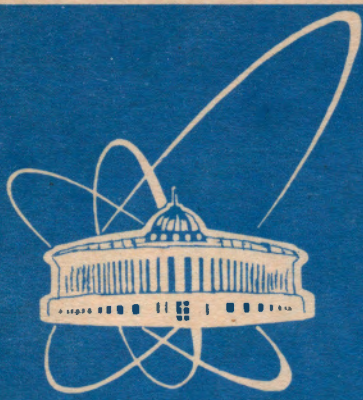


95-116



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4-95-116

В.К.Хеннер, Т.С.Белозерова¹

СПЕКТР ВОЗБУЖДЕНИЙ ρ -МЕЗОНА
И СОХРАНЕНИЕ УНИТАРНОСТИ
ПРИ ПЕРЕКРЫВАНИИ НЕУПРУГИХ
РЕЗОНАНСОВ

¹ Пермский государственный университет

1995

1 Введение

Эта работа преследует две цели. Мы попытались, во-первых, исследовать очень сложную ситуацию с ρ -мезонными возбужденными состояниями и, во-вторых, привести актуальный пример анализа перекрывающихся неупругих резонансов, который бы не нарушал фундаментальный принцип унитарности.

Понимание и интерпретация экспериментального спектра резонансов легких мезонов является необходимым условием для поисков мезонов, не являющихся возбуждениями системы $q\bar{q}$, но имеющих такие же квантовые числа, что и $q\bar{q}$ -состояния. Кроме того, изучение спектра "обычных", $q\bar{q}$ радиальных и орбитальных возбуждений легких мезонов, состоящих из u, d и s -кварков, определение их масс, ширин и мод распадов само по себе является важной задачей.

Выделенная роль в физике частиц векторных мезонов с $J^{PC} = 1^{--}$ ($I^G = 0^-, 1^+$ - изоскалярных и изовекторных) делает задачу изучения спектра их возбуждений особенно важной. Давно известно, что простейшая модель векторной доминантности (ВДМ) плохо описывает данные выше 1 ГэВ по e^+e^- -аннигиляции, $\pi\pi$ -рассеянию и фоторождению. Например, полные сечения e^+e^- -аннигиляции в два или четыре пиона существенно выше, получающихся в ВДМ, и в этих сечениях, а также в упругой амплитуде p -волны $\pi\pi$ -рассеяния наблюдаются нерегулярности в области энергий от 1.2 до 2.0 ГэВ.

Существование $\rho'(1600)$ было твердо установлено много лет назад, но в течение долгого времени оставалась неопределенность в значениях его параметров. Позже были приведены аргументы, что энергетическая область около 1600 МэВ может содержать два изовекторных $J^{PC} = 1^{--}$ резонанса (см., например, [1]). Современные данные [2] подтверждают этот результат.

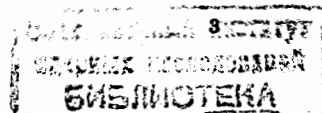
Большой прогресс был достигнут в работах Доннаки и Мирзай [3] и Доннаки и Клегга [4,5], где было показано, что существование двух резонансов с массами 1.46 и 1.70 ГэВ и ширинами соответственно 0.235 и 0.220 ГэВ (значения ширин, приводимые этими авторами в последних работах равны 0.31 и 0.40 ГэВ) позволяет получить хорошо описание экспериментальных данных по e^+e^- -аннигиляции и по фоторождению с 2π и 4π конечными состояниями. Отметим также работы Эркала и Олссона [6], которые обнаружили, что структура электромагнитных формфакторов $F_{2\pi}$ и $F_{4\pi}$ наводит на мысль о существовании двух векторных резонансов в области энергии 1.6 ГэВ.

В работах Герасимова и Говоркова [7] и Говоркова [8,9] спектр радиальных возбуждений легких мезонов вычислялся на основе релятивизованной потенциальной кварковой модели и было предсказано семейство четырех ρ' состояний с массами от 1.4 до 2.2 ГэВ. Схожий спектр был получен при фитировании процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\omega$, в котором были обнаружены широкие (ширины порядка 0.3 ГэВ) резонансы с массами 1.45, 1.86 и 1.99 ГэВ [9]. Заключение, что существует по меньшей мере два возбужденных ρ' состояния было поддержано Дубничкой [10] при исследовании нуклонных формфакторов в рамках модифицированной ВДМ и Дубничкой, Фурдиком и Мещеряковым [11] при исследовании пионного формфактора. Отметим, что два ρ' -мезона были получены с помощью правил сумм КХД [20], причем найденные значения параметров ρ' близки к значениям работы [3]. Таким образом, старое $\rho'(1600)$ -возбуждение расщепляется по меньшей мере на два новых и, можно сказать, общепринятая точка зрения состоит в том, что есть два изовекторных $J^{PC} = 1^{--}$ широких состояния с массами примерно 1.42-1.50 и 1.68-1.74 ГэВ. Их существование можно считать достаточно твердо установленным и они занесены в таблицы Particle Data Group [21]. То же самое можно сказать и об изоскалярных ω' -мезонах $\omega'(1440)$ и $\omega'(1600)$.

Долгую и сложную историю имеет и другое возможное ρ -возбуждение с массой в области 1.1 - 1.3 ГэВ. Первые заключения о его существовании [13] основывались на существенном превышении сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ предсказаний ВДМ. Кроме того, это возбуждение было замечено в реакции $\gamma p \rightarrow p e^+e^-$ [14]. Наконец, анализ пионных и $\pi^0\omega$ электромагнитных формфакторов [15,16] в энергетической области до 1.4 ГэВ также приводил к необходимости учета состояния 1.25 ГэВ. Однако одновременно существовали и описания всех этих экспериментальных данных без $\rho'(1250)$ -мезона.

Недавно группа LASS в SLAC провела амплитудный анализ [17,18] $\pi^+\pi^-$ -системы в процессе $K^-p \rightarrow \pi^+\pi^-A$. Этот анализ показывает значительный вклад p -волны, который был хорошо описан БВ резонансом с массой порядка 1.266 ± 0.014 ГэВ. В контексте $q\bar{q}$ -модели это состояние наиболее естественно интерпретируется как первое радиальное возбуждение ρ -мезона.

После опубликования этих результатов Доннаки и Клегг [19] вновь проанализировали данные по $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, включив состояние LASS группы в дополнение к двум состояниям, установленным более ранними исследованиями [3-5]. Этот повторный анализ привел к слишком малой парциальной ширине возможного $\rho'(1266)$ для



e^+e^- канала, чтобы интерпретировать его как радиальное возбуждение ρ -мезона. В связи с этим встает вопрос является ли $\rho'(1266)$ $q\bar{q}$ -состоянием.

