Дело в том, что осцилляторный потенциал хорошо описывает внутренность ядра, но не периферию. Для того чтобы описать поведение волновой функции на периферии, необходимо заменить осцилляторный потенциал бесконечной глубины на более реалистичский потенциал конечной глубины. В качестве такого потенциала мы выбираем реалистичный потенциал Вудса - Саксона.

Правильная асимптотика волновой функции является очень важной для расчета прямых ядерных реакций, где основную роль играет поведение волновых функций взаимодействующих ядер на их поверхности.

Кроме того, решение этого вопроса непосредственно связано с ядерными астрофизическими процессами, которые определяются асимптотическим поведением радиальных волновых функций.

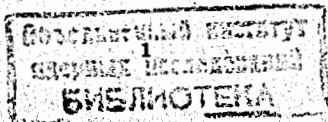
Если в осцилляторном потенциале $2p$ -состояние с положительной энергией остается в связанном состоянии, поскольку потенциальная яма бесконечно глубокая, то в яме конечной глубины, каким является потенциал Вудса - Саксона, $2p$ -состояние представляет собой надбарьерный резонанс [2, 3]. Найти волновую функцию такого состояния, решая обычное уравнение Шредингера, не удастся. Эта задача была решена с помощью метода разложения по функциям Штурма - Лиувилля.

Общая теория разложения по функциям Штурма - Лиувилля была разработана давно [4, 5, 6] и является обобщением разложения в ряд Фурье. Примеры обобщения этой теории применительно к задачам атомной и ядерной физики приведены в обзоре [7] и ссылках в нем.

Цель настоящей работы - получить радиальные волновые функции в потенциале Вудса - Саксона и применить их для анализа экспериментальных данных.

1. Метод разложения по функциям Штурма - Лиувилля для решения уравнения Шредингера с потенциалом Вудса - Саксона

В работах [1] в качестве радиальных одночастичных волновых функций использовались осцилляторные волновые функции с $b = 1.663$ фм. При таком значении осцилляторного параметра, полагая энергию связи нейтрона на $1p$ -оболочке $E_{\text{св.}}(1p)$ для ядра ^{13}C равной -4.947 МэВ, получаем для энергии связи нейтрона на $2p$ -оболочке в этой же осцилляторной яме $E_{\text{св.}}(2p) = 25.016$ МэВ. При таком положительном значении энергии связи $2p$ -состояние остается связанным из-за бесконечной глубины осцилляторной



ямы. В яме конечной глубины, каковой является потенциал Вудса - Саксона, решить уравнение Шредингера для $2p$ - состояния обычным способом не удается. Эта проблема была решена с помощью разложения волновой функции $2p$ - состояния в ядре ^{13}C по функциям Штурма - Лиувилля [7, 8]. Следуя этим работам, выпишем уравнения Штурма - Лиувилля на собственные значения α_{nlj} и собственные функции $\varphi_{nlj}(r)$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right) + V_{s.o.} + V_{Кул.} + \alpha_{nlj} V(r) \right] \varphi_{nlj}(r) = E_{0lj} \varphi_{nlj}(r), \quad (1)$$

где μ - масса нуклона; l и j - орбитальный и полный моменты нуклона соответственно; n - главное квантовое число, указывает количество узлов в радиальной волновой функции и связано со спектроскопическим главным квантовым числом n_c следующим образом: $n_c = n + 1$; $V_{s.o.}$ и $V_{Кул.}$ - спин - орбитальный и кулоновский потенциалы, соответственно; $V(r) < 0$, т.е. $V(r)$ - потенциал притяжения - потенциал Вудса - Саксона; E_{0lj} - фиксированное отрицательное число. Потребуем, чтобы функция $\varphi_{nlj}(r)$ - удовлетворяла следующим граничным условиям:

$$\varphi_{nlj}(r) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow 0 \text{ и } r \rightarrow \infty.$$

Если $\alpha_{0lj} = 1$ и E_{0lj} является собственным значением уравнения Шредингера, тогда ($n = 0$) и состояния уравнения Шредингера - будет первой собственной функцией задачи Штурма - Лиувилля, т.е. $\varphi_{0lj}(r)$ - обычная физическая волновая функция.

При фиксированных значениях l и j с ростом α потенциальная яма становится глубже, и если подобрать такие α_{nlj} , чтобы энергия n -го уровня совпала с E_{0lj} , то полученная таким образом волновая функция будет собственной функцией $\varphi_{nlj}(r)$ задачи Штурма - Лиувилля. Собственные числа α_{nlj} образуют бесконечную последовательность положительных дискретных чисел, удовлетворяющих условию:

$$\alpha_{0lj} < \alpha_{1lj} < \alpha_{2lj} < \dots < \alpha_{n-1,lj} < \alpha_{n,l} < \dots$$

и при $n \rightarrow \infty$, $\alpha_{nlj} \rightarrow \infty$. Из эрмитовости гамильтониана задачи Штурма - Лиувилля следует, что функции $\varphi_{nlj}(r)$ ортогональны с весом $V(r)$ при фиксированных l, j и E_{0lj} :

$$\int_0^\infty \varphi_{n'lj} V(r) \varphi_{nlj}(r) dr = -\delta_{n'n} \quad (2)$$

Другие математические аспекты рассматриваемого метода (вопросы знакоопределенности собственных чисел, полноты и сходимости разложения при $r \rightarrow \infty$) подробно рассматриваются в работах [7, 8].

Итак, уравнение Штурма - Лиувилля подобно уравнению Шредингера, но энергия E_{0lj} появляется как фиксированный параметр задачи, одинаковый для всех α_{nlj} . (l и j фиксированы, а n принимает значения $0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n, n+1, \dots$), и волновые функции $\varphi_{nlj}(r)$ при $n \neq 0$ не являются физическими. Следует также подчеркнуть, что в

противоположность уравнению Шредингера задача Штурма - Лиувилля не имеет непрерывного спектра и разложение по функциям $\varphi_{nlj}(r)$ представляет собой дискретный ряд функций.

Поскольку собственные функции $\varphi_{nlj}(r)$ задачи Штурма - Лиувилля планируется использовать для анализа экспериментальных данных, то удобно представить $\varphi_{nlj}(r)$ в аналитическом виде. Для этой цели нами использован модифицированный квазиклассический метод расчета связанных состояний, разработанный в работах [9, 10] и примененный для аналитической записи волновых функций $\chi_{nlj}(r)$ уравнения Шредингера со сферически - симметричным потенциалом Вудса - Саксона [11, 12].

Волновую функцию можно представить в следующем виде:

$$\varphi_{nlj}(r) = N_{nlj} (S')^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{S^2}{2}\right) H_n(S), \quad (3)$$

где N_{nlj} - нормировочный множитель, $H_n(S)$ - полином Эрмита, а $S(r)$ - корректирующая функция, позволяющая учесть конечность используемого потенциала $V(r)$.

В качестве уравнения сравнения выбирается уравнение гармонического осциллятора

$$\frac{d^2\Phi}{dS^2} + (2n + 1 - S^2)\Phi = 0, \quad (4)$$

и получается интегральное соотношение для определения $S(r)$ [9, 10]:

$$\int_{-\sqrt{2n+1}}^S (2n + 1 - \sigma^2)^{\frac{1}{2}} d\sigma = \int_{r_1}^r p(\xi) d\xi, \quad (5)$$

где

$$p(r) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{nlj} - \alpha_{nlj} V(r)) - V_{s.o.} - V_{Кул.} - \frac{(l + \frac{1}{2})^2}{r^2}} \quad (6)$$

аналог квазиклассического импульса, r_1 - наименьший корень уравнения $p(r) = 0$.

