



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P4-94-68

С.И.Баструков, И.В.Молодцова, В.М.Шилов

ВОЗБУЖДЕНИЕ  
КОЛЛЕКТИВНЫХ  $m\lambda$ ,  $T = 0$  МОД  
ОРБИТАЛЬНОЙ ПРИРОДЫ  
В НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1994

Возбуждение коллективных  $M\lambda$ ,  $T = 0$  мод орбитальной природы в неупругом рассеянии электронов

Квантово-макроскопическая теория ядерных коллективных возбуждений — ядерная флюид-динамика интерпретирует изоскалярные коллективные магнитные моды орбитальной природы как проявление сдвиговых дифференциально-вращательных (крутильных) колебаний ядра. В настоящей работе представлены аналитические выводы и численные оценки для центроидов энергий, суммарных приведенных вероятностей возбуждения и магнитных осцилляторных сил  $M\lambda$ ,  $T = 0$  ротационных коллективных мод (магнитных твистовых резонансов) в зависимости от массового числа, атомного номера и мультипольного порядка возбуждения. Приведены явные выражения для коллективных переходных токовых плотностей и магнитных формфакторов, полученные в плосковолновом борновском приближении; численные расчеты выполнены в приближении искаженных волн. Теоретические предсказания сравниваются с экспериментальными данными по интегральным характеристикам коллективных  $2^-$ -возбуждений, измеренным в экспериментах по неупругому рассеянию электронов на сферических ядрах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1994

Перевод авторов

Bastrukov S.I., Molodtsova I.V., Shilov V.M.

Excitation of Collective  $M\lambda$ ,  $T = 0$  Modes

of the Orbital Nature by Inelastically Scattered Electrons

P4-94-68

The quantum-macroscopic nuclear theory, the nuclear fluid dynamics, interprets the isoscalar magnetic collective excitations of the orbital nature as a manifestation of differential rotational (torsional) vibrations of a nucleus. In this paper, analytical expressions and numerical estimates are presented for centers of energy localization, total excitation probabilities and magnetic oscillator strengths, computed as functions of atomic and mass numbers and multipole degree. The explicit forms are given for collective transition currents and formfactors obtained in the Plane Wave Born Approximation; numerical calculations have been performed in the Distorted Wave Born Approximation. Theoretical predictions are compared with data available on excitation of  $2^-$  collective modes in spherical nuclei by inelastically scattered electrons.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1994

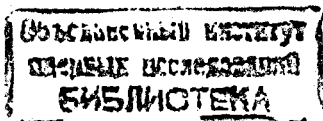
## 1. Введение

Известно, что стандартная гидродинамическая ядерная модель, основанная на представлении о ядре как капле несжимаемой однородно заряженной жидкости, приводит к заключению о невозможности существования в спектре сферических ядер коллективных возбуждений магнитного типа, т.е. возбужденных состояний с отличным от нуля магнитным мультипольным моментом (см., например [1], стр.22). Действительно, согласно капельной модели внешнее электромагнитное возмущение может вызывать лишь гармонические искажения равновесной сферической формы ядра:  $R(t) = R(1 + \alpha_{\lambda\mu}(t)Y_{\lambda\mu}(\hat{r}))$ , обусловленные возбуждением колебаний электрического тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = (eZ/A)n\delta\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$  ( $n$  - плотность числа частиц) с безвихревым полем скорости:  $\delta\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r})\dot{\alpha}_\lambda(t)$ ; здесь  $Y_{\lambda\mu}(\hat{r})$  - сферическая функция мультипольного порядка  $\lambda$  и  $\alpha_\lambda(t)$  - амплитуда коллективных колебаний. Легко убедиться, что при таких возбуждениях магнитный мультипольный момент [2, 3]

$$M(M\lambda, \mu) = \frac{-1}{c(\lambda+1)} \int \mathbf{j} \cdot [\mathbf{r} \times \nabla] r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) d\tau \quad (1)$$

тождественно равен нулю. Поскольку осцилляции безвихревого (потенциального) потока являются единственно допустимым видом собственных колебаний несжимаемой невязкой жидкости, то из приведенных рассуждений становится ясно почему в гидродинамической модели ядерной материи вообще нельзя ожидать коллективных переходов магнитного типа. Последнее утверждение явно противоречит данным, полученным главным образом из экспериментов по неупругому рассеянию электронов тяжелыми ядрами [4-7]. Столь явное несоответствие предсказаний модели жидкой капли экспериментальным фактам служит прямым указанием на неадекватность отождествления поведения сплошной ядерной материи с поведением сверхплотной несжимаемой невязкой жидкости, что как раз подразумевается в стандартной модели жидкой капли. Впервые на это обстоятельство обратили внимание Хольцварт и Эккарт [8], которые основываясь на гипотезе упруго-подобного ядерного вещества, выдвинутой Берчем в [9], предложили трактовать сильно коллективизированное  $2^-$  возбуждение сферического ядра как проявление крутильных колебаний квадрупольной симметрии. Распределение локального поля скорости коллективного потока, соответствующее длинноволновым квадрупольным крутильным колебаниям, (в системе с фиксированной полярной осью) имеет вид:  $\delta V_x = -yz\dot{\alpha}$ ,  $\delta V_y = xz\dot{\alpha}$ ,  $\delta V_z = 0$ , где  $\alpha$  представляет собой геометрически бесконечно малый угол закручивания коллективного потока нуклонов вокруг полярной оси  $z$ . При таких колебаниях верхнее (северное) и нижнее (южное) полушария совершают в противофазе осесимметричные сдвиговые осцилляции (левая часть рисунка 1), выразительно названные Хольцвартом и Эккартом "ядерным твистом" [8]. Нетрудно проверить, что данный тип движений приводит к отличному от нуля квадрупольному магнитному моменту в возбужденном состоянии.