Отметим, что все эти исследования проведены с использованием аппроксимации Брейта-Вигнера (БВ), т.е. амплитуды записываются как суммы БВ слагаемых, соответствующих каждому резонансу.

Очевидно, что интерференция между обсуждаемыми широкими резонансами является центральной проблемой анализа и интерпретации. Для учета этой интерференции, обычно вводят фазовые множители для БВ членов, которые либо полагаются равными плюс или минус единице [3-5, 8,9], либо рассматриваются как свободные параметры [17,18]. Выбор этих фазовых множителей достаточно произволен и, например, как отмечается в [23], "загадочно и не имеет рационального объяснения", что при описании процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ следует применять правило знаков ++ для ρ и ρ'_1 состояний, тогда как для всех других процессов, вовлеченных в анализ, надо использовать фазовые множители +-. Но очень важно, что все такие подходы (как с фазовыми множителями, так и без них) в случае широких перекрывающихся резонансов нарушают унитарность матрицы рассеяния, которая является изначальным мотивом при использовании любых формул БВ-типа.

Существуют известные методы описания резонансов, опирающиеся на условие унитарности. Это, например, N/D -метод, который основывается на аналитических свойствах амплитуд рассеяния, или K -матричный метод. В этих методах не возникают дополнительные сложности при описании близко расположенных перекрывающихся резонансов т.к. при этом унитарность сохраняется по построению. Важное замечание, касающееся K -матричного метода, состоит в том, что используемые в нем параметры не являются массами и парциальными ширинами резонансов [25]. Роль формул типа БВ остается выделенной, т.к. параметры резонансов, найденные именно в результате фитирования с использованием формул типа БВ, фигурируют в таблицах резонансов Particle Data Group. Таким образом, возникает проблема построения унитарной БВ-типа S -матрицы рассеяния для перекрывающихся резонансов.

Метод построения унитарной многоканальной и многорезонансной S -матрицы требуемого вида для общего случая M открытых каналов и N резонансов предложен и детально описан в работе [26]. В принятой в данной работе нормировке матрица рассеяния $S(E) = I - F$, где матрица парциальных амплитуд рассеяния F задается

выражением

$$f_{ij} = \sum_{R=1}^N \frac{m_R \Gamma_R A_{Ri} A_{Rj}}{s - m_R^2 + im_R \Gamma_R} = \sum_{R=1}^N e^{i(\varphi_{Ri} + \varphi_{Rj})} \frac{m_R \Gamma_R |A_{Ri}| |A_{Rj}|}{s - m_R^2 + im_R \Gamma_R}. \quad (1)$$

Способ построения комплексных векторов парциальных ширин резонансов \vec{A}_R , обеспечивающий унитарность матрицы рассеяния S , приведен в работе [26]. В данной работе мы используем этот метод для анализа p -волны $\pi\pi$ -рассеяния и реакций электрон-позитронной аннигиляции $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ с целью изучения семейства ρ' -мезонов, которые были обнаружены в этих процессах.

2 Анализ экспериментальных данных

Сводка результатов для параметров ρ' -мезонов, "устоявшихся" за последние годы, приведена в табл.1. Как из нее видно, экспериментальные данные для e^+e^- аннигиляции, позволяющие обсуждать [23] существование семейства векторных ρ' -мезонов, состоят из набора полных сечений $e^+e^- \rightarrow 2\pi$, $2\pi^+2\pi^-$, $\pi^+\pi^-2\pi^0$, $\omega\pi^0$ и $\eta\pi^+\pi^-$. Многоканальное условие унитарности подключает к этому набору p -волну $\pi\pi$ -рассеяния. Другие каналы распадов ρ' -мезонов, кроме перечисленных в табл.1, практически отсутствуют, что означает малость брэнчингов распадов ρ' -состояний в эти каналы. Таким образом, ограничение этими каналами в нашей работе является хорошим приближением и в его рамках мы проводим корректный анализ, при котором сохраняется унитарность S -матрицы.

Таблица 1. Параметры ρ'_1 и ρ'_2 -состояний из работы [23]

| | | ρ'_1 | ρ'_2 |
|---|-----|-------------------|-----------------|
| $m_{\rho'}$ | ГэВ | 1.463 ± 0.025 | 1.73 ± 0.03 |
| $\Gamma_{\rho'}$ | ГэВ | 0.311 ± 0.062 | 0.4 ± 0.10 |
| $\Gamma_{\rho' \rightarrow e^+e^-}$ | кэВ | 1.6 - 3.4 | 0.69 ± 0.15 |
| $\Gamma_{\rho' \rightarrow \pi\pi}$ | МэВ | $\sim 17 - 25$ | ~ 100 |
| $\Gamma_{\rho' \rightarrow 4\pi}$ | МэВ | $\sim 190 - 230$ | ~ 300 |
| $\Gamma_{\rho' \rightarrow \omega\pi^0}$ | МэВ | $\sim 52 - 78$ | ~ 0 |
| $\Gamma_{\rho' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-}$ | МэВ | $\sim 4 - 19$ | < 30 |

Охарактеризуем кратко используемые экспериментальные данные.

Амплитуда рассеяния p -волны $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ в области энергий примерно до 1 ГэВ в системе центра инерции практически полностью определяется ρ -мезоном с массой $m_\rho = 770$ МэВ и шириной $\Gamma_\rho = 150$ МэВ, причем простейшая аппроксимация амплитуды Брейт-Вигнеровским выражением

$$f_{\pi\pi} = \frac{m_\rho \Gamma_\rho}{s - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho}$$

дает хорошее согласие с экспериментальными данными.

В районе $E = 1.2$ ГэВ нет никакой видимой структуры ни в фазе $(\delta_{\pi\pi})_{J=1}^{I=1}$ и неупругости $(\eta_{\pi\pi})_{J=1}^{I=1}$, ни в сечении $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, т.е. и в формфакторе пиона F_π . Это служит одним из основных аргументов в пользу сомнительности существования $\rho'(1250)$ -мезона.

В области $E = 1.6$ ГэВ существует явная структура в фазе и неупругости $\pi\pi$ -рассеяния. Отметим, что чрезвычайно малые значения для экспериментальных ошибок, приводимые в работах [30], сильно занижены по мнению многих авторов, занимающихся обработкой эксперимента [24].

Обратимся к данным по e^+e^- -аннигиляциям. В модели векторной доминантности они описываются прямым взаимодействием промежуточного γ кванта с векторными мезонами с константами $V-\gamma$ связи F_V^{-1} ($V = \rho, \omega, \phi, \psi$) и дальнейшим распадом векторных мезонов в конечное состояние f . Эти процессы описываются диаграммой, изображенной на рис.1.