В отличие от работы [8] мы определяли функцию $S(r)$ как в [13]:

$$S(r) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{k_{max}} A_k T_k \left(\frac{2r - a - b}{b - a} \right), \quad (7)$$

$$A_k = \frac{2}{k_{max} + 1} \sum_{j=0}^{k_{max}} S(r_j) \cos \left(\frac{(2j + 1)k\pi}{2k_{max} + 2} \right), \quad (8)$$

$$r_j = \frac{a + b}{2} + \frac{b - a}{2} \cos \left(\frac{(2j + 1)\pi}{2k_{max} + 2} \right), \quad (9)$$

здесь $T_k(\xi)$ - многочлен Чебышева степени k , $a = r_1(E_{nlj})$ и $b = r_2(E_{nlj})$ точки поворота, которые определяются из уравнения

$$E_{nlj} - \alpha_{nlj} V(r) - V_{s.o.} - V_{Кул.} - \frac{\hbar^2 (l + \frac{1}{2})^2}{2\mu r^2} = 0, \quad (10)$$

k_{max} - максимальное число разложения, нами было взято равным $k_{max} = 30$ для достижения необходимой равномерности.

Используя собственные функции задачи Штурма - Лиувилля φ_{nlj} в качестве полной системы, рассмотрим метод решения уравнения Шредингера

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} + V_{s.o.} + V_{Кул.} + V(r) \right] \chi_{nlj}(r) = E_{nlj} \chi_{nlj}(r) \quad (11)$$

с граничными условиями $\chi_{nlj} \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$.

Разложим $\chi_{nlj}(r)$ по функциям $\varphi_{nlj}(r)$:

$$\chi_{nlj}(r) = \sum_{n'=0}^{\infty} d_{n'lj} \varphi_{n'lj}(r), \quad (12)$$

подставим это разложение в уравнение Шредингера (11), прибавим и вычтем $\alpha_{nlj} V(r)$, умножим слева на $\varphi_{nlj}(r) V(r)$ и, проинтегрировав по r , получаем

$$(E - E_{0lj}) d_{nlj} + \sum_{n'=0}^{\infty} d_{n'lj} (1 - \alpha_{n'lj}) \int \varphi_{nlj} V^2(r) \varphi_{n'lj} dr = 0. \quad (13)$$

Мы получили бесконечную систему уравнений; чтобы решить эту систему, необходимо обрезать суммирование при каком-то фиксированном M . Тогда, из условия разрешимости этой системы, получаем приближенные собственные значения $E_{nlj}^{(M)}$ и коэффициенты $d_{nlj}^{(M)}$, т.е. собственные функции $\chi_{nlj}^{(M)}$.

Увеличивая число членов разложения M , приходим все ближе к точному значению $E_{nlj}^{точн.}$. Данный метод решения уравнения Шредингера хорош тем, что полученные приближенные собственные значения $E_{nlj}^{(M)}$ определены с избытком и справедливы соотношения [14, 15]

$$E_{nlj}^{(M)} \geq E_{nlj}^{(M+1)} \geq E_{nlj}^{(M+2)} \geq \dots \geq E_{nlj} + \xi, \\ \lim_{M \rightarrow \infty} E_{nlj}^{(M)} = E_{nlj}^{точн.} + \xi,$$

где E_{nlj} - точное собственное значение, а ξ - ошибки, связанные с точностью численных расчетов.

Для нахождения собственных значений $E_{nlj}^{(M)}$ и коэффициентов $d_{nlj}^{(M)}$ был применен метод, рассмотренный в работе [16].

Вышеизложенный метод применяется для вычисления радиальных одночастичных волновых функций $2p$ - состояний в ядрах ^{13}C и ^{13}N как для нейтронов, так и для протонов. Для рассматриваемых потенциалов имеем следующие выражения: потенциал Вудса - Саксона

$$V(r) = -V_0 \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r - R_0}{a} \right) \right\}^{-1}, \quad (14)$$

спин - орбитальное взаимодействие

$$V_{s.o.} = \kappa \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{l}) \cdot \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V(r), \quad (15)$$

для протонов необходимо добавить член, описывающий кулоновское взаимодействие

$$V_{Кул.}(r) = \frac{(Z-1)e^2}{r} \cdot \begin{cases} \frac{3r}{2R_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^3, & r < R_0, \\ 1, & r \geq R_0. \end{cases} \quad (16)$$

Радиус ядра определяется как $R_0 = r_0 A^{1/3}$,

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{l}) = \begin{cases} l, & j = l + \frac{1}{2}, \\ -(l+1), & j = l - \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (17)$$

В случае ядра ^{13}C в качестве параметров потенциалов были взяты значения, полученные ранее при исследовании упругого рассеяния электронов [17] и реакции $^{13}C(^3He, \alpha)^{12}C$ [18]: радиус нейтрона и протона $r_0^n = r_0^p = 1.46$ фм; диффузность потенциала для нейтрона $a^n = 0.67$ фм, а для протона $a^p = 0.87$ фм; параметр для спин - орбитального взаимодействия $\kappa = 0.263$ фм². Глубина потенциала V_0 подбиралась таким образом, чтобы получить экспериментальное значение одночастичной энергии связи, это так называемый метод подгонки глубины ямы (WDP - well - depth prescription). Для нейтрона в $n, l_j \equiv 1p_{1/2}$ - состоянии $E_{nlj}^{нейтр.} \equiv E_{01\frac{1}{2}}^{нейтр.} = -4.947$ МэВ, соответствующее значение глубины потенциала $V_0^{нейтр.} = 32.3$ МэВ, а для протона в $1p_{1/2}$ - состоянии $E_{nlj}^{прот.} = -17.0$ МэВ и $V_0^{прот.} = 50.7$ МэВ. При вычислении нейтронной волновой функции $2p_{1/2}$ - для достижения сходимости по энергии $|E_{11\frac{1}{2}}^{(M)} - E_{11\frac{1}{2}}^{(M-1)}| \leq 0.1$ МэВ число членов разложения было взято равным $M = 30$.

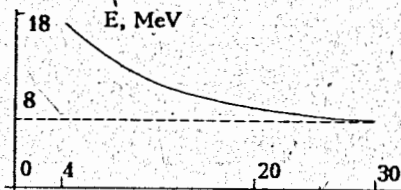


Рис. 1. Значения $E_{2p_1}^{(M)}$ для нейтронной волновой функции

На рис.1 приведены значения $E_{2p_1}^{(M)}$, вычисленные при разных значениях M . При $M = 30$ было получено значение $E_{св.} = (n_c l_j = 2p_1) = 8.1$ МэВ. Значения коэффициентов $d_{n_1 \frac{1}{2}}$ для волновой функции $\chi_{n_1 l_j}(r) = \chi_{11 \frac{1}{2}}(r)$ приведены в таблице 1.

С такими же параметрами для нейтронной ямы ($r_0^n = 1.46$ фм, $a^n = 0.67$ фм, $V_0^{нстр.} = 32.3$ МэВ) вычислялись волновые функции $1p_3$ и $2p_3$ - состояний.

Были получены следующие значения для энергий связи: $E_{св.}(1p_3) = -7.1$ МэВ и при $M = 30$ $E_{св.}(2p_3) = 7.9$ МэВ. Значения коэффициентов $d_{n_1 \frac{3}{2}}$ для волновой функции $2p_3$ - состояния приведены в таблице 1.

Протонные волновые функции для ядра ^{13}C вычислялись при следующих значениях параметров потенциала Вудса - Саксона (см. выше): $r_0^p = 1.46$ фм, $a^p = 0.87$ фм, $V_0^p = 50.7$ МэВ. Для энергий связи получили: $E_{св.}(1p_3^p) = E_{св.}^{полн.} = -17.0$ МэВ, $E_{св.}(2p_3^p) = 5.617$ МэВ, $E_{св.}(1p_2^p) = -14.077$ МэВ, $E_{св.}(2p_2^p) = 7.021$ МэВ. Значения коэффициентов $d_{n_1 j}$ для протонных волновых функций $2p_j$ - состояний ($j = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$) приведены в таблице 1.