Развивая идеи работы [8] (и более поздних работ [10-13]), в недавних статьях [14-17] (см. также [18]) мы сформулировали флюид-динамическую модель магнитного твистового отклика произвольной мультипольности  $\lambda$ . В этой модели коллективная ветвь магнитных изоскалярных возбуждений орбитальной природы описывается в терминах длинноволновых дифференциально-вращательных мультипольных колебаний сферической макрочастицы однородного несжимаемого ядерного ферми-континуума. Такая интерпретация явно подчеркивает тот факт, что динамическое поведение сплошной



ядерной материи имеет большее сходство с поведением идеально-упругого вещества, характерным свойством которого является способность поддерживать незатухающие как продольные так и поперечные колебания, но не идеальной жидкости, в которой могут распространяться только звуковые существенно продольные колебания. Интересно отметить, что развитый в ядерной теории метод позволяет решить классическую проблему собственных частот длинноволновых колебаний идеально-упругого шара [19], в то время как канонический метод теории упругости испытывает затруднения при решении

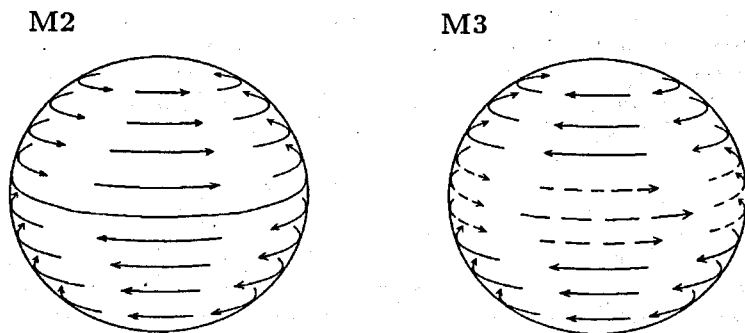


Рис. 1. Геометрическая картина M2 и M3 твистовых откликов сферического ядра.

этой проблемы. К настоящему моменту имеется довольно обширная литература, в которой обсуждаются различные аспекты как макроскопического [22-33] и микроскопического [34-38] теоретического описания коллективных магнитных мод ядерного кручения ( $M\lambda, T = 0$  твистовых резонансов), так и практические возможности экспериментального выявления этих возбуждений в сечениях неупругого рассеяния электронов на ядрах [7, 11, 33, 38] (см. также ссылки в процитированных выше работах).

Продолжая начатые в [14-17] исследования, в настоящей статье мы акцентируем внимание на вычислении интегральных характеристик мультипольного магнитного твистового отклика сферического ядра, измеряемых в неупругом рассеянии электронов, основываясь на макроскопической модели ядерной структуры. В этой связи уместно отметить, что одна из первых теорий ( $e, e'$ )-рассеяния с возбуждением изоскалярных коллективных состояний электрического типа, развитая Тасси [39], была также основана на макроскопической (капельной) модели ядерной структуры. Несмотря на то, что жидкостная модель ядерной материи, как мы уже отмечали, не является адекватной, она дает качественно правильное описание формы сечения неупругого рассеяния электронов на ядрах (кулоновских форм факторов) в зависимости от энергии падающего электрона, но не абсолютных значений сечений ( $e, e'$ )-возбуждения коллективных состояний электрического типа; предсказываемые моделью жидкой капли энергии возбуждения ядра приблизительно в 3-4 раза ниже экспериментальных энергий гигантских резонансов. Согласно с экспериментом теоретические формы сечений ( $e, e'$ )-реакции рассматриваются как свидетельства в пользу предполагаемого типа коллективных движений нуклонов, индуцируемых падающим электроном, т.е. продольных конвекционных колебаний тока с потенциальным полем скорости.

Что же касается ( $e, e'$ )-процесса с возбуждением магнитных коллективных мод, то такого рода макроскопический подход был рассмотрен в единственной работе [11] только для случая  $M2, T = 0$  твистовой моды. Принимая во внимание сказанное, представляется целесообразным сформулировать теорию магнитного мультипольного ядерного отклика в неупругом рассеянии электронов, исходя из современных квантово-макроскопических представлений о непрерывной упруго-подобной ядерной среде. Следуя хорошо проверенным предположениям, используемым в большинстве работ, посвященных изучению коллективного изоскалярного спин-независимого ядерного отклика, мы примем, что ядерная материя представляет собой насыщенный по спину и изоспину однородно заряженный несжимаемый ферми-континуум, движения которого управляются уравнениями ядерной флюид-динамики. Говоря о вырождении по спину, мы подразумеваем, что суммарный магнитный момент основного состояния четно-четного сферического ядра равен нулю. Кроме того, мы изучаем магнитный отклик ядра на такое внешнее возмущение, которое не снимает спинового вырождения. Поэтому обсуждаемый механизм "памагничивания" ядра неупруго рассеянными электронами (т.е. переход из основного в возбужденное состояние с отличным от нуля магнитным моментом) следует рассматривать как макроскопическую модель возбуждения коллективной мультипольной ветви магнитных изоскалярных мод орбитальной природы (магнитных твистовых резонансов). Основная цель нашего изучения состоит в том, чтобы выяснить качественные закономерности в зависимости интегральных параметров магнитных твистовых резонансов (центроидов энергий и суммарных приведенных вероятностей, извлекаемых экспериментально из анализа ( $e, e'$ )-реакции) от атомного номера, массового числа и мультипольности возбуждаемой моды.

## 2. Краткий обзор теории электронного рассеяния

Для полноты изложения мы начнем с краткого обзора известных формул теории рассеяния неполяризованных электронов на неориентированной мишени. Выражение для дифференциального сечения ( $e, e'$ )-реакции в борновском приближении плоских волн имеет вид [40]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_M f_{rec} \left\{ \left( \frac{q_\mu}{q} \right)^2 |S^L(q)|^2 + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{q_\mu}{q} \right)^2 + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] |S^T(q)|^2 \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_M = \left[ \frac{Z \alpha \hbar c \cos \theta/2}{2 E \sin^2 \theta/2} \right]^2$  - моттовское сечение рассеяния для единичного заряда,  $f_{rec} = \left[ 1 + \frac{2 E \sin^2 \theta/2}{M c^2} \right]^{-1}$  - фактор отдачи,  $E$  - энергия падающего электрона,  $M$  - масса ядра-мишени,  $\theta$  - угол рассеяния. Переданный импульс  $q = \sqrt{q_\mu^2 + \omega^2}$ ;  $q_\mu = 2\sqrt{E E_0}/\hbar c \sin \theta/2$ ,  $\hbar \omega = E - E_0$  - энергии возбуждения ядра. Ядерная структура проявляется в сечении рассеяния через продольный и поперечный формфакторы. Продольный (кулоновский) формфактор  $|S^L(q)|^2 = \sum_{\lambda} |F_{\lambda}^C(q)|^2$  содержит всю информацию о пространственном распределении зарядовой плотности ядра, трансверсальный формфактор  $S^T(q)$  связан с переходной токовой плотностью и является суммой формфак-

торов электрических и магнитных мультипольных переходов:

$$|S^T(q)|^2 = \sum_{\lambda} \{|F_{\lambda}^E(q)|^2 + |F_{\lambda}^M(q)|^2\}.$$

При рассеянии назад возбуждаются только токовые поперечные колебания нуклонов. Поэтому измерения сечений рассеяния электронов на угол  $\theta = 180^\circ$  являются наиболее информативными в плане изучения состояний магнитного типа.