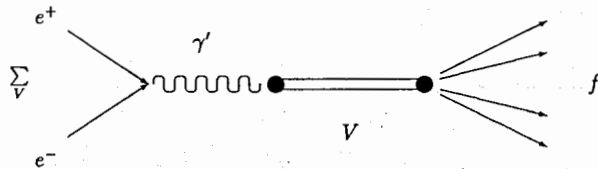


Рис.1 e^+e^- -аннигиляция в модели векторной доминантности.

Полное сечение в случае только одного изолированного промежуточного V резонанса, удаленного от порога реакции, задается выражением

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow f} = 4\pi\alpha \left(\frac{e}{f_V}\right)^2 \frac{m_V^2}{s} \cdot \frac{m_V \Gamma_V B_f^V}{(s - m_V^2)^2 + (m_V \Gamma_V)^2}, \quad (2)$$

где s - квадрат энергии в с.и., α - постоянная тонкой структуры, m_V - масса векторного мезона, Γ_V - его полная ширина, $B_f^V = \Gamma_f^V/\Gamma_V$ - бранчинг распада в конечное состояние, Γ_f^V - соответствующая парциальная ширина.

Предыдущую формулу можно переписать в виде

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow f} = \frac{12\pi}{s} \cdot \frac{m_V^2 \Gamma_V^2 B_f^V B_f^V}{(s - m_V^2)^2 + (m_V \Gamma_V)^2}, \quad (3)$$

где $B_f^V = \Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}/\Gamma_V$. Сечение в пике (при $[m] = \text{ГэВ}$) имеет значение:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow f} = \frac{12\pi}{m_V^2} B_f^V B_f^V \cdot 3.89 \cdot 10^5 \text{ нб.}$$

Например, для $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi}$ при $B_1^\rho = 6.5 \text{ кэВ}/150 \text{ МэВ} \approx 4.33 \cdot 10^{-5}$, $B_{2\pi}^\rho \approx 0.99$ получаем в ρ -мезонном пике $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi} \approx 1100 \text{ нб}$, что с учетом поправок, связанных с $\rho-\omega$ -смешиванием, близко к экспериментальному значению.

При не слишком большом удалении от порога необходимо учитывать кинематический фактор $\beta^3 = \left(\sqrt{(s - s_0)/s}\right)^3$, обеспечивающий правильное пороговое поведение для p -волны на пороге s_0 . Для двухпионного конечного состояния $s_0 = 4m_\pi^2$, для других конечных состояний $4\pi, \omega\pi^0, \eta\pi^+\pi^-$ мы берем $s_0 \approx 1$ ГэВ - порог экспериментально наблюдаемого отклонения неупругости $\pi\pi$ -рассеяния от 1. Такой выбор кинематического фактора часто используется при описании процессов $e^+e^- \rightarrow f$ (см. например, [22]). Заметим, что сечения слабо зависят от выбора s_0 в довольно широком интервале 1.00 ± 0.2 ГэВ. Иногда (см. напр. [12]), вместо β^3 используют фактор $p^3 m_V / p_f^3 m$, где p - импульс конечной частицы в с.и. Результаты для сечений и фита в обоих случаях практически совпадают.

При описании $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0}$ весьма существенным является вклад ρ -мезонного "хвоста". Мы учитывали его следуя работе [12], где рассматриваются поправки на конечный радиус взаимодействия с использованием формулы Блатт-Вейскопфа (наш фит соответствует значению параметра работы [12] $R = 0.6$). Константа связи $g_{\rho\omega\pi}$ находится из известной ширины $\Gamma(\omega \rightarrow \rho\pi \rightarrow 3\pi) \approx 8.9 \text{ МэВ}$ (тот же результат получается при использовании $SU(6)$ -соотношения $g_{\rho\omega\pi} = 2g_{\rho\pi\pi}/m_\rho$). Влияние ρ -мезонного "хвоста" достаточно существенно также в канале $\eta\pi^+\pi^-$ и мало для каналов 4π .

Существуют обширные и достаточно точные данные по $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}$. Видна ясная структура в районе 1.6 ГэВ. В области 1.2 ГэВ резонансного пика нет, но наблюдается снижение скорости убывания сечения.

Экспериментальные данные для $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^0\omega$ имеют широкий (шириной примерно 400 МэВ) размытый пик, начинающийся примерно в районе 1300 МэВ.

Амплитуда p -волны $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и сечения аннигиляции определяются выражениями:

$$f_{22} = \frac{\eta e^{2i\delta} - 1}{2i}, \quad (4)$$

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow f} = \frac{12\pi}{s} \beta^3 |f_{1j}|^2, \quad (5)$$

где в амплитуде f_{1j} индекс 1 отвечает начальному состоянию e^+e^- (или промежуточному γ -кванту), а индекс $j = 2, 3, 4, 5, 6$ отвечает, соответственно, конечным состояниям $\pi^+\pi^-$, $\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$, $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, $\pi^0\omega$ и $\eta\pi^+\pi^-$.

Результаты наших фитов представлены на рис.2 - рис.15 и в табл.2 - табл.12.

На рис.2 и рис.3 приведена фаза p -волны $\pi\pi$ -рассеяния для случаев двух и трех ρ' -мезонов, на рис.4 и рис.5 - соответствующая неупругость. На рис.6 - рис.15 даны, соответственно, сечения процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, $e^+e^- \rightarrow \pi^0\omega$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ для случаев двух и трех ρ' -мезонов.

Полученные в результате фитирования массы и ширины резонансов для двух и трех ρ' -мезонов приведены в табл.2 и табл.7, соответствующие им комплексные векторы парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'}$ - в табл.3, табл.4 и табл.8 - табл.10.

В табл.5 и табл.11 представлены величины, которые можно интерпретировать как брэнчинги для комплексных векторов парциальных ширин \vec{A}_{R_i} :

$$B_{R_i} = \frac{A_{R_i} A_{R_i}^*}{|\vec{A}_R|^2} \cdot 100 (\%) = \frac{|A_{R_i}|^2}{\sum_{i=1}^M |A_{R_i}|^2} \cdot 100 (\%). \quad (6)$$

В случае, когда резонансы хорошо разнесены, векторы парциальных ширин становятся действительными, и равенство (6) превращается в хорошо известную формулу $B_{R_i} = \Gamma_{R_i} / \Gamma_R$. Поэтому можно использовать величины $B_{R_i} \cdot \Gamma_R$ как аналоги значений обычных парциальных ширин Γ_{R_i} . Например, в случае трех ρ' -мезонов $\Gamma_{\rho'_1 \rightarrow e^+e^-} = 10^{-5} \cdot 349.7 \text{ МэВ} \approx 3.5 \text{ кэВ}$.