С аналогичными значениями параметров потенциалов ($r_0^n = r_0^p = 1.46$ фм, $a^n = 0.67$ фм, $a^p = 0.87$ фм, $\kappa = 0.263$ фм²) вычислялись одночастичные волновые функции для ядра ^{13}N . Значения V_0 подбирались с помощью метода WDP: для протонов $E_{св.}(1p_2^p) = -1.943$ МэВ, что даст $V_0^p = 31.860$ МэВ; для нейтронов $E_{св.}(1p_2^n) = -20.324$ МэВ и $V_0^{нстр.} = 51.042$ МэВ. При этих значениях параметров потенциалов получаем: для протонов $E_{св.}(2p_2^p) = 9.457$ МэВ, $E_{св.}(1p_3^p) = -4.002$ МэВ и $E_{св.}(2p_3^p) = 9.498$ МэВ; для нейтронов $E_{св.}(2p_2^n) = 3.727$ МэВ, $E_{св.}(1p_3^n) = -16.848$ МэВ, $E_{св.}(2p_3^n) = 5.272$ МэВ.

Соответствующие значения $d_{n_1 j}$ для протонных и нейтронных волновых функций $2p_j$ - состояний приведены в табл. 2.

Таблица 1. Значения коэффициентов разложения $d_{n_1 j}$ для волновых функций $2p_j$ - состояний в ядре ^{13}C

n	нейтроны		протоны	
	$j = \frac{1}{2}$	$j = \frac{3}{2}$	$j = \frac{1}{2}$	$j = \frac{3}{2}$
0	.67484	.62902	.44953	.42371
2	.62089	.66097	.78523	.80861
3	-.29481	-.30443	-.32782	-.31903
4	.18248	.18642	.19029	.18045
5	-.12831	-.13067	-.13004	-.12195
6	.09306	.09446	.09191	.08520
7	-.06997	-.07078	-.06733	-.06168
8	.05489	.05548	.05236	.04773
9	-.04343	-.04381	-.04074	-.03684
10	.03521	.03550	.03283	.02957
11	-.02874	-.02895	-.02655	-.02380
12	.02375	.02391	.02184	.01932
13	-.01974	-.01987	-.01807	-.01610
14	.01651	.01661	.01506	.01339
15	-.01386	-.01395	-.01262	-.01119
16	.01166	.01174	.01059	.00938
17	-.00984	-.00990	-.00892	-.00790
18	.00829	.00834	.00751	.00663
19	-.00699	-.00704	-.00633	-.00559
20	.00587	.00591	.00531	.00468
21	-.00491	-.00495	-.00445	-.00392
22	.00408	.00412	.00370	.00326
23	-.00337	-.00340	-.00305	-.00269
24	.00275	.00277	.00249	.00219
25	-.00221	-.00223	-.00200	-.00176
26	.00174	.00176	.00158	.00139
27	-.00132	-.00134	-.00120	-.00106
28	.00096	.00097	.00087	.00077
29	-.00064	-.00064	-.00058	-.00051
30	.00036	.00037	.00033	.00029

Таблица 2. Значения коэффициентов разложения d_{nlj} для волновых функций $2p_j$ - состояний в ядре ^{13}N

n	нейтроны		протоны	
	$j = \frac{1}{2}$	$j = \frac{3}{2}$	$j = \frac{1}{2}$	$j = \frac{3}{2}$
0	.72887	.67510	.42743	.40531
2	.56876	.61966	.80017	.82088
3	-.27859	-.29441	-.32651	-.31685
4	.17526	.18331	.18711	.17695
5	-.12416	-.12953	-.12701	-.11878
6	.09063	.09430	.08919	.08245
7	-.06853	-.07112	-.06492	-.05928
8	.05389	.05591	.05034	.04574
9	-.04278	-.04432	-.03899	-.03513
10	.03473	.03598	.03136	.02814
11	-.02840	-.02941	-.02529	-.02258
12	.02349	.02432	.02077	.01848
13	-.01954	-.02024	-.01715	-.01522
14	.01635	.01693	.01428	.01263
15	-.01374	-.01423	-.01195	-.01055
16	.01156	.01198	.01002	.00883
17	-.00975	-.01011	-.00844	-.00743
18	.00821	.00852	.00709	.00624
19	-.00692	-.00719	-.00598	-.00525
20	.00581	.00603	.00501	.00440
21	-.00487	-.00506	-.00420	-.00368
22	.00404	.00420	.00349	.00306
23	-.00334	-.00347	-.00288	-.00252
24	.00272	.00283	.00235	.00206
25	-.00219	-.00228	-.00189	-.00166
26	.00172	.00179	.00149	.00130
27	-.00131	-.00136	-.00113	-.00099
28	.00095	.00099	.00082	.00072
29	-.00063	-.00066	-.00055	-.00048
30	.00036	.00037	.00031	.00027

2 Асимптотическое поведение радиальных волновых функций и ширина резонансного $2p_j$ - состояния

Для одночастичных волновых функций с $E_{cm}(n, l_j) < 0$ (для состояния с $n_c = 1$ или $n = 0$) асимптотические нормировочные коэффициенты АНК [19, 20] определяется следующим

образом:
для протонов -

$$\varphi_{0lj}^p(r)|_{r \geq R_{cm}} = b_{0lj}^p W_{-\eta, l + \frac{1}{2}}(2k_p r), \quad (18)$$

где W - функция Уиттекера, η - кулоновский параметр,

$$\eta = \frac{(z-1)e^2}{h} \left(\frac{\mu_{A(A-1)}^p}{2E_{0lj}^p} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (19)$$

E_{0lj}^p - энергия отделения протона, k_p - его волновой вектор

$$k_p = \left(\frac{2\mu_{A(A-1)}^p \cdot E_{0lj}^p}{h^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

$\mu_{A(A-1)}^p$ - приведенная масса протонного канала,

$$\mu_{A(A-1)}^p = \frac{m_p(A-1)}{A}, \quad m_p = 938 \text{ МэВ}. \quad (21)$$

Для нейтронов $\eta = 0$ и $W_{0, l + \frac{1}{2}}(2k_n r) = h_l(k_n r)$, тогда

$$\varphi_{0lj}^n(r)|_{r \geq R_{cm}} = b_{0lj}^n h_l(k_n r), \quad (22)$$

где h_l - функция Ганкеля,

$$k_n = \left(\frac{2\mu_{A(A-1)}^n E_{0lj}^n}{h^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

E_{0lj}^n - энергия отделения нейтрона, $\mu_{A(A-1)}^n$ - приведенная масса нейтронного канала,

$$\mu_{A(A-1)}^n = m_n \frac{(A-1)}{A}, \quad m_n = 939 \text{ МэВ}. \quad (24)$$

R_{cm}^p (R_{cm}^n) - расстояние, начиная с которого протонные (нейтронные) одночастичные волновые функции плавно выходят на асимптотику, по формулам (18) и (22).

Для ядра ^{13}C были получены следующие значения АНК для $1p_j$ - состояний:

для нейтронов - $b_{01\frac{1}{2}}^n = 2.097$, $b_{01\frac{3}{2}}^n = 3.202$;

для протонов - $b_{01\frac{1}{2}}^p = 9.217$, $b_{01\frac{3}{2}}^p = 13.100$;

Для волновых функций $2p_j$ - состояний значения энергий связи положительны, $E_{св.}(n_c l_j = 21_j) > 0$. В этом случае асимптотическое выражение для таких функций при больших r имеет вид [21]:

$$\chi_{n l_j}^p(r) \approx 2 \sin(k_p r - \eta \ln 2k_p r - \frac{l\pi}{2} + \delta_l),$$

$$\delta_l = \arg \Gamma(l + 1 + i\eta); \quad (25)$$

для нейтронов $\eta = 0$ и k_p заменяется на k_n .