Магнитный формфактор  $F_{\lambda}^M(q)$  связан с переходной токовой плотностью  $J_{\lambda,\lambda}(r)$  преобразованием Фурье-Бесселя [40]:

$$F_{\lambda}^M(q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} J_{\lambda,\lambda}(r) j_{\lambda}(qr) r^2 dr, \quad (3)$$

$j_{\lambda}(qr)$  – функция Бесселя ранга  $\lambda$ ,  $J_i$  и  $J_f$  – полный момент ядра в начальном и конечном состояниях соответственно,  $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$ .

Приведенная вероятность возбуждения  $B(M\lambda)$  состояния с отличным от нуля магнитным моментом мультипольного порядка  $\lambda$  определяется интегралом от переходной токовой плотности  $J_{\lambda,\lambda}(r)$ :

$$B(M\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda+1} \left[ \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} e J_{\lambda,\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \right]^2. \quad (4)$$

Нетрудно убедиться, что в длинноволновом приближении  $F_{\lambda}^M(q)$  выражается через приведенную вероятность возбуждения  $B(M\lambda)$  следующим образом:

$$|F_{\lambda}^M(q)|^2 = \frac{4\pi}{e^2 Z^2} \frac{q^{2\lambda}}{[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{\lambda+1}{\lambda} B(M\lambda). \quad (5)$$

Применимость длинноволнового приближения ( $qR \ll 1$ , где  $R$  – радиус ядра) оправдано при сравнительно малых энергиях  $E$  налетающих электронов. Однако, в экспериментах часто это условие не реализуется. Так, например, при неупругом рассеянии электронов на  $^{90}\text{Zr}$  на угол  $\theta = 165^\circ$   $qR = 1$  для  $E = 24$  МэВ. В этом случае  $|F_{\lambda}^M(q)|^2$  уже не пропорционален величине  $B(M\lambda)$ , а определяется индивидуальными особенностями переходной токовой плотности возбуждаемого состояния. Поэтому при расчете формфакторов необходимо пользоваться непосредственно формулой (3). Главным и единственным элементом борновского формализма, в котором содержится информация о ядерной структуре, являются переходные зарядовые и токовые плотности [40].

Стоит подчеркнуть, что рассчитываемые в макроскопических моделях ядерной структуры интегральные характеристики несут в себе существенно коллективное содержание. Поэтому отождествление предсказываемых переходных токовых плотностей, формфакторов и вероятностей возбуждения магнитных твистовых резонансов с реально наблюдаемыми отдельными состояниями магнитного типа естественно требует специальных комментариев, которыми мы сопровождаем дальнейшее изложение.

### 3. Макроскопическая модель магнитного отклика сферического ядра. Энергии $M\lambda, T = 0$ резонансов.

В ядерной флюид-динамике сферическое ядро моделируется вырожденной по спине и изоспину конечной ферми-системой с непрерывным и однородным распределением массы:  $\rho_0 = m n_0$  и заряда  $n_c = (eZ/A)n_0$ . Возбужденные состояния с отличным от нуля магнитным мультипольным моментом являются столь же естественным следствием ядерной флюид-динамики, как и хорошо установленные электрические изоскалярные резонансы [41-45]. Достаточно отметить, что в этом подходе оба типа допустимых возбуждений выводятся с общих позиций, как два независимых решения векторного уравнения Лапласа:

$$\Delta \mathbf{a}_{\lambda} = 0, \quad \text{div } \mathbf{a}_{\lambda} = 0. \quad (6)$$

Условие несжимаемости указывает на поперечный характер распространения незатухающих колебаний, что свойственно динамическому отклику упруго-подобного вещества. Коллективная ветвь изоскалярных магнитных мод орбитальной природы в ядерной флюид-динамике связывается с возбуждением чисто вихревого поля смещений и описывается тороидальным полем вида:

$$\mathbf{a}_{\lambda} = \text{rot } r r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (7)$$

Подчеркнем, что поле (7) описывает дифференциальные (нетвердотельные, глобальные) ротационные колебания, возможность существования которых обусловлена исключительно упругими свойствами ядерной среды. В дифференциальном характере вращения легко убедиться, представив поле скорости  $\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}_{\lambda}(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_{\lambda}(t)$  в хорошо знакомом из механики виде:

$$\delta \mathbf{V} = [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}], \quad (8)$$

где  $\boldsymbol{\omega} = -\nabla r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) \dot{\alpha}_{\lambda}$  есть угловая скорость вращательных движений, которая является существенно локальной векторной функцией. Твердотельному вращению соответствует  $\lambda = 1$ . Рисунок 1 наглядно иллюстрирует характер коллективных колебаний ядра, связанных с магнитными твистовыми  $M2$  и  $M3$  изоскалярными резонансами. Таким образом, мы видим, что флюид-динамическая модель расширяет представления о коллективных вращательных степенях свободы ядра. В этой связи стоит подчеркнуть, что магнитные твистовые резонансы являются одним из наиболее ярких проявлений коллективных вращений сферических ядер.