Мы обсуждали в предыдущей работе [25], что использование обычных БВ-формулы для перекрывающихся резонансов может приводить к очень значительному нарушению условия унитарности. Как пример, важный для данного исследования, мы провели фитирование набора экспериментальных данных, перечисленного выше, но без

Таблица 2. Параметры ρ' -возбуждений для системы двух ρ' -мезонов (массы и ширины приведены в ГэВ)

| Мезон | Масса | Ширина |
|-----------|-------|--------|
| ρ'_1 | 1.45 | 0.348 |
| ρ'_2 | 1.64 | 0.345 |

Таблица 3. Вектор парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'_1}$ ($m_{\rho'_1} = 1.45$, $\Gamma_{\rho'_1} = 0.348$)

| Канал | Состояние | $\text{Re}A_{\rho'_1}$ | $\text{Im}A_{\rho'_1}$ | $ A_{\rho'_1} $ | $\varphi_{\rho'_1}$ (град) |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------|----------------------------|
| 1 | e^+e^- | 0.00487761 | 0.00036188 | 0.00489102 | 4.243 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | -0.17159264 | 0.04213643 | 0.17669045 | -13.797 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 0.71006947 | 0.00533726 | 0.71008953 | 0.431 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 0.51762438 | 0.07105991 | 0.52247919 | 7.817 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 0.35835534 | -0.03198252 | 0.35977970 | -5.100 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 0.27872082 | -0.05022106 | 0.28320920 | -10.214 |

Таблица 4. Вектор парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'_2}$ ($m_{\rho'_2} = 1.64$, $\Gamma_{\rho'_2} = 0.345$)

| Канал | Состояние | $\text{Re}A_{\rho'_2}$ | $\text{Im}A_{\rho'_2}$ | $ A_{\rho'_2} $ | $\varphi_{\rho'_2}$ (град) |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------|----------------------------|
| 1 | e^+e^- | -0.00282017 | 0.00055930 | 0.00287509 | -11.4218 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | -0.31305001 | 0.00366485 | 0.31307146 | -0.671 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | -0.05266828 | 0.06160445 | 0.08104971 | -49.472 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | -0.73250219 | 0.04500779 | 0.73388361 | -3.516 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 0.32901945 | 0.03062795 | 0.33044193 | 5.318 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 0.51703057 | 0.02366543 | 0.51757189 | 2.621 |

Таблица 5. Брэнчинги распада для системы двух ρ' -мезонов

| Канал | Состояние | ρ'_1 | ρ'_2 |
|-------|------------------------|-----------|-----------|
| 1 | e^+e^- | 0.00235 | 0.00081 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | 3.066 | 9.607 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 49.526 | 0.644 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 26.813 | 52.790 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 12.714 | 10.702 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 7.878 | 26.256 |

Таблица 6. Коэффициенты БВ членов для системы двух ρ' -мезонов

$$f_{ij} = \sum_{R=1}^3 e^{i\psi_{ij}^{(R)}} \frac{m_R \Gamma_R C_{ij}^{(R)}}{s - m_R^2 + im_R \Gamma_R}$$

где

$$C_{ij}^{(R)} = |A_{Ri}| |A_{Rj}|, \quad \psi_{ij}^{(R)} = \varphi_{Ri} + \varphi_{Rj}.$$

| Каналы | | ρ'_1 | | ρ'_2 | |
|--------|---|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| ij | Состояние | $C_{ij}^{(\rho'_1)} \cdot 10^2$ | $\psi_{ij}^{(\rho'_1)}$ (град) | $C_{ij}^{(\rho'_2)} \cdot 10^2$ | $\psi_{ij}^{(\rho'_2)}$ (град) |
| 2,2 | $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ | 3.1220 | -27.594 | 9.8014 | -1.341 |
| 1,2 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ | 0.0864 | -9.554 | 0.0900 | -11.888 |
| 1,3 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 0.3473 | 4.674 | 0.0233 | -6.069 |
| 1,4 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 0.2555 | 12.060 | 0.2110 | -14.734 |
| 1,5 | $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ | 0.1760 | -0.857 | 0.0950 | -5.899 |
| 1,6 | $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ | 0.1385 | -5.971 | 0.1488 | -8.597 |

Таблица 7. Параметры ρ' -возбуждений для системы трех ρ' -мезонов (массы и ширины приведены в ГэВ)

| Мезон | Масса | Ширина |
|-----------|-------|--------|
| ρ'_1 | 1.438 | 0.3497 |
| ρ'_2 | 1.657 | 0.3456 |
| ρ'_3 | 1.238 | 0.3472 |

Таблица 8. Вектор парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'_1}$ ($m_{\rho'_1} = 1.438$, $\Gamma_{\rho'_1} = 0.3497$)

| Канал | Состояние | $\text{Re}A_{\rho'_1 i}$ | $\text{Im}A_{\rho'_1 i}$ | $ A_{\rho'_1 i} $ | $\varphi_{\rho'_1 i}$ (град) |
|-------|------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|------------------------------|
| 1 | e^+e^- | 0.00438743 | -0.00067316 | 0.00443877 | -8.723 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | -0.25776594 | 0.03940355 | 0.26076028 | -8.691 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 0.74270569 | -0.26961922 | 0.79013054 | -19.952 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 0.39885747 | 0.22828661 | 0.45956726 | 29.785 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 0.48860041 | -0.08469300 | 0.49588634 | -9.834 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 0.38888604 | -0.07783868 | 0.39659956 | -11.319 |

Таблица 9. Вектор парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'_2}$ ($m_{\rho'_2} = 1.657$, $\Gamma_{\rho'_2} = 0.3456$)

| Канал | Состояние | $\text{Re}A_{\rho'_2 i}$ | $\text{Im}A_{\rho'_2 i}$ | $ A_{\rho'_2 i} $ | $\varphi_{\rho'_2 i}$ (град) |
|-------|------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|------------------------------|
| 1 | e^+e^- | -0.00282191 | 0.00011306 | 0.00282418 | -2.294 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | -0.32399685 | 0.00978897 | 0.32414470 | -1.731 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | -0.27012186 | -0.03670557 | 0.27260432 | 7.738 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | -0.67973314 | 0.06640994 | 0.68296957 | -5.580 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 0.37376349 | 0.00480183 | 0.37379433 | 0.736 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 0.49523662 | 0.00290278 | 0.49524513 | 0.336 |