АНК определяется из выражений

$$\chi_{11j}^p(r)|_{r \geq R_{cm}^p} = b_{11j}^p 2 \sin(k_p r - \eta \ln 2k_p r - \frac{l\pi}{2} + \delta_l),$$

$$\chi_{11j}^n(r)|_{r \geq R_{cm}^n} = b_{11j}^n 2 \sin(k_n r - \frac{\pi}{2}). \quad (26)$$

Для полученных выше волновых функций $2p_j$ - состояний получены следующие значения АНК:

для нейтронов - $b_{11\frac{1}{2}}^n = -0.274 (R_{cm}^n = 5.649 \text{ фм.})$,

$b_{11\frac{3}{2}}^n = -0.277 (R_{cm}^n = 5.576 \text{ фм.})$;

для протонов - $b_{11\frac{1}{2}}^p = -0.281 (R_{cm}^p = 5.658 \text{ фм.})$;

$b_{11\frac{3}{2}}^p = -0.301 (R_{cm}^p = 5.773 \text{ фм.})$.

На рис. 2. приведена нейтронная волновая функция $2p_{1\frac{1}{2}}$ - состояния с осциллирующим хвостом согласно выражению (26). Для сравнения на этом же рисунке пунктирной

кривой приведена осцилляторная волновая функция $2p$ - состояния.

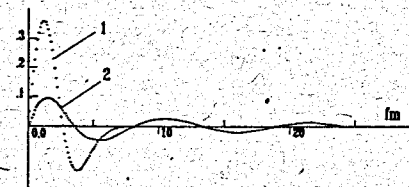


Рис. 2. Нейтронная волновая функция $2p_{1\frac{1}{2}}$ - состояния - сплошная кривая и осцилляторная волновая функция $2p$ - состояния - пунктирная кривая.

С полученными таким образом волновыми функциями $2p_j$ - состояний были вычислены среднеквадратичные радиусы

$$\langle r_{n l_j}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left(\int_0^{\infty} r^2 \chi_{n l_j}^2(r) dr \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Получены следующие оценки:

для нейтронов - $\langle r_{11\frac{1}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 14.5 \text{ фм.}$,

$\langle r_{11\frac{3}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 14.5 \text{ фм.}$;

для протонов - $\langle r_{11\frac{1}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 14.1 \text{ фм.}$,

$\langle r_{11\frac{3}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 13.7 \text{ фм.}$

Приведем также среднеквадратичные радиусы для $1p_j$ - состояний:

для нейтронов - $\langle r_{01\frac{1}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 3.4 \text{ фм.}$,

$\langle r_{01\frac{3}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 3.2 \text{ фм.}$

для протонов - $\langle r_{01\frac{1}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 2.8$ фм ,

$\langle r_{01\frac{3}{2}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 2.8$ фм.

Большие значения среднеквадратичных радиусов указывают на важность использования соответствующих волновых функций в низкоэнергетических процессах, к которым относятся и некоторые астрофизические процессы. В разделе 4 на качественном уровне рассматривается применение полученных нами волновых функций к ядерным реакциям в звездах.

Поскольку энергии $2p_j$ - состояний положительны, то такие состояния представляют собой надбарьерные резонансы [2]. Определение энергии $E_{рез.}$ и ширины Γ таких резонансов - довольно непростая задача [22, 23].

В представляемой работе определим энергию $E_{рез.}$ и ширину Γ резонансного состояния как полюс матрицы рассеяния $S_l(k)$ в четвертом квадранте комплексной плоскости k [24, 25]. Для нахождения $S_l(k)$ будем рассматривать задачу о рассеянии частицы в прямоугольной потенциальной яме, которая заменяет используемый выше потенциал Вудса - Саксона. В этом случае для матрицы рассеяния получается решение, представимое в аналитическом виде, что позволяет сделать аналитическое продолжение матрицы рассеяния $S_l(k)$ в область комплексных значений k .

Таким образом, в случае рассеяния частицы в прямоугольной яме:

$$V(R) = \begin{cases} -V_0, & r < R, \\ 0, & r > R \end{cases} \quad (28)$$

где V_0 - глубина ($V_0 > 0$) и R - ширина ямы, выражение для матрицы рассеяния $S_l(k)$ имеет вид

$$S_l(k) = e^{-2ikR} (-1)^l \frac{D_l(k_0R) + ik}{D_l(k_0R) - ik}, \quad (29)$$

здесь $k_0^2 = v_0 + k^2$, $v_0 = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_0$,

$$D_l(k_0R) = \frac{[j_l'(k_0r)r + j_l(k_0r)]}{j_l(k_0r)r} \Big|_{r=R}, \quad (30)$$

$j_l'(k_0r) = \frac{dj_l(k_0r)}{dr}$, $j_l(k_0r)$ - сферическая функция Бесселя. При $l = 1$ имеем:

$$D_1(k_0R) = \frac{1}{R} \left[\frac{(k_0R)^2}{1 - (k_0R)ctg(k_0R)} - 1 \right]. \quad (31)$$

Для связанных состояний матрица рассеяния обращается в нуль, т.е. имеем уравнение

$$D_1(k_0R) + ik_{св.} = 0, \quad (32)$$

где

$$k_{св.} = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} E_{св.}} = i\kappa, \quad (33)$$

т.к. $E_{св.} < 0$. Для k_0 получаем выражение $k_0^2 = v_0 + k_{св.}^2 = v_0 - \kappa^2$, $k_0 = \sqrt{v_0 - \kappa^2}$ - действительное число при $V_0 > |E_{св.}|$.

Уравнение (32) приводится к уравнению

$$(k_0R)^2 + (1 + \kappa R)(k_0Rctg(k_0R) - 1) = 0. \quad (34)$$

Задав значения V_0 и $E_{св.}$ из этого уравнения, можно определить ширину ямы R .

Для резонансного состояния $S_l(k)$ имеет полюс в 4 - ом квадранте, т.е. имеем уравнение:

$$D_1(k_0R) - ik_{рез.} = 0, \quad (35)$$

где $k_{рез.} = k_{Re} - ik_{Im}$ ($k_{Re} > 0, k_{Im} > 0$).

$$\begin{aligned} k_0R &= x + iy, & x &= R\sqrt{\rho}\cos\left(\frac{\psi}{2}\right), \\ y &= R\sqrt{\rho}\sin\left(\frac{\psi}{2}\right), \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{(v_0 + k_{Re}^2 - k_{Im}^2)^2 + 4k_{Re}^2 k_{Im}^2} \\ tg\psi &= \frac{2k_{Re}k_{Im}}{(v_0 + k_{Re}^2 - k_{Im}^2)} \end{aligned} \quad (37)$$

$$D_1(k_0R) = D_1(x + iy) = D_1^{Re}(x, y) + iD_1^{Im}(x, y),$$

где

$$\begin{aligned} D_1^{Re}(x, y) &= \frac{1}{R} \left[\frac{(x^2 - y^2)Z_{Re} + 2xyZ_{Im}}{Z_{Re}^2 + Z_{Im}^2} - 1 \right], \\ D_1^{Im}(x, y) &= \frac{1}{R} \left[\frac{-(x^2 - y^2)Z_{Re} + 2xyZ_{Im}}{Z_{Re}^2 + Z_{Im}^2} \right]; \end{aligned} \quad (38)$$

$$Z_{Re} = 1 - \left(\frac{\cos(2x) + ch(2y)}{\sin^2(2x) + sh^2(2y)} \right) (x \sin(2x) + y sh(2y)),$$

$$Z_{Im} = \left(\frac{\cos(2x) + ch(2y)}{\sin^2(2x) + sh^2(2y)} \right) (x sh(2y) - y \sin(2x)). \quad (39)$$