Для анализа процесса электронного рассеяния удобнее воспользоваться несколькими, эквивалентным (7), представлением решения векторного уравнения Лапласа, описывающим длинноволновые мультипольные крутильные колебания сферического ядра (см. например [45] стр.188):

$$\mathbf{a}_{\lambda}(\mathbf{r}) = -i r^{\lambda} \mathbf{Y}_{\lambda\lambda}^0(\hat{\mathbf{r}}), \quad \mathbf{a}_{\lambda}^*(\mathbf{r}) = i r^{\lambda} [\mathbf{Y}_{\lambda\lambda}^0(\hat{\mathbf{r}})]^* = \mathbf{a}_{\lambda}(\mathbf{r}), \quad (9)$$

где  $\mathbf{Y}_{\lambda\lambda}^{\mu}(\hat{\mathbf{r}})$  – векторные сферические гармоники, обладающие следующими свойствами:

$$\int [\mathbf{Y}_{\lambda_1\lambda_2}^{\mu}(\hat{\mathbf{r}})]^* \cdot \mathbf{Y}_{\lambda_1'\lambda_2'}^{\mu'}(\hat{\mathbf{r}}) d\hat{\mathbf{r}} = \delta_{\mu\mu'} \delta_{\lambda_1\lambda_1'} \delta_{\lambda_2\lambda_2'}, \quad (10)$$

$$[\mathbf{Y}_{\lambda_1\lambda_2}^{\mu}(\hat{\mathbf{r}})]^* = (-)^{\lambda_1+\lambda_2+\mu+1} \mathbf{Y}_{\lambda_2\lambda_1}^{-\mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (11)$$

Распределение соленоидального электрического тока в ядре, индуцируемого падающим электроном, представляется вполне классическим выражением:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = n_e \delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = n_e \mathbf{a}_\lambda(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_\lambda(t). \quad (12)$$

Амплитуда колебаний  $\alpha_\lambda(t)$  является гармонической функцией времени  $\alpha_\lambda(t) = \alpha_\lambda^0 e^{i\omega_\lambda t}$ , где

$$\alpha_\lambda^0 \equiv \langle |\alpha_\lambda(t)|^2 \rangle_t^{1/2} = \left[ \frac{\hbar}{2B_\lambda \omega_\lambda} \right]^{1/2} \quad (13)$$

есть амплитуда пулевых колебаний [2],  $\omega_\lambda = \sqrt{C_\lambda/B_\lambda}$  – частота собственных колебаний ядра. Массовый параметр  $B_\lambda$  и параметр жесткости  $C_\lambda$  длинноволновых крутильных мультипольных колебаний ядра соответственно равны:

$$B_\lambda = mA \langle r^{2\lambda} \rangle, \quad C_\lambda = mA \frac{\langle v^2 \rangle}{3} (2\lambda + 1)(\lambda - 1) \langle r^{2\lambda-2} \rangle, \quad (14)$$

где  $\langle v^2 \rangle$  – средняя скорость ферми-движения нуклонов и  $\langle r^\lambda \rangle$  – радиальный момент порядка  $\lambda$ . В ниже приводимых расчетах мы используем фермиевскую аппроксимацию плотности распределения частиц:

$$n_0(r) = n(0) [1 + \exp \{ (r - R)/a \}]^{-1}, \quad (15)$$

с параметрами, взятыми из [2].

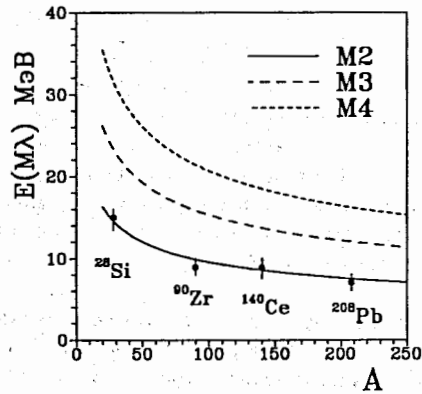


Рис. 2. Теоретические оценки положения центроидов энергий коллективных магнитных твистовых возбуждений (линии) в зависимости от массового числа. Символы – данные DALINAC [6,7].

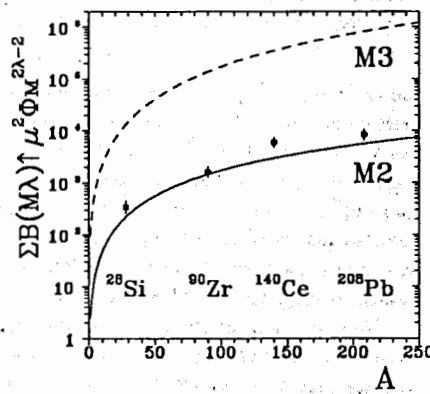


Рис. 3. Теоретический расчет суммарных приведенных вероятностей возбуждения  $M2$  и  $M3$  твистовых мод как функций массового числа (линии). Символы – данные DALINAC [6,7].

В ядерной флюид-динамике энергии мультипольных колебаний  $E_\lambda = \hbar\omega_\lambda$  отождествляются с центроидами энергий изоскалярных резонансов. Как показано в [14, 16, 18], положение центроидов мультипольных твистовых резонансов в энергетическом спектре

сферического ядра определяется формулой:

$$E(M\lambda, T=0) = \hbar \left[ \frac{\langle v^2 \rangle}{3} (2\lambda + 1)(\lambda - 1) \frac{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}{\langle r^{2\lambda} \rangle} \right]^{1/2} \quad (16)$$

Судя по литературе, наиболее надежными являются данные DALINAC, полученные в измерениях сечений неупругого рассеяния на угол  $\theta = 165^\circ$  электронов с энергией 20-100 МэВ на ядрах  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{140}\text{Ce}$  и  $^{208}\text{Pb}$  [6, 7]. В этих экспериментах исследовались коллективные магнитные возбуждения в области от 0 до 20 МэВ. Согласно Рихтеру, эти данные позволяют заключить, что центр локализации  $M2$ -силы коллективных возбуждений в сферических ядрах хорошо аппроксимируются следующей зависимостью от массового числа [6, 7, 38]:

$$E_{\text{exp}} \approx 44 A^{-1/3} \text{ МэВ}. \quad (17)$$

Близость этой оценки к величине основной осцилляторной частоты одночастичной модели оболочек ( $\hbar\omega = 41 A^{-1/3}$  МэВ) позволяет идентифицировать  $M2, T=0$  твистовый резонанс как  $1\hbar\omega$  возбуждение. На рисунке 2 и в таблице 1 представлены теоретические предсказания твистовой флюид-динамической модели и данные DALINAC [6, 7].