Таблица 10. Вектор парциальных ширин $\vec{A}_{\rho'_3}$ ($m_{\rho'_3} = 1.238$, $\Gamma_{\rho'_3} = 0.3472$)

| Канал | Состояние | $\text{Re}A_{\rho'_3 i}$ | $\text{Im}A_{\rho'_3 i}$ | $ A_{\rho'_3 i} $ | $\varphi_{\rho'_3 i}$ (град) |
|-------|------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|------------------------------|
| 1 | e^+e^- | 0.00291205 | 0.00144763 | 0.00325203 | 26.432 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | -0.01010468 | -0.12679380 | 0.12719580 | 85.444 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 0.85752205 | 0.25747765 | 0.89534284 | 16.713 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | -0.58290963 | 0.08061068 | 0.58845706 | -7.874 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 0.19413656 | 0.22881211 | 0.30007330 | 49.687 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 0.15212283 | 0.20316259 | 0.25380385 | 53.175 |

Таблица 11. Брэнчинги распада для системы трех ρ' -мезонов

| Канал | Состояние | ρ'_1 | ρ'_2 | ρ'_3 |
|-------|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | e^+e^- | 0.001 | 0.00077 | 0.0008 |
| 2 | $\pi^+\pi^-$ | 5.204 | 10.193 | 1.227 |
| 3 | $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 47.777 | 7.209 | 60.796 |
| 4 | $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 16.163 | 45.250 | 26.262 |
| 5 | $\omega\pi^0$ | 18.818 | 13.554 | 6.829 |
| 6 | $\eta\pi^+\pi^-$ | 12.037 | 23.793 | 4.885 |

Таблица 12. Коэффициенты БВ членов для системы трех ρ' -мезонов

$$f_{ij} = \sum_{R=1}^3 e^{i\psi_{ij}^{(R)}} \frac{m_R \Gamma_R C_{ij}^{(R)}}{s - m_R^2 + im_R \Gamma_R},$$

где

$$C_{ij}^{(R)} = |A_{Ri}| |A_{Rj}|, \quad \psi_{ij}^{(R)} = \varphi_{Ri} + \varphi_{Rj} \text{ (град.)}$$

| Каналы | | ρ'_1 | | ρ'_2 | | ρ'_3 | |
|--------|---|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| ij | Состояние | $C_{ij}^{(\rho'_1)} \cdot 10^2$ | $\psi_{ij}^{(\rho'_1)}$ | $C_{ij}^{(\rho'_2)} \cdot 10^2$ | $\psi_{ij}^{(\rho'_2)}$ | $C_{ij}^{(\rho'_3)} \cdot 10^2$ | $\psi_{ij}^{(\rho'_3)}$ |
| 2,2 | $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ | 6.780 | -17.38 | 10.507 | -3.46 | 1.618 | 170.88 |
| 1,2 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ | 0.116 | -17.41 | 0.092 | -4.03 | 0.041 | 111.87 |
| 1,3 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ | 0.351 | -28.68 | 0.077 | 5.44 | 0.291 | 43.15 |
| 1,4 | $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ | 0.204 | 21.06 | 0.193 | -7.87 | 0.191 | 18.56 |
| 1,5 | $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ | 0.220 | -18.56 | 0.106 | -1.56 | 0.098 | 76.12 |
| 1,6 | $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ | 0.176 | -20.04 | 0.140 | -1.96 | 0.083 | 79.61 |

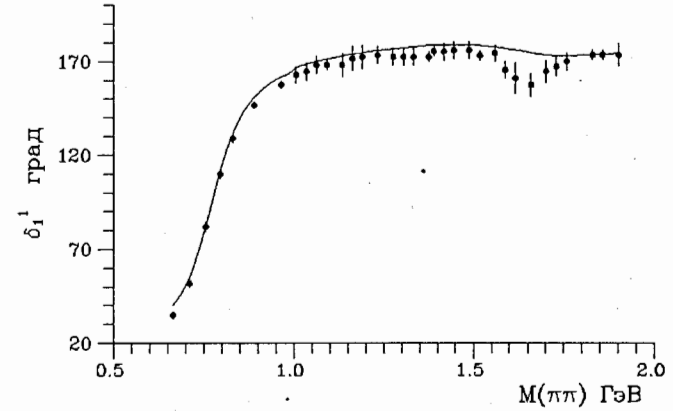


Рис.2 Фаза p -волны $\pi\pi$ рассеяния для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [30].

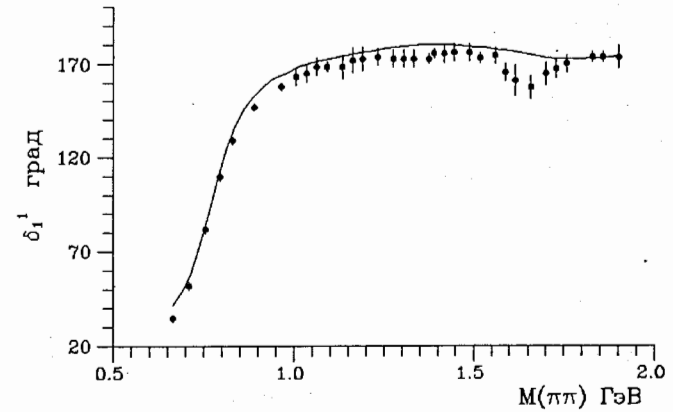


Рис.3 Фаза p -волны $\pi\pi$ рассеяния для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [30].

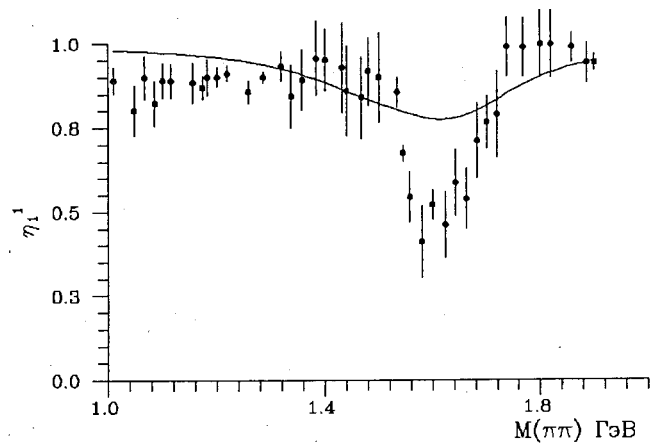


Рис.4 Неупругость p -волны $\pi\pi$ рассеяния для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [30].