Уравнение (35) приводится к системе из двух уравнений:

$$D_1^{Re}(x, y) - k_{Im} = 0,$$

$$D_1^{Im}(x, y) - k_{Re} = 0. \quad (40)$$

Комплексным значениям $k_{рез.}$ отвечают комплексные значения энергии W :

$$W = E_{рез.} - \frac{i}{2} \Gamma, \quad (41)$$

$$E_{рез.} = \frac{\hbar^2}{2\mu} (k_{Re}^2 - k_{Im}^2), \quad \Gamma = \frac{2\hbar^2}{\mu} k_{Re} k_{Im}. \quad (42)$$

Обратное преобразование нам дает:

$$k_{Re}^2 = \frac{\mu}{\hbar^2} \left[\sqrt{E_{рез.}^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} + E_{рез.} \right],$$

$$k_{Im}^2 = \frac{\mu}{\hbar^2} \left[\sqrt{E_{рез.}^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} - E_{рез.} \right]. \quad (43)$$

Таким образом, задавая $V_0, R, E_{рез.}$, можно подобрать значение Γ , удовлетворяющее уравнениям (40) с учетом соотношений (36 - 39 и 43).

Эта схема была применена для нейтронных одночастичных $1p_{1/2}$ - и $2p_{1/2}$ - состояний ядра ^{13}C .

Задав $V_0 = V_0^{нейт.} = 32.345$ МэВ и $E_{св.} = E_{01\frac{1}{2}}^{нейт.} = -4.947$ МэВ, из уравнения (34) определяем ширину ямы $R = 5.155$ фм. Задавая теперь энергию $E_{рез.} = E_{св.}(2p_{1/2}) = 8.1$ МэВ ($V_0 = 32.345$ МэВ, $R = 5.155$ фм), получаем для ширины резонансного состояния $\Gamma = 8.1$ МэВ. Интересно отметить совпадение ширины со значением энергии резонанса.

Таким образом, $2p_{1/2}$ - состояние представляет собой распадающееся квазистационарное состояние, время жизни которого можно оценить из равенства

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}. \quad (44)$$

Вылетающий при распаде $2p_{1/2}$ - состояния нейтрон должен, в принципе, уходить на бесконечность, и тогда ядро ^{13}C перейдет в ядро ^{12}C . Такое положение противоречило

бы A - стабильности ядра ^{13}C . Поскольку в нашей схеме нейтронное $2p_{1/2}$ - состояние есть составная часть основного состояния ядра ^{13}C , то мы предполагаем, что происходит распад этого состояния внутри ядра ^{13}C . При этом механизм распада следующий - широкое резонансное $2p_{1/2}$ - состояние распадается внутри ядра, нейтрон перерассеивается на остаточной ядерной системе, передает ей часть своей энергии и импульса, что, в свою очередь, может привести к переходу частицы из остаточной ядерной системы на $2p_{1/2}$ - оболочку. Возможность такого механизма была рассмотрена при изучении рождения широких резонансов в ядерных реакциях [26].

3 Анализ экспериментальных данных. Феноменологический учет обменных мезонных токов.

В данном разделе проанализируем экспериментальные данные в рамках ТИМО, заменив радиальные осцилляторные волновые функции на волновые функции, вычисленные в реалистическом потенциале Вудса - Саксона. При такой замене сразу возникает проблема, связанная с выделением движения центра масс в потенциальной яме конечной глубины. Но поскольку волновые функции потенциала Вудса - Саксона и осцилляторной модели для $1p$ - состояния в ядрах с $A = 13$ весьма схожи [17], вклад $2p$ - состояния незначителен для описания спектроскопических характеристик ядер, будем полагать, что замена осцилляторных волновых функций на более точные не является слишком грубой и с физической точки зрения оправдана. Для анализа экспериментальных данных воспользуемся соответствующими выражениями из [1].

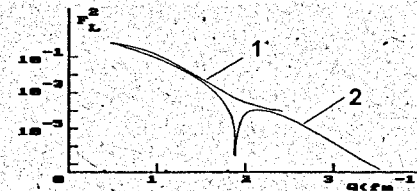


Рис. 3. Продольный $F_L^2(q)$ формфактор упругого рассеяния электронов на ядре ^{13}C . Кривая 1 - расчеты в ТИМО с волновыми функциями, вычисленными в потенциале Вудса - Саксона, кривая 2 - расчеты с осцилляторными волновыми функциями

На рис.3. представлены результаты расчетов формфакторов рассеяния электронов в рамках ТИМО с осцилляторными волновыми функциями - кривая 2 и с волновыми функциями, вычисленными в потенциале Вудса - Саксона - кривая 1, значения коэффициентов конфигурационного смешивания приведены в [1]. Сравнение этих кривых демонстрирует влияние асимптотического поведения радиальных одночастичных волновых функций на результаты расчетов. Кривой 1 соответствуют следующие значения магнитных моментов и $\log ft$: $\mu_{13C} = 0.848$, $\mu_{13N} = -0.312$ и $\log ft = 3.675$.

Кривой 2 - $\mu_{13C} = 0.899$, $\mu_{13N} = -0.219$ и $\log ft = 3.656$ [1]. Сравнение этих величин показывает, что расчеты, использующие волновые функции с правильной асимптотикой, приводят к результатам, которые ближе к экспериментальным данным.

В дальнейшем была предпринята попытка с помощью вариации коэффициентов конфигурационного смешивания получить приемлемое описание одновременно и формфакторов электронного рассеяния, и магнитных моментов и $\log ft$. В настоящей работе, в отличие от [1], этого сделать не удалось. При неплохом описании поперечного формфактора не удается описать продольный формфактор, а для магнитных моментов и $\log ft$ получаются неприемлемые значения. Мы остановились на результатах, которые приведены на рис. 4. штриховыми кривыми. Состояния и соответствующие коэффициенты конфигурационного смешивания приведены из табл. 3. Штриховым кривым соответствуют теоретические значения магнитных моментов и $\log ft$, которые совпадают с экспериментальными: $\mu_{13C} = 0.702$, $\mu_{13N} = -0.322$ и $\log ft = 3.667$.

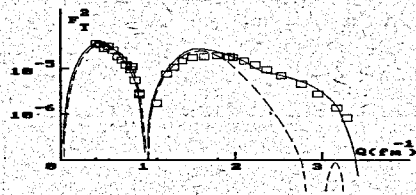


Рис. 4. Поперечный $F_T^2(q)$ формфактор для $^{13}\text{C}(e, e)^{13}\text{C}(g.s.)$. Штриховые кривые - расчеты в ТИМО с волновыми функциями, вычисленными в потенциале Вудса - Саксона при значениях коэффициентов конфигурационного смешивания из табл. 3. Сплошные кривые - расчеты с учетом мезонных обменных токов (см. текст)

Таблица 3 Значения коэффициентов конфигурационного смешивания

Состояния	β	Состояния	α
$(0s)^4(1p)^9[4441](0s)^{22}P$	0.400	$(0s)^4(1p)^8(3p)^1[4441](01)^{22}P$	-0.77
$(0s)^4(1p)^9[4432](11)^{22}P$	-0.585	$(0s)^4(1p)^8(3p)^1[4441](20)^{22}S$	-0.108
$(0s)^4(1p)^9[4432](11)^{24}P$	0.263	$(0s)^4(1p)^8(3p)^1[4432](01)^{22}P$	-0.155
$(0s)^4(1p)^9[4432](11)^{24}D$	0.040	$(0s)^4(1p)^8(3p)^1[4432](12)^{24}D$	0.106
$(0s)^4(1p)^9[4333](00)^{22}S$	0.212	$(0s)^4(1p)^8(3p)^1[4333](20)^{22}S$	-0.574

Переходные плотности и радиальные матрицы плотности приведены на рис. 5. и 6. Значения чисел заполнения приведены в табл. 4.