Таблица 1. Теоретические предсказания положения центроидов энергий и величины суммарных приведенных вероятностей возбуждения магнитных твистовых резонансов сферических ядер. Экспериментальные данные DALINAC [6, 7].

Элемент	E(M2), МэВ		$\Sigma B(M2) \uparrow, \mu^2 \Phi_M^2$	
	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент
$^{28}\text{Si}$	11-13	13-16	$230 \pm 20$	$340 \pm 20$
$^{90}\text{Zr}$	8-10	8-10	$1300 \pm 300$	1620
$^{140}\text{Ce}$	7.5-9	7.5-10	$3100 \pm 300$	$6000 \pm 600$
$^{208}\text{Pb}$	6.5-8	6-8.5	$5300 \pm 300$	$8500 \pm 750$

Из рисунка 2 видно, что наблюдаемые центры локализации  $M2$ -силы расположены в областях, где ядерная флюид-динамика предсказывает локализацию центроидов энергии изоскалярных твистовых резонансов. Представленные на рисунке 3 суммарные вероятности возбуждения твистовых мод обсуждаются ниже. Интересно отметить, что анализ микроскопических расчетов распределения силы  $M3$  и  $M4$  возбуждений, данный Рихтером в [6], приводит к следующим оценкам положения центроидов энергий магнитных резонансов:  $E(M3) = 90 A^{-1/3}$  МэВ и  $E(M4) = 120 A^{-1/3}$  МэВ. Как видно, эти предсказания и предсказания, полученные на основе формулы (16) для спектра магнитных мод ядерного кручения, одинаковым образом отражают тенденцию роста энергии с ростом мультипольности резонанса:

#### 4. Коллективные переходная токовая плотность и формфактор электровозбуждения магнитных твистовых резонансов

Макроскопическая реализация определения коллективной переходной токовой плотности для магнитного твистового резонанса мультипольности  $\lambda$  в системе с фиксированной полярной осью имеет вид:

$$J_{\lambda,\lambda}(r) = \langle |\frac{i}{ec} \int \mathbf{j}(r, t) \cdot \mathbf{Y}_{\lambda\lambda}^0(\hat{r}) d\Omega|^2 \rangle_t^{1/2}, \quad (18)$$

где  $\langle \dots \rangle_t$  означает усреднение по времени. Подставляя в (18) явный вид плотности электрического тока (4) и учитывая свойства (10,11), которыми обладают векторные сферические гармоники, получаем следующее аналитическое выражение для коллективной переходной токовой плотности:

$$J_{\lambda,\lambda}(r) = \frac{\langle |\dot{\alpha}_\lambda(t)|^2 \rangle_t^{1/2}}{ec} n_e(r) r^\lambda = N_\lambda n_e(r) r^\lambda, \quad N_\lambda = \frac{\alpha_\lambda^0 \omega_\lambda}{ec} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_\lambda}{2e^2 B_\lambda}}. \quad (19)$$

Данная переходная токовая плотность связана с возбуждением длинноволновых коллективных колебаний нуклонов, приводящих к возбужденным состояниям с отличным от нуля магнитным моментом, и несет в себе информацию о макроскопическом распределении потока нуклонов. Рисунок 4 демонстрирует вычисленные для ядра  $^{90}\text{Zr}$  переходные

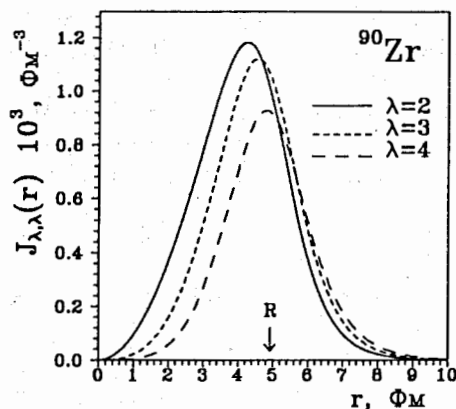


Рис. 4. Коллективные переходные токовые плотности в  $^{90}\text{Zr}$  для  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  твистовых мод.

токовые плотности (19), соответствующие возбуждению магнитных твистовых состояний различной мультипольности. Из этого рисунка в частности следует, что коллективный магнитный отклик ядра носит объемный характер; с ростом мультипольности максимум функции  $J_{\lambda,\lambda}$  смещается в сторону поверхности ядра.

Явное выражение для коллективного магнитного мультипольного формфактора возбуждений, связанных с длинноволновыми дифференциально-вращательными колеба-

ями потока в плосковолновом приближении имеет вид:

$$|F_\lambda^M(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} (2\lambda + 1) N_\lambda^2 \left| \int_0^\infty n_e r^{\lambda+2} j_\lambda(qr) dr \right|^2. \quad (20)$$

В приближении резкого края данный интеграл может быть вычислен аналитически [15, 17]:

$$|F_\lambda^M(q)|^2 = \frac{4\pi n_e^2}{Z^2} R^{2(\lambda+3)} (2\lambda + 1) N_\lambda^2 \left[ \frac{(2\lambda + 1) j_\lambda(qR) - qR j_{\lambda-1}(qR)}{q^2 R^2} \right]^2. \quad (21)$$

Результаты наших расчетов магнитных формфакторов, выполненных в приближении искаженных волн, для ядра  $^{90}\text{Zr}$  представлены на рисунках 5 и 6. При фиксированном угле рассеяния варьировалась энергия налетающих частиц, так чтобы переданный импульс мог меняться, но возбуждался бы при этом определенный уровень с энергией, соответствующей центру локализации твистового магнитного резонанса. На рисунке 5 изображены коллективные магнитные формфакторы  $|F_\lambda^M(q)|^2$  мультипольности  $\lambda = 2, 3, 4$

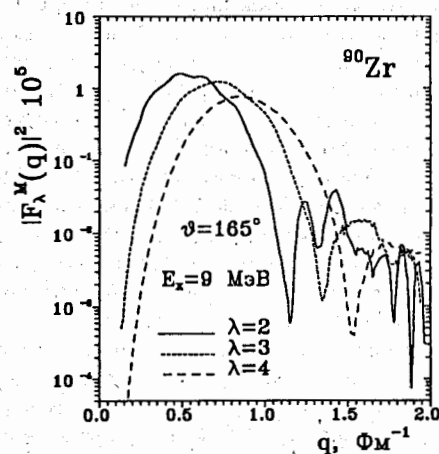


Рис. 5. Коллективные формфакторы магнитных твистовых мод, возбуждаемых в неупругом рассеянии электронов под углом  $\theta = 165^\circ$  на ядре  $^{90}\text{Zr}$ , как функция переданного импульса  $q$ . Расчет в приближении искаженных волн.