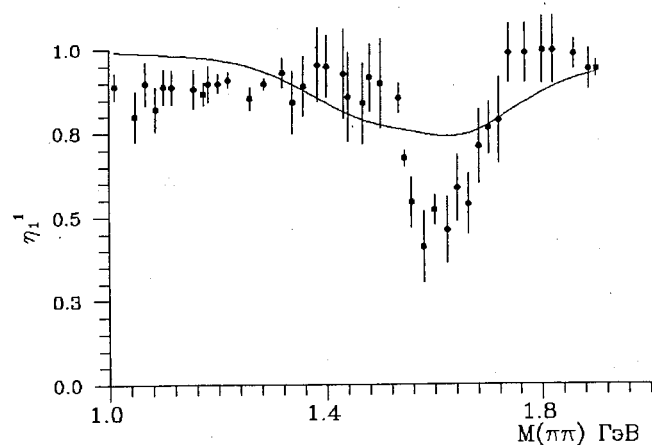


Рис.5 Неупругость p -волны $\pi\pi$ рассеяния для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [30].

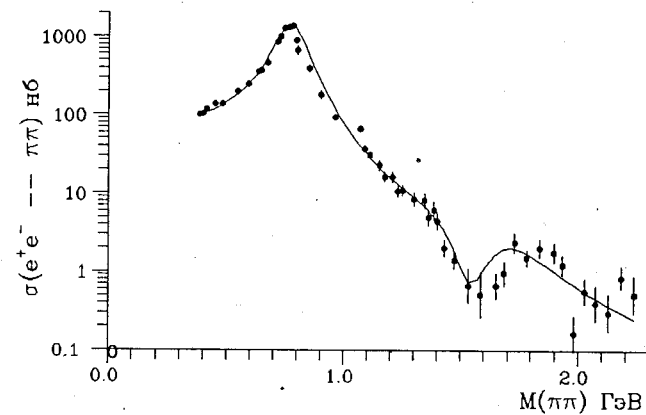


Рис.6 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi\pi$ для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [27-29].

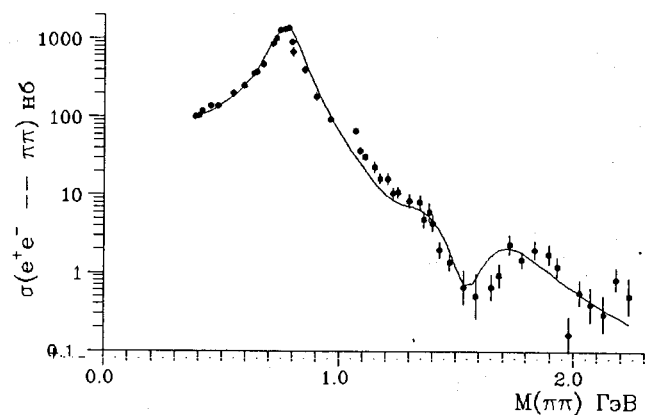


Рис.7 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi\pi$ для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [27-29].

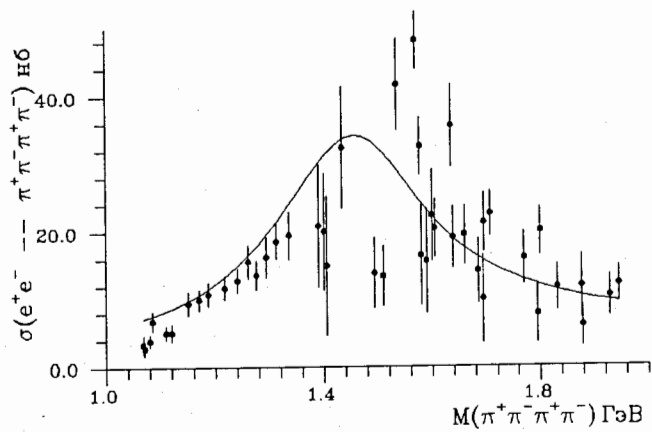


Рис.8 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [22].

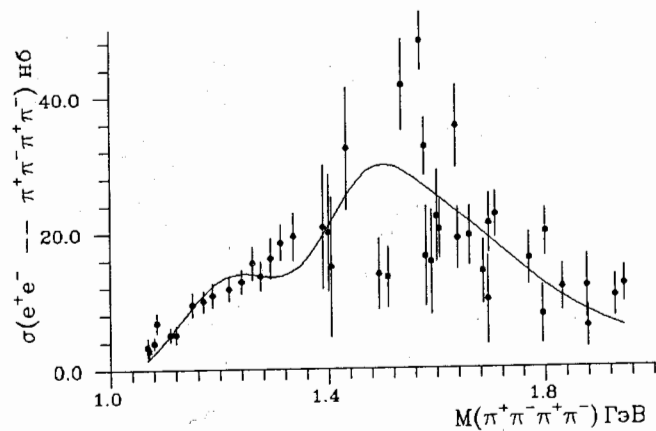


Рис.9 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работы [22].

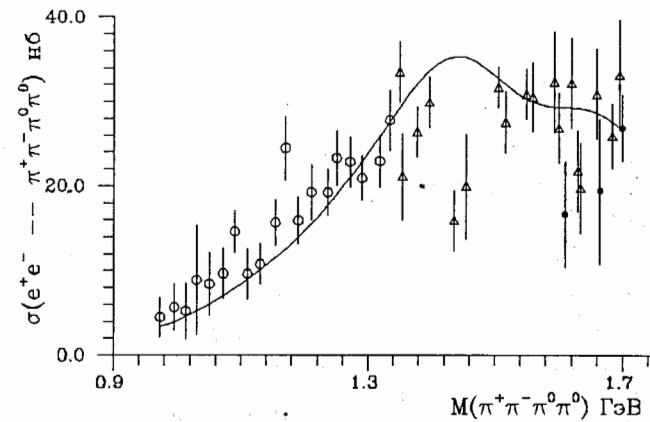


Рис.10 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [1] - Δ , [32] - \circ , [33] - \bullet .

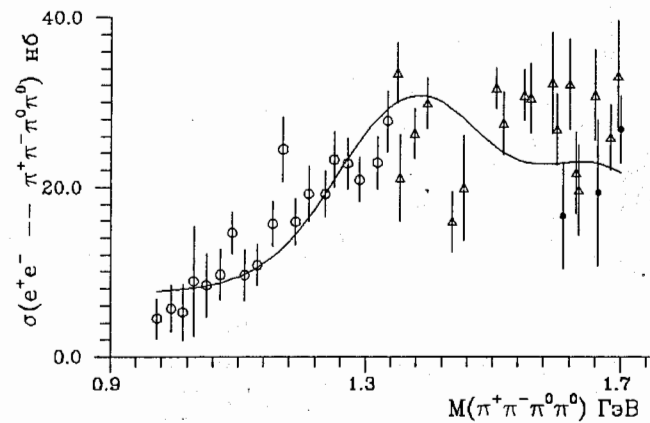


Рис.11 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [1] - Δ , [32] - \circ , [33] - \bullet .