Таблица 4. Протонные и нейтронные числа заполнения

Подоболочки	Протоны	Нейтроны
$(1p)_{\frac{3}{2}}^{\pm}$	2.9905	3.5163
$(1p)_{\frac{1}{2}}^{\pm}$	0.6532	1.1175
$(2p)_{\frac{3}{2}}^{\pm}$	0.3292	0.3248
$(2p)_{\frac{1}{2}}^{\pm}$	0.0271	0.0414

Из табл. 1. следует, что $\sum_i \alpha_i^2 = 0.382$, а из [1] $\sum_i \alpha_i^2 = 0.275$. То есть при учете правильной асимптотики радиальной волновой функции вклад $2p$ - оболочки возрастает.

Из рис. 3. видно, что экспериментальные значения продольного и поперечного формфакторов не описываются кривыми при $q \geq 1.8$ fm^{-1} . Мы предположили, что при значениях передаваемых импульсов $q \geq 1.8$ fm^{-1} на ядерные формфакторы электронного рассеяния должны оказывать влияние мезонные обменные токи.

Хорошо известно, что присутствие мезонов в системе взаимодействующих нуклонов обуславливается тем, что ядерные силы обязаны своим происхождением мезонным обменам. В амплитуду eA -рассеяния при больших q должны давать вклад не только процессы рассеяния электрона на нуклонах ядра, но и на находящихся в ядре мезонах. В системе покоя связанных пиона и нуклона во внешнем электромагнитном поле, создаваемом электронным током, имеем [27]:

плотность полного заряда:

$$\rho = \rho_N + \rho_\pi,$$

где ρ_N - плотность заряда нуклона и ρ_π - плотность заряда пиона; полный ток $\vec{J} = \vec{J}_N + \vec{J}_\pi + \vec{J}_{\pi N}$, где \vec{J}_N - нуклонный ток, \vec{J}_π - пионный ток, $\vec{J}_{\pi N}$ - дополнительный ток пион-нуклонного взаимодействия.

При исследовании влияния эффектов обменного тока на формфакторы электронного рассеяния обычно рассматривают обменные токи [28], обусловленные следующими однопионными диаграммами:

1) "парной" диаграммой или диаграммой типа "крылья чайки" (see gull), когда происходит фоторождение заряженного пиона на одном нуклоне, который затем поглощается другим нуклоном;

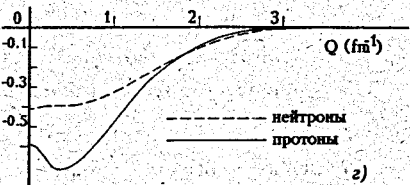
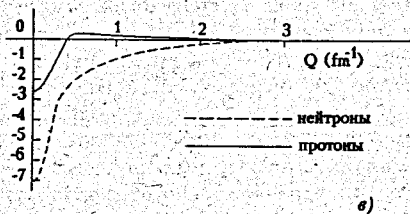
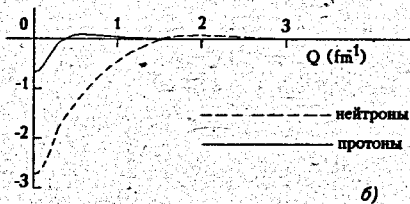
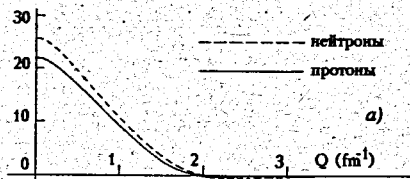


Рис. 5. Переходные плотности $D_{LSK}^{J(p,n)}(q)$ в ТИМО с вудс-саксоновскими волновыми функциями: а) - зарядовые - $D_{000}^{0(n)}(q)$ и $D_{000}^{0(p)}(q)$; б) - спиновые - $D_{010}^{1(n)}(q)$ и $D_{010}^{1(p)}(q)$; в) - спиновые - $D_{210}^{1(n)}(q)$ и $D_{210}^{1(p)}(q)$; г) - конвективные - $D_{101}^{1(n)}(q)$ и $D_{101}^{1(p)}(q)$

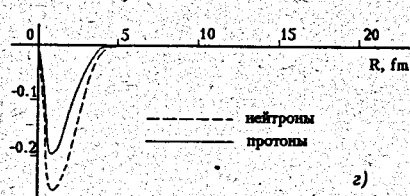
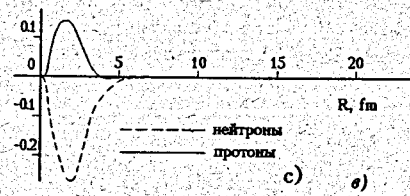
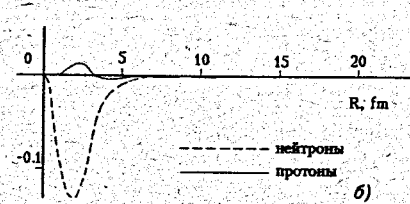
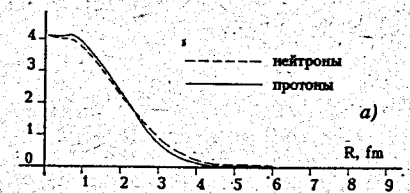


Рис. 6. Радиальные матрицы плотности $\rho_{LSK}^{J(p,n)}(r)$. См. обозначения рис. 5

2). пионной полюсной диаграммой, когда фотон поглощается заряженным пионом, которым обмениваются два нуклона.

Эти две диаграммы определяют полный ток однопионного обмена \vec{J}_{ex} . Плотность обменного заряда ρ_{ex} , соответствующая этому току, имеет порядок M^{-1} по массе нуклона и по величине значительно меньше плотности заряда нуклона. По этой причине им обычно пренебрегают. Таким образом, в рассматриваемой трактовке пионные обменные токи могут модифицировать лишь поперечные формфакторы. Но анализ данных электронного рассеяния на ядрах ${}^4\text{He}$ и ${}^6\text{Li}$, выполненный в работе [29], показал, что зарядовые плотности однопионного обмена, взятые в нижайшем порядке с ненулевым вкладом [30], должны проявляться при значениях передаваемого импульса $q \approx 3 \text{ фм}^{-1}$.

В наших расчетах обменные мезонные токи учитывались феноменологическим путем. В продольный и поперечный формфакторы электронного рассеяния мы добавляли, соответственно, зарядовый $D_{зар}^{mes}(q)$ и токовые $D_{cur}^{mes}(q)$ мезонные плотности в параметризованном виде, умноженные на формфакторы пиона

$$F_{\pi}(q) = [1 - \frac{q^2}{\Lambda_{\pi}^2}]^{-1}, \quad \Lambda_{\pi} = 0.735 \text{ ГэВ.}$$

Параметры мезонных плотностей варьировались таким образом, чтобы получить хорошее описание экспериментальных продольных и поперечных формфакторов упругого рассеяния электронов. Результаты расчетов приведены на рис. 3. сплошными линиями. Соответствующие этим линиям мезонные плотности приведены на рис 7.

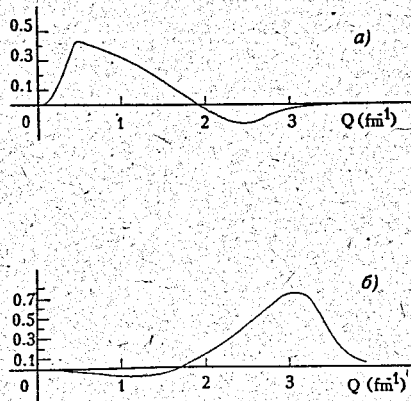


Рис. 7. Мезонные обменные плотности: а) - зарядовая - $D_{зар}^{mes}(q)$ и б) - токовая - $D_{cur}^{mes}(q)$.