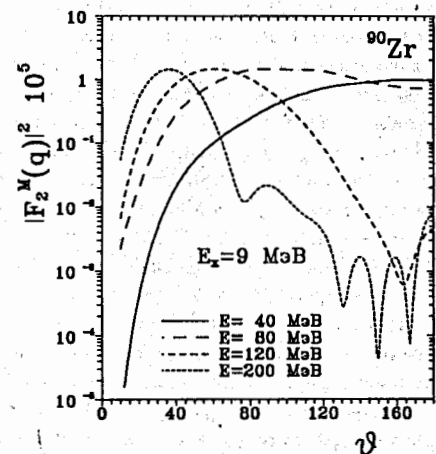


Рис. 6. Коллективный формфактор для квадрупольной магнитной твистовой моды как функция угла рассеяния  $\theta$ . Расчет в приближении искаженных волн для  $^{90}\text{Zr}$  при различных значениях энергии  $E$  налетающих электронов.

в зависимости от переданного импульса, вычисленные при угле рассеяния  $\theta = 165^\circ$ . Область малых переданных импульсов ( $q < 0.5 \text{ Фм}^{-1}$ ) является наиболее предпочтительной для регистрации  $M_2$  твистовой коллективной моды, по сравнению с твистовыми модами высших мультипольностей [15]. Из наших оценок следует, что твистовые состояния более высокой мультипольности возбуждаются здесь с заметно меньшей интенсивностью. Примечательным является тот факт, что в области  $q \approx 1 \text{ Фм}^{-1}$ , где гексадекапольный

формфактор имеет первый максимум, квадрупольный отклик минимален. Похожая картина наблюдается и в области второго максимума функции  $|F_4^M(q)|^2$ . В работе [33] впервые была тщательно проанализирована возможность экспериментального отделения твистовой (орбитальной) компоненты  $M2$ -отклика от спиновой в  $(e, e')$ -рассеянии на том же ядре  $^{90}\text{Zr}$  и показано, что с этой точки зрения также область переданных импульсов ( $q < 0.5 \text{ Фм}^{-1}$ ) является предпочтительной. Рисунок 6 дает представление о виде  $|F_2^M(q)|^2$  в зависимости от угла рассеяния электронов с первоначальной энергией  $E = 40, 80, 120$  и  $200 \text{ МэВ}$ ; с ростом энергии налетающего электрона  $E$  дифракционный минимум смещается в сторону меньших углов. Отметим, что в тяжелых ядрах ожидается более заметное проявление твистового эффекта, чем в легких [15]. Ниже это подтверждается расчетами суммарных вероятностей возбуждения твистовых мод.

Вычисленные здесь переходные токовые плотности и формфакторы характеризуют вызванные налетающим электроном длинноволновые коллективные колебания нуклонов, приводящие к возбужденным состояниям с отличными от нуля магнитным мультипольными моментами и содержат информацию о макроскопическом распределении потока нуклонов. Сопоставление выводов макроскопических и микроскопических расчетов требует специальных комментариев. Следует признать, что оставаясь в рамках изложенной выше флюид-динамической модели магнитных возбуждений, строго говоря, не представляется возможным количественно выявить роль спинового вклада в механизм намагничивания ядра, поскольку макроскопическая плотность электрического тока не разделяется на конвекционную и спиновую компоненты, как того предписывает микроскопический подход. Более того, изложенная трактовка  $M\lambda$  ядерного отклика не затрагивает вопроса о распределении силы магнитного отклика по изоспиновым каналам. Ясно, что проблема доминантности спинового и конвекционного вкладов в  $M\lambda, T = 0$  отклик ядра находится в компетенции микроскопической теории коллективных ядерных возбуждений, основанной на оболочечной картине ядерной структуры. Обсуждению этих проблем посвящены работы [11, 34-36, 38, 39], в которых  $2^-$  коллективный отклик сферического ядра анализировался с микроскопической точки зрения. Мы уже упоминали две работы [11, 33], в которых проведено детальное теоретическое исследование экспериментальной возможности выделения вкладов спиновой и орбитальной компонент микроскопически вычисленной токовой переходной плотности  $M2$  состояний в сечении  $(e, e')$ -реакции. В [36] отмечается, что магнитный твистовый отклик, в смысле орбитальной доминантности, аналогичен  $1^+$  ножничной моде [46] в деформированных ядрах. Изучению распределения  $M2$  и  $M3$  силы в спектре деформированных ядер посвящены работы [47, 48], выполненные в рамках микроскопической квазичастиочно-фононной модели ядерных коллективных возбуждений [49]. Микроскопические особенности возбуждения магнитных состояний высокой мультипольности неупруго рассеянными электронами в тяжелых ядрах обсуждаются в работах [50, 51], в легких – в работе [52]. Что касается возбуждения в реакции неупругого рассеяния электронов именно магнитных твистовых мод высших мультипольностей, то представленные здесь результаты являются видимо первыми.

## 5. Суммарная приведенная вероятность возбуждения $M\lambda, T = 0$ резонансов. Магнитная осцилляторная сила

Рассчитываемую по формуле (4) коллективная приведенная вероятность возбуждения  $M\lambda, T = 0$  твистового резонанса мы сопоставляем с измеряемой в эксперименте сум-

марной приведенной вероятностью  $\sum B(M\lambda)$  переходов (см. таблицу 1). Согласно общепринятой в макроскопическом подходе точке зрения, именно с этой величиной имеет смысл сравнивать теоретические оценки для коллективной вероятности возбуждения.