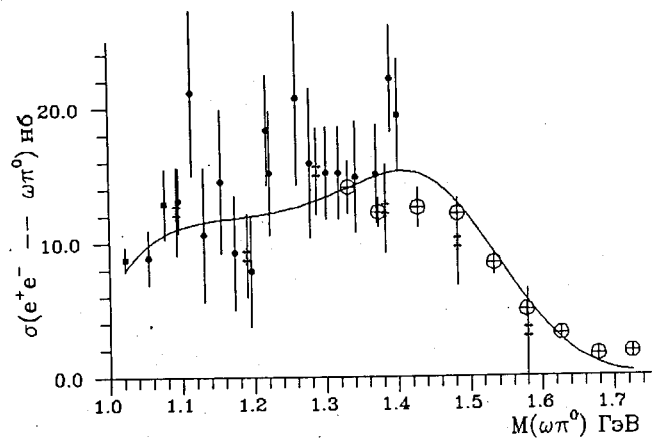


Рис.12 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [34] - \bullet , [35] - \circ .

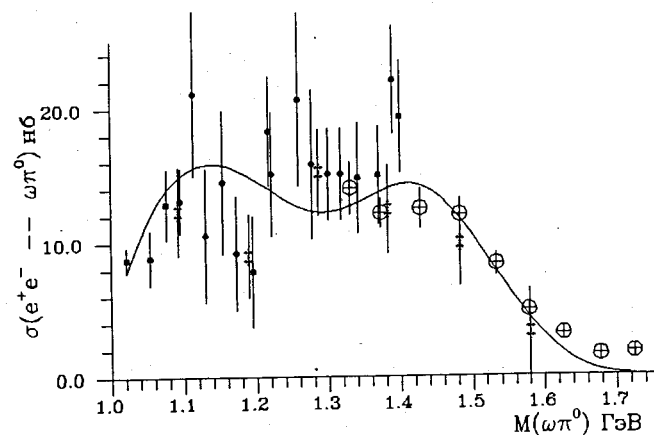


Рис.13 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [34] - \bullet , [35] - \circ .

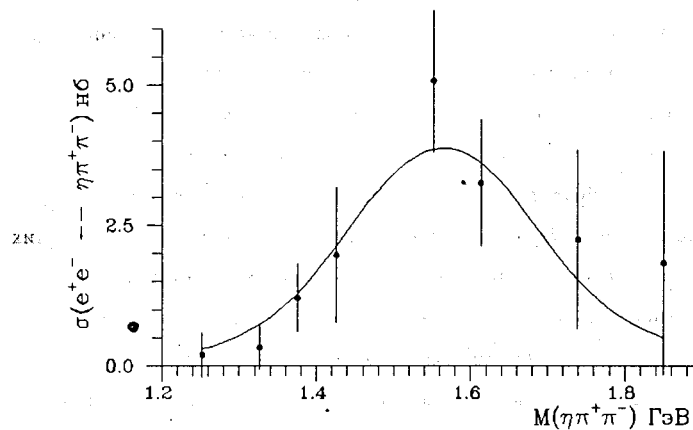


Рис.14 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ для случая двух ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [36,37].

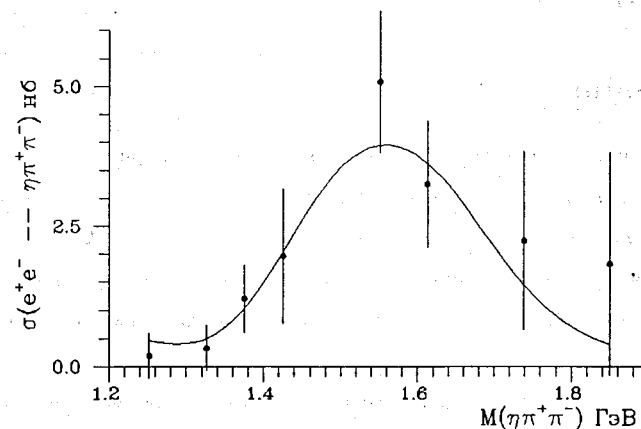


Рис.15 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ для случая трех ρ' -мезонов. Экспериментальные точки из работ [36,37].

процедуры унитаризации, т.е. используя простую сумму БВ -членов. Значения масс и ширины резонансов близки к полученным при использовании унитаризационной процедуры, качество фита примерно такое же, однако матрица рассеяния S существенно не унитарна, и отклонение некоторых элементов $(SS^+)_{ij}$ от 1 или 0 достигает 100%.

Для изучения роли низшего 1.25 ГэВ -состояния мы сделали два фита - с двумя и с тремя ρ -мезонными возбуждениями. Полученные брэнчинги распада $\rho'(1250)$ -состояния в фотонный и сильный каналы сравнимы с брэнчингами более высоких состояний, что снимает наиболее сильное возражение против возможности рассматривать $\rho'(1250)$ -мезон как $q\bar{q}$ -возбуждение. Фит с $\rho'(1250)$ -состоянием несколько лучше, чем без него, но оба фита для процессов e^+e^- дают достаточно хорошее качественное описание экспериментальных данных. Уместно отметить, что процедура унитаризации вносит большую жесткость в выражения для амплитуд, брэнчинги не произвольны, эмпирический подбор фазовых множителей невозможен и т.д. - все это делает одновременное описание шести процессов достаточно сложной задачей. То, что их самосогласованное описание возможно, подтверждает исходные приближения в формулировке проблемы.

3 Заключение

Вопрос об интерпретации результатов достаточно сложен. Например, массы первых радиального S и орбитального D -возбуждений $q\bar{q}$ -системы $\rho'_S = 1.45$ ГэВ и $\rho'_D = 1.66$ ГэВ, найденные в [23], близки к нашим $m_{\rho'_1}$ и $m_{\rho'_2}$. Существенно однако, что оба ρ'_1 и ρ'_2 , как и ρ'_3 , имеют достаточно большие значения лептонных ширины и поэтому не могут быть D -состояниями, для которых оценка таких ширины составляет доли кэВ.