Были получены следующие значения параметров для мезонных плотностей:

$$D_{зар}^{mes}(q) = \begin{cases} C_0 \sin(ky), & q \leq 0.425 \text{ фм}^{-1}, \\ a_0^L + a_1^L y + a_2^L y^2 + a_3^L y^3, & 0.425 \text{ фм}^{-1} \leq q \leq 2.4 \text{ фм}^{-1} \\ C_1 e^{-y}, & q > 2.4 \text{ фм}^{-1} \end{cases}$$

где

$$C_0 = 0.435, \quad k = 10.782; \quad C_1 = -11.152; \\ a_0^L = 0.466, \quad a_1^L = -0.212, \quad a_2^L = -0.004, \quad a_3^L = 0.005;$$

$$D_{cur}^{mes}(q) = \begin{cases} a_1^T y + a_2^T y^2 + a_3^T y^3, & q \leq 3.104 \text{ фм}^{-1} \\ C_T e^{-y}, & q > 3.104 \text{ фм}^{-1} \end{cases}$$

$$\text{здесь } a_1^T = -0.188, \quad a_2^T = 0.118, \quad a_3^T = -0.011; \\ C_T = 1239.656; \quad y = \left(\frac{bq}{2}\right)^2, \quad b = 1.822 \text{ фм}^{-1}.$$

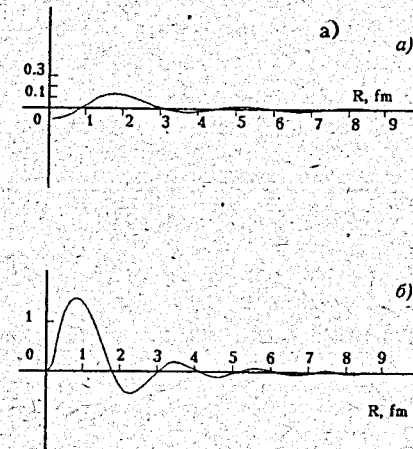


Рис. 8. Радиальные мезонные плотности: а) - зарядовая - $\rho_{зар}(r)$, б) - токовая - $\rho_{cur}(r)$.

На рис. 8 приведены радиальные мезонные плотности, которые представляют фурье-образы от $D_{zar}^{mes}(q)$ и $D_{cur}^{mes}(q)$:

$$\rho_{zar}(r) = \frac{2}{\pi} \int D_{zar}^{mes} j_0(qr) q^2 dq,$$

$$\rho_{cur}(r) = \frac{2}{\pi} \int D_{cur}^{mes} j_1(qr) q^2 dq.$$

Конечно, было бы интересно получить мезонные обменные плотности на основе микроскопических подходов [27] с волновыми функциями, вычисленными в потенциале Вудса - Саксона, и сравнить с полученными нами феноменологическими плотностями. Но это не простая задача и требует отдельного рассмотрения.

С волновыми функциями из табл. 3. были вычислены спектроскопические факторы (СФ) отделения нуклона от ядра ^{13}C . Это позволило получить значения соответствующих вершинных констант (ВК).

Значения ВК, СФ и АНК приведены в табл. 5. Для сравнения приведены значения ВК, полученные в других работах. Из табл. 5 следует, что значение ВК отделения нейтрона в $1p_{1/2}$ -состоянии от ядра ^{13}C очень близко к результатам других работ. А значения ВК отделения $1p_j$ -протона значительно превосходит значения, полученные в предыдущих работах. Что касается ВК отделения нуклонов в $2p_j$ -состояниях, то они незначительны, но не нулевые.

Таблица 5. Значения квадратов модулей ВК для виртуального распада $A \rightarrow B + p(n)$

Ядро А	Ядро В	$J_B^{\pi} T_B$	n_c	j	$S_{(l=1)j}$	$b_{(l=1)j}$	$ G_{(l=1)j}^{p(n)} ^2$		
							Наш расчет	[32]	[31]
^{13}C	^{12}C	$0^+ 0$	1	$\frac{1}{2}$	0.617	2.09674	0.44094	0.41	0.39 ± 0.2
				$\frac{3}{2}$	0.030	-0.27400	0.00037	-	
	^{12}B	$1^+ 1$	1	$\frac{3}{2}$	1.369	13.10038	38.18830	19.0	-
				$\frac{5}{2}$	0.004	-0.30088	0.00006	-	
			2	$\frac{1}{2}$	0.218	9.21732	3.01469	0.139	-
				$\frac{3}{2}$	0.009	-0.28099	0.00011	-	

В заключение отметим следующее:

необходимы дальнейшие исследования с включением всех возможных состояний конфигурации $(0s)^4(1p)^8(3p)^1$;

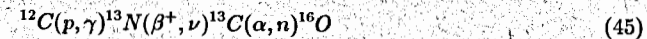
параметры потенциала Вудса - Саксона для вычисления радиальных волновых функций $1p$ - и $2p$ -оболочек следовало бы подбирать из подгонки к экспериментальным данным, а не брать фиксированными, как в представляемых вычислениях.

Это довольно трудоемкая задача и требует большого времени счета даже на современных суперЭВМ. Однако решение этой, в принципе технической, проблемы позволило бы поставить перед экспериментаторами задачу поиска $2p$ -состояния в ядрах ^{13}C и ^{13}N с помощью реакций выбивания (e, en), (e, ep), ($p, 2p$) и (p, pn).

4 Роль ядер ^{13}C и ^{13}N в астрофизических процессах

Обсудим применение исследуемых волновых функций в некоторых астрофизических процессах. Механизм ядерных реакций в звездах определяется поведением волновых функций взаимодействующих ядер на периферии. Этим и определяется сильная зависимость сечений реакций от асимптотического поведения волновых функций. Ядра ^{13}C и ^{13}N играют очень важную роль в различных астрофизических процессах, таких, как CNO -цикл, S -процессы и другие. Представляет интерес исследовать роль этих ядер в процессах звездного нуклеосинтеза для ветви красных гигантов с малым содержанием металлов [33].

Также было бы интересно исследовать цепочку ядерных превращений



с нашими волновыми функциями для ядер ^{13}C и ^{13}N .

Мы покажем, что использование новых волновых функций для этих ядер дает неожиданные результаты, которые могут повлиять на выбор механизма реакций в звездных условиях.

Для примера мы рассмотрим реакцию $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$, которая играет исключительную роль в звездах определенного класса [33]. Прежняя модель ядра ^{13}C дает нам средне-квадратичный радиус $R_{1p} \approx 3.382$ фм. Однако если мы используем модель с учетом $2p$ -оболочки, то с учетом асимптотического поведения мы получим, что $R_{2p} \approx 14.479$ фм. Ясно, что при звездных температурах взаимодействующие ядра не обладают энергией, достаточной для преодоления кулоновского барьера, поэтому звездные реакции проходят за счет подбарьерных эффектов. Тогда отношение проницаемостей в этих двух случаях равно по порядку величины:

$$\frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \exp\left(\frac{2}{\hbar} \int_{R_{1p}}^{R_{2p}} \sqrt{2m_{\alpha}(U - E)} dr\right), \quad (46)$$

здесь m_{α} - масса, $E \approx kT$ - кинетическая энергия α -частицы, $U = \frac{52}{3r}$ МэВ · фм. кулоновский барьер для ядра ^{13}C и α -частицы, T - звездная температура, k - бoльшмaновская константа (см. рис. 9)

Результаты вычислений $\frac{W_{2p}}{W_{1p}}$ для звездных температур $T = 10^8 K$ и $10^9 K$ представлены в таблице 6.