Аналитическое выражение для суммарного твистового  $\sum B(M\lambda)$ -фактора имеет вид:

$$\sum B(M\lambda) = \frac{2\lambda(2\lambda+1)}{(\lambda+1)} \frac{Z^2 \omega_\lambda B_\lambda}{A^2 \hbar} \mu^2 \Phi_M^{2\lambda-2}. \quad (22)$$

В приближении резкого края, которое позволяет выделить явную зависимость  $\sum B(M\lambda)$  от атомного номера и массового числа, коллективная приведенная вероятность дается выражением:

$$\sum B(M\lambda) = \gamma_\lambda Z^2 A^{(2\lambda-4)/3} \mu^2 \text{fm}^{2\lambda-2}, \quad (23)$$

$$\text{где } \gamma_\lambda = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda(2\lambda+1)}{(\lambda+1)} \left[ \frac{(\lambda-1)}{5(2\lambda+3)} \right]^{1/2} (9\pi)^{1/3} r_0^{2\lambda-2}.$$

Используя определение магнитных единиц Вайскопфа  $B_W(M\lambda)$  [2], выражение для приведенных вероятностей твистовых мультипольных резонансов можно переписать в виде:

$$\sum B(M\lambda) = \kappa_\lambda \frac{Z^2}{A^{2/3}} B_W(M\lambda). \quad (24)$$

Численные значения коэффициентов  $\kappa_\lambda$  приведены в работе [14].

Вопрос о сравнении полученных коллективных вероятностей возбуждения  $M\lambda, T = 0$  резонансов с экспериментальными данными требует специальной оговорки, поскольку в реальных измерениях наблюдаемая магнитная сила расфрагментирована по довольно большому числу состояний. Например, по данным работы [38], в ядре  $^{90}\text{Zr}$  сила  $M2$  коллективных возбуждений распределена по 34 состояниям, локализованным в области энергии от 8 до 10 МэВ; центр этой силы находится в районе 9 МэВ.

На рисунке 3 построены коллективные приведенные вероятности  $M2$  и  $M3$  твистовых возбуждений как функции массового числа. Зависимость атомного номера от массового числа параметризовалась известной формулой  $Z = \frac{A}{2 + 0.015 A^{2/3}}$ , которая хорошо аппроксимирует расположение ядер вдоль дорожки  $\beta$ -стабильности. Символами на рисунке нанесены данные DALINAC [6, 7]. Видно, что теоретические предсказания для абсолютных значений  $B(M\lambda)$  оказываются несколько ниже экспериментальных. Это, по всей вероятности, объясняется тем, что в представленной модели механизм намагничивания ядра связывается с конвекционными колебаниями заряда и совершенно не учитывается вклад, связанный с наличием у нуклонов собственных магнитных моментов. Из наших расчетов можно заключить, что, например, в упомянутом выше эксперименте по неупругому рассеянию электронов на  $^{90}\text{Zr}$  не всем из 34 найденных состояний может быть приписана чисто орбитальная природа, т.е. в этой области имеется заметная концентрация  $M2$  силы спиновой природы. Этот факт уже отмечался многими авторами [11, 28, 34-38].

Еще одной важной интегральной мерой степени коллективности ядерного отклика является правило сумм. Правила сумм для магнитных возбуждений рассмотрены в работах [53, 54]. В макроскопическом подходе аналогом правила сумм является осцилляторная сила возбуждения [2]. Согласно нашим вычислениям, магнитная осцилляторная сила  $M\lambda$  изоскалярного резонанса дается оценкой

$$S(M\lambda) = \sum E(M\lambda) B(M\lambda) = \beta_\lambda Z^2 A^{(2\lambda-5)/3} \text{ МэВ} \cdot \mu^2 \Phi_M^{2\lambda-2}. \quad (25)$$



где  $\beta_2 = 30$ ,  $\beta_3 = 160$ ,  $\beta_4 = 560$ . Эти оценки оказываются несколько заниженными (на 10-30 %) по сравнению с данными DALINAC, приведенными в [6]. Это рассогласование мы приписываем отмеченному выше недостатку рассматриваемой здесь модели, а именно, что мы не учитываем вклад спинового магнетизма.

## 6. Заключение

В представленной работе мы рассматриваем флюид-динамическую модель возбуждения магнитных изоскалярных резонансов в реакции неупругого рассеяния электронов на большие углы. Основываясь на макроскопической картине ядерной структуры, согласно которой ядро моделируется спин- и изоспин-насыщенной ферми-системой с непрерывным распределением несжимаемого нуклонного вещества, мы приводим аналитические выводы и численные оценки основных интегральных характеристик магнитных изоскалярных резонансов, возбуждаемых в  $(e, e')$ -реакции. С общих позиций даются оценки положения центроидов энергий  $M\lambda, T = 0$  резонансов, суммарных приведенных вероятностей возбуждения и магнитной осцилляционной силы в зависимости от массового числа, атомного номера и мультипольного порядка возбуждения. Вычисления коллективных вероятностей и формфакторов проведены на основе коллективных переходных токовых плотностей мультипольных дифференциально-вращательных колебаний нуклонного потока. Эти переходные токовые плотности, как мы полагаем, могут быть использованы при обработке будущих экспериментов по возбуждению высокомультипольных магнитных резонансов: сопоставляя формы теоретических и извлекаемых из эксперимента формфакторов (см., например, [55]) можно будет судить о том, насколько предложенный твистовый механизм адекватен реально экспериментально наблюдаемым возбуждениям. Из сравнения теоретических предсказаний с немногочисленными экспериментальными данными по интегральным характеристикам коллективных  $2^-$  возбуждений, полученными в реакции неупругого рассеяния электронов, можно заключить, что главный концептуальный вывод ядерной флюид-динамики о том, что ядерная материя обладает свойствами упруго-подобного вещества находит качественное и количественное подтверждение в эксперименте.

Авторы благодарны В.О. Нестеренко, В.В. Воронову, Е.Б. Бальбуцеву, Л.А. Малову, В.Ю. Пономареву, А.И. Вдовину, Ж. Либери и Э.Х. Юлдашбаевой за обсуждение проблем, затронутых в данной статье, и критические комментарии. Нам приятно поблагодарить Д. Евсеева за помощь в подготовке рукописи.

## Литература

1. Rowe D.J. // Nuclear collective motion: models and theory. Methuen, London, 1970.
2. Bohr A. and Mottelson B. // Nuclear Structure. Benjamin, New York, 1970.
3. Соловьев В.Г. // Теория атомного ядра. Ядерные модели. М.: Энергоиздат, 1981.
4. Lindgren R.A., et al // Phys. Rev. C. 1976. V. 14. P. 1789.
5. Woodward C., Peterson G. // Phys. Rev. C. 1979. V. 20. P. 2437.