Проблема заключается в том, могут ли все три ρ' -мезона рассматриваться как радиальные возбуждения ρ -мезона, или, по меньшей мере, один из них лишний в $q\bar{q}$ -схеме. Одно из утверждений о ρ'_3 состоит в том [19,23], что либо он не существует вовсе, либо он не может быть $q\bar{q}$ -возбуждением, т.к. его лептонная ширина, определенная в [23], аномально мала. Наш анализ с тремя ρ' -мезонами показывает, что при использовании корректной процедуры унитаризации, необходимой в случае широких перекрывающихся резонансов, лептонные ширины всех трех ρ' -состояний достаточно близки и $q\bar{q}$ -интерпретация возможна.

Однако столь плотное расположение этих резонансов по массе дает и основание считать, что один из них "лишний" среди $q\bar{q}$ -состояний [23]. Невозможно определенно указать на природу этого состояния т.к. схемы смешивания $q\bar{q}$ -состояний с гибридными или четырех-кварковыми состояниями очень модельно зависимы. Сравнение со свойствами ω' -мезонов позволит лучше понять ситуацию.

Дальнейший прогресс в этой области связан, прежде всего, с улучшением экспериментальных данных и их корректным анализом, необходимостью достаточно точного определения лептонных и адронных ширины ρ' -резонансов.

Литература

1. G.Cosme, Nucl. Phys. **B152**, 215, 1979.
2. R.Baldini, Proc."Fenice" Workshop, Frascati, 1988.
3. A.Donnachie and H.Mirzae, Zeit. Phys. **C33**, 407, 1987.
4. A.Donnachie and A.B.Clegg, Zeit. Phys. **C34**, 257, 1987.
5. A.Donnachie and A.B.Clegg, Zeit. Phys. **C42**, 663, 1989.
6. C.Erkal and M.G.Olsson, Zeit. Phys. **C31**, 615, 1986.
7. S.B.Gerasimov and A.B.Govorkov, Zeit.Phys. **C29**, 61, 1985.
8. А.Б.Говорков, ЯФ, **48**, 237, 1988.
9. А.Б.Говорков, ЯФ, **55**, 1035, 1991.
10. S.Dubnichka, Nuovo Cimento, **100A**, 1, 1988.
11. S.Dubnichka, I.Furdik and V.A.Meshcheryakov, Dubna preprint E2-88-521.
12. A.Donnachie and A.B.Clegg, Preprint Univ. of Manchester, M/C-TH 91/6; Preprint CERN -TH 5210/88.
13. M.Conversi et al. Phys.Lett. **52B**, 493, 1974.
14. S.Bartalucci et al. Nuovo Cimento, **49A**, 207, 1979.
15. В.К.Хеннер, ЯФ, **37**, 1134, 1983.
16. N.M.Budnev, V.M.Budnev, V.V.Serebryakov, Phys.Lett. **70B**, 365, 1977.
17. D.Aston et al. Preprint SLAC-PUB 5392, 1990; Preprint SLAC-PUB 5697, 1991; Preprint SLAC-PUB 5721, 1991.
18. W.Dunwoodie, P.Rensing and Liang-Ping Chen, Preprint SLAC-PUB 5675, 1991.
19. A.Donnachie and A.B.Clegg, Phys.Lett. **B269**, 450, 1991.
20. L.Martinovich, Bratislava Preprint, 1990.

21. Phys.Rev. D50, part 1, August 1994.
22. G.P.Murtas, Proc. 19th Int.Conf.High Energy Physics, Tokyo, 1978.
23. A.B.Clegg and A.Donnachie, Preprint Univ. of Manchester, M/C-TH 93/21.
24. J.J.De Swart, Talk at LEAP 94, Slovenia, Book of Abstracts, p.8.
25. В.К.Хеннер, Т.С.Белозерова, Сообщение ОИЯИ, P4-95-114, Дубна 1995.
26. В.К.Хеннер, Т.С.Белозерова, Сообщение ОИЯИ, P4-95-115, Дубна 1995.
27. A.Quenzer et al. Phys.Lett. 76B, 512, 1978.
28. L.M.Barkov et al. Nucl.Phys. B256, 365, 1985.
29. D.Bisello et al. Orsay preprint, LAL 85-15, 1985.
30. В.Ньюамс et al. Nucl.Phys. B64, 134, 1973;
S.D.Protopopescu et al. Phys.Rev. 7D, 1279, 1973.
31. С.Беаурегард, Phys.Rev. D19, 274, 1979.
32. Л.М.Курдадзе и др. Письма ЖЭТФ, 43, 497, 1986.
33. С.Вакци et al. Nucl.Phys. 184, 31, 1981.
34. S.I.Dolinsky et al. Phys.Lett. 174B, 453, 1986.
35. D.Bisello et al. Orsay preprint, LAL 90-35, 1990.
36. V.P.Druzhin et al. Phys.Lett. 174B, 115, 1986.
37. В.Делкорт et al. Phys.Lett. 113B, 93, 1982.

Хеннер В.К., Белозерова Т.С.

P4-95-116

Спектр возбуждений ρ -мезона и сохранение унитарности при перекрывании неупругих резонансов

Анализируется ситуация с ρ -мезонными возбужденными состояниями. За последние годы было найдено несколько таких широких перекрывающихся резонансов, но их свойства до сих пор слабо изучены, а долго ведущая дискуссия о существовании возбуждения $\rho'(1250)$ стала снова актуальной после обнаружения этого состояния в SLAC в процессе $K^-p \rightarrow \pi^+\pi^-\Lambda$. Анализы обычно основываются на формулах типа Брейта — Вигнера, которые в случае перекрывающихся резонансов не удовлетворяют соотношениям унитарности. Предложенный метод построения унитарной, T -инвариантной S -матрицы для общего случая M внешних каналов и N резонансов применяется для анализа p -волны $\pi\pi$ -рассеяния и реакций электрон-позитронной аннигиляции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, $e^+e^- \rightarrow \pi^0\omega$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ с целью изучения семейства ρ' -мезонов, наблюдаемых в этих процессах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Henner V.K., Belozerova T.S.

P4-95-116

Rho Meson Excitations and Strict Unitarity for Overlapping Inelastic Resonances

The situation with the ρ meson excited states is studied. Few of such broad overlapping resonances were found during the recent years, but their properties are not yet established well and a long time discussion about the existence of the lowest mass $\rho'(1250)$ excitation has become actual again after it was found at the process at $K^-p \rightarrow \pi^+\pi^-\Lambda$ SLAC. The analyses are usually based on Breit-Wigner type formulas which do not satisfy unitarity relation in the case of overlapping resonances. The method to construct the unitarity, T -invariant S matrix for a general case of M open channels and N resonances is applied for the investigation of the p -wave $\pi\pi$ scattering and the electron-positron annihilation reactions $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, $e^+e^- \rightarrow \pi^0\omega$, and $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ in order to study the family of the ρ' mesons which were manifested in there processes.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics. JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995