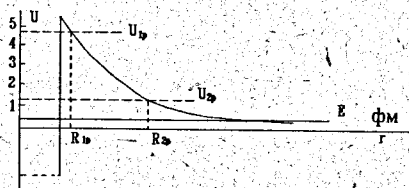


Рис. 9. Кулоновский барьер для ^{13}C и α частицы, U в МэВ

Таблица 6

$\frac{W_{2p}}{W_{1p}}$	T, K	U_{2p} , MeV	U_{1p} , MeV
$9.5 \cdot 10^5$	10^8	1.19	4.66
$7.2 \cdot 10^5$	10^9	1.19	4.66

На основе этого мы заключаем, что наряду с полюсным механизмом может реализоваться и треугольный механизм реакции $^{13}C(\alpha, n)^{16}O$ (см. рис. 10.). Наше предположение состоит в том, что реакции с участием ядер ^{13}C и ^{13}N могут идти через прямое взаимодействие с нуклоном в слабосвязанном состоянии (в данном случае с нуклоном в $2p$ -состоянии).

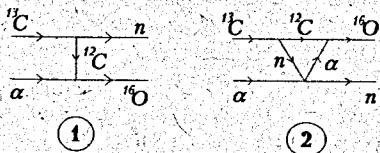


Рис. 10. Полюсный - 1, и треугольный - 2, механизмы реакции

Литература

- [1] Е.И. Исмагов, Г. Ким, Д.Э. Маннанов, А.В. Хугаев, М.Г. Каримов, "Структура основного состояния ядра с $A = 13$ с учетом $2p$ -оболочки", Украинский физический журнал, 1995 г., том 40, N4, стр. 279 - 285;
Ким Г., Хугаев А.В., // "Структура ядер с $A = 13$ в рамках трансляционно-инвариантной модели оболочек и формфакторы нуклонов.", Изв. РАН, сер. физ., т. 5, 1996, (в печати)
- [2] Мур В.Д., В.С. Попов, "Метод ВКБ для резонансов", // ЖЭТФ, том 104, 1993 г., выпуск (1)7, стр. 2293 - 2313;
- [3] Карнаков Б.М., Мур В.Д., Поздняков С.Г., Попов В.С., "Полюса и резонансы в низкоэнергетическом рассеянии заряженных частиц", // ЯФ, том 54, вып.2(8), 1991 г., стр. 400 - 403;
- [4] Sturm J.C.F. Memories presents des Savants Etrangers 1935, v.6, p.271; Liouville J., // J.Math., 1846, v.11., p.221;
- [5] Courant R., Hilbert D., "Methods of Mathematical Physics.", // N.Y.Internat.Science Publ., 1953;
- [6] Титчмарш Э.Г., "Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка", // пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит.-ры, 1960 г., ;
- [7] Е. Банг, Ф.А. Гареев, С.П. Иванова, "Метод разложения по функциям Штурма - Лиувилля в задачах ядерной физики", // ФЭЧАЯ, том 9, вып. 2, 1978, стр. 286 - 326;
- [8] Ф.А. Гареев, С.П. Иванова, Н.Ю. Ширикова, "Применение функций Штурма - Лиувилля для решения уравнения Шредингера с анизотропным потенциалом Саксона - Вудса", // ТМФ, том 8, N1, 1871 г., стр. 97 - 108;
- [9] S.C. Miller, R.H. Good, // Phys.Rev. v.91, 1953, p.91;
- [10] М.И. Петрашень, Уч.Зап. ЛГУ, сер.физ.наук, т.7, 1949, стр. 59;
- [11] Б.Н. Калинин, Я. Грабовский, Ф.А. Гареев, "Об уровнях среднего поля", // Acta Phys.Polonica, XXX, 1966, стр. 999;
- [12] Н.Ю. Ширикова, "Вычисление уровней энергии и волновых функций сферических ядер", // Препринт ОИЯИ, P5 - 3712, Дубна, 1966 ;
- [13] Г. Корн, Т. Корн, "Справочник по математике, для научных работников и инженеров", Изд-во "Наука", Москва, 1973 г., 832 стр. ;

- [14] Л.В. Канторович, В.И. Крылов, "Приближенные методы высшего анализа", // Гостехиздат, 1952 ;
- [15] С.Г. Михлин, "Вариационные методы в математической физике", // Гостехиздат, 1957;
- [16] Н.Н. Калиткин, "Численные методы", // Изд - во "Наука", Москва, 1978;
- [17] Бекбаев С.М., Ким Г., Мухамеджанов А.М., Тимофеев Н.К., "Вершинные константы из анализа форм - факторов упругого рассеяния электронов", // ЯФ, 1991 г., т.54, вып.2(8), стр. 387 - 399;
- [18] С.М. Бекбаев, Г. Ким, А.В. Хугаев, "Реакция ($^3\text{He}, \alpha$) на ядрах $1p$ - оболочки и принцип Паули", Украинский физический журнал, том 39, 1994 г., N3 - 4, стр. 288 - 290;
- [19] Буров В.В., Лукьянов В.К., "Упругое рассеяние электронов и ядерные вершинные константы", // Дубна, 1977, Препринт ОИЯИ - Р4 - 11098, 20 стр;
- [20] Блохинцев Л.Д., Борбей Н., Долянский Э.И., "Ядерные вершинные константы", // ЭЧАЯ, том 8, вып.6, 1977, стр. 1189 - 1245;
- [21] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, "Квантовая механика. Нерелятивистская теория", // Изд - во "Наука", Москва, 1974, 752 стр.;
- [22] Кадменский С.Г., Фурман В.И., "Альфа распад и родственные ядерные реакции", // М. "Энергоатомиздат, 1985 г.;
- [23] Ю.Л. Ратис, Ф.А. Гареев, "Асимптотические оценки ширины распада квазистационарных состояний", // Препринт ОИЯИ, Р4 - 95 - 15, Дубна, 1995, 14 стр.;
- [24] А.Г. Ситенко, "Теория рассеяния", Изд - во "Вища школа", 1975 г., 256 стр.;
- [25] А.И. Баэз, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов, "Рассеянии, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике", // Изд - во "Наука", Москва, 1966 г., 340 стр.;
- [26] В.М. Колыбасов, И.С. Шапиро, "Особенности рождения широких резонансов в ядерных реакциях", // тезисы докладов Международного Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, 1995 г., стр. 300;
- [27] Т. Эриксон, В. Вайзе, "Пионы и ядра", // г. Москва, изд - во "Наука", 1991 г., 512 стр. ;
- [28] J.G.L. Booten, A.G.M. van Hees, P.W.M. Glaudemans and P.J. Brussaard, "Large - Basis Space and Mesonic effects on the ^7Li form factors", Preprint of the Robert J. van De Graaff Laboratorium, Utrecht, The Netherlands, May 1992, p.1-40;

- [29] M.A.K. Lodhi and R.B. Hamilton, Phys.Rev.Lett., v.54, 1985, p.646;
- [30] W.M. Kloet and J.A. Tjon, // Phys. Lett., B49, 1974, p.419.
- [31] Ни Г.К., // Дис. ... канд. физ.-мат. наук, Ташкент: ИЯФ АН УэССР, 1989;
- [32] Тимофеев Н.К., // Дис. ... канд. физ.-мат. наук, Ташкент: ИЯФ АН УэССР, 1990;
- [33] Hollowell D., Iben I., "Algorithms for neutrons density and S - process nucleosynthesis in a low - mass asymptotic giant branch star", // Astrophys.J., 340, N2., 1989, p.966 - 984;

Рукопись поступила в издательский отдел
20 октября 1995 года.