6. Richter A. // Proc. Dubna Int. School on Nucl. Structure, Д4-80-385, Dubna, 1980.
7. Richter A. // Prog. Part. Nucl. Phys. 1984. V. 13. P. 1.
8. Holzwarth G., Eckart G. // Z. Phys. A. 1977. V. 283. P. 219.
9. Bertsch G.F. // Ann. Phys. 1974. V. 86. P.138; Nucl. Phys. A. 1975. V. 249. P.253.
10. Holzwarth G. and Eckart G. // Nucl. Phys. A. 1979. V. 325. P. 1.
11. Schwesinger B., Pingel K. and Holzwarth G. // Nucl. Phys. A. 1982. V. 341. P. 1.
12. Providencia J.P., Holzwarth G. // Nucl. Phys. A. 1983. V. 398. P. 59.
13. Holzwarth G. // Density Functional Methods in Physics. (Ed. by R.M. Dreizler and J. da Providencia). Plenum Publishing Corporation, 1985. P. 381.
14. Bastrukov S.I. and Gudkov V.V. // Z. Phys. A. 1992. V. 341. P. 395.
15. Bastrukov S.I. and Molodtsova I.V. // Europhys. Lett. 1993. V. 22 (2). P. 85.
16. Бастрюков С.И., Молодцова И.В., Шилов В.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 1993. Т. 57 (10). С. 148; Int. J. Mod. Phys. E. 1993. V. 2. No. 4.
17. Шилов В.М., Молодцова И.В., Бастрюков С.И. // Краткие сообщения ОИЯИ. 1992. Т. 58 [7]. С. 1.
18. Bastrukov S.I., Misicu S. and Sushkov A.V. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 562. P. 191.
19. Bastrukov S.I. // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. No. 3.
20. Ring P. and Schuck P. // The Nuclear Many-Body Problem. Springer, Berlin, 1978.
21. Семенко С.Ф. // ЯФ. 1981. Т. 34. С. 356.
22. Wong C.Y. and Azziz A. // Phys. Rev. C. 1981. V. 24. P. 2290.
23. Hasse R.W., Ghosh G., Winter J. and Lumbrozo A. // Phys. Rev. C. 1982. V. 25. P. 2771.
24. Yukawa T. // Nucl. Phys. 1983, V. A403. P. 298.
25. Денисов В.Ю. // ЯФ. 1985. Т.42. С. 351.
26. da Providencia J. P. // J. Phys. 1987, V. G13. P. 481; Portugal. Phys., 1987, V. 18. P. 7.
27. Бальбуцев Е.Б., Пиперова И.В. // Изв. АН СССР. 1988. Т. 52. С. 2132.
28. Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В., Пиперова И.В. // ЯФ. 1991. Т. 53. С. 670.
29. Бастрюков С.И., Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В. и др. // ЯФ. 1991. Т. 54. С. 927.
30. Бальбуцев Е.Б., Бастрюков С.И., Михайлов И.Н. и др. // ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1264.

31. Бальбуцев Е.Б., Михайлов И.Н. // Коллективная Ядерная Динамика (под ред. Р.В. Джолоса) Л.: Наука, 1990. С. 3.
32. Баструков С.И., Бобрышев М.Л., Гудков В.В., Деак Ф., Сушков А.В. // Краткие сообщения ОИЯИ. 1990. Т. 45 [6]. С. 51.
33. Popomarev V.Yu. // J. Phys. G. 1984. V. 10. P. L177.
34. Cha D., Schwesinger B., Wambach J. and Speth J. // Nucl. Phys. A. 1984. V. 430. P. 321.
35. Dumitrescu T.S. and Suzuki Toru // Nucl. Phys. A. 1984. V. 423. P. 277.
36. Wambach J. // Rep. Prog. Phys. 1988. V. 51. P. 989.
37. Vdovin A. // New trends in nuclear physics. Proc. III Kiev Int. School on Nucl. Phys, Kiev, 1992. P. 145.
38. Meuer D., Hoffmann D.H., Richter A. et al // Nucl. Phys. A. 1980. V. 349. P. 309; Müller et al. Phys. Lett. B. 1982. V.113. P.362.
39. Tassie L.J. // Austr. J. Phys. 1956. V. 9. P. 407.
40. Heisenberg J., Blok H.P. // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1983. V. 33. P. 569.
41. Nix J.R., A.J. Sierk A.J. // Phys. Rev. C. 1980. V. 21, 396; Phys. Rev. C. 1982. V. 25. P. 1068.
42. Stringari S. // Ann. Phys. 1983. V. 151. P. 35; Lipparini E. and Stringari S. // Phys. Rep. 1989. V. 175. P. 105.
43. Di Toro M. and Russo G. // Z. Phys. A. 1989, V. 331. P. 381; Di Toro M. // Sov. J. Part. Nucl. V. 22. P. 185.
44. Коломиец В.М. // Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике. Киев: Наукова Думка, 1990.
45. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. // Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
46. Lo Iudeci N., Palumbo F. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41 P. 1532; Nucl. Phys. A. 1979. V. 326. P. 193.
47. Нестеренко В.О. // Сообщения ОИЯИ, P4-12513, Дубна, 1979.
48. Соловьев В.Г., Ширникова Н.Ю. // ЯФ. 1992. Т. 55, С. 2359; Nucl. Phys. A. 1992. V. 542. P. 410.
49. Соловьев В.Г. // Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Наука, 1989.
50. Popomarev V.Yu., Shilov V.M., Voronov V.V., Vdovin A.I. // Phys. Lett. B. 1980. V. 97. P. 131.

51. Пономарев В.Ю. // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 79.
52. Гончарова Н.Г. // ЭЧАЯ. 1992. Т. 23. С.1715.
53. Traini M. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. P.1535.
54. Providencia J.P. // J. Phys. G. 1986. V. 12. P.23.
55. Баструков С.И., Молодцова И.В., Шиллов В.М. // Тезисы 44 Международного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Санкт-Петербург, «Наука», 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 марта 1994 года.