

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P4-94-480

С.И.Баструков

АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ
КРУТИЛЬНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ТЯЖЕЛОГО СФЕРИЧЕСКОГО ЯДРА

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1994

1 Введение

Макроскопическое описание коллективной динамики нуклонов в процессе деления тяжелого ядра в рамках стандартной модели жидкой капли (МЖК) предполагает, что движения сплошной ядерной среды управляются уравнениями гидродинамики несжимаемой однородно заряженной невязкой жидкости. Частоты собственных электрокапиллярных сфероидальных колебаний, предсказываемых этой моделью, даются выражением (см., напр., [1, 2]):

$$\Omega_L^2 = \frac{\sigma}{mn_0 R^3} (L-1)(L+2) - \frac{8\pi Z^2 e^2 n_0 (L-1)}{3mA^2 (2L+1)}, \quad (1.1)$$

где $R = r_0 A^{1/3}$ – радиус ядра ($r_0 = 1,25$ фм), $n_0 = A/V = 3/(4\pi r_0^3)$ – плотность числа частиц в объеме ядра, m – масса нуклона ($m = m_p = 938,2796$ МэВ) и $\sigma = 0,857$ МэВ/фм² – коэффициент поверхностного натяжения (параметры взяты из [2]). Делительный процесс связывается с потерей стабильности квадрупольной сфероидальной моды. Полученный из условия устойчивости этой моды критерий делимости ядра является одним из главных предсказаний данной модели. Согласно этому критерию квадрупольная вибрационная конфигурация ядерной формы стабильна лишь для тех ядер, у которых отношение квадрата атомного номера Z к массовому числу A не превосходит некоторого критического значения $(Z^2/A)_{cr}$. Когда отношение квадрата атомного номера к массовому числу превосходит критическое отношение этих величин

$$\frac{Z^2}{A} \geq \left(\frac{Z^2}{A}\right)_{cr} = 49, \quad (1.2)$$

рассматриваемое колебание теряет устойчивость. Критерий делимости (1.2) вытекает из условия $\Omega_{2+} \leq 0$. Возникновение именно данной неустойчивости трактуется как первое указание на начало процесса развала ядра на два осколка. Несмотря на физическую прозрачность капельной модели, предсказываемая оценка (1.2) количественно не является адекватной в том смысле, что у реальных тяжелых ядер, для которых процесс деления является одним из предпочтительных каналов девозбуждений, отношение Z^2/A равно: ²³²Th – 34,9; ²³⁸U – 35,5; ²⁴⁴Cf – 39,3; ²⁴⁸Cf – 40,3. Из этих примеров видно, что для реальных ядер критическое отношение $(Z^2/A)_{cr} \sim 35$. Поэтому эмпирический критерий делимости ядра в результате дестабилизации квадрупольной

формы можно сформулировать как

$$\frac{Z^2}{A} \geq 35. \quad (1.3)$$

В работе [3] показано, что такая величина критического отношения может быть получена исходя из феноменологических (в такой же степени, как и МЖК) представлений о тяжелом ядре как о сферической макрочастице упругого однородно заряженного несжимаемого континуума. Мотивируя устойчивость равновесного состояния ядра аргументами, принятыми в ядерной модели жидкой капли (что позволяет сохранить тот же самый набор параметров, как и в МЖК), в [3] выводится иное, по сравнению с (1.1), выражение для собственных частот мультипольных сфероидальных колебаний:

$$\Omega_L^2 = \frac{4\sigma}{mn_0 R^3} (2L+1)(L-1) - \frac{8\pi Z^2 e^2 n_0 (3L+1)(L-1)}{3mA^2 (2L+1)}. \quad (1.4)$$

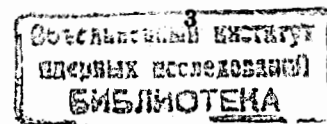
Соотношение (1.3) вытекает из условия $\Omega_{2+} \leq 0$. Точка обращения в ноль функции $\Omega_{2+} = \Omega_{2+}(A)$ позволяет судить о том, начиная с каких значений A можно ожидать деление в результате потери устойчивости квадрупольного сфероидального колебания. Вычисляя (1.1) и (1.4), пользуясь эмпирической зависимостью Z от A

$$Z = \frac{A}{2 + 0.015A^{2/3}}, \quad (1.5)$$

аппроксимирующей расположение ядер в долине β -стабильности, находим, что согласно МЖК потерю стабильности квадрупольной сфероидальной конфигурации можно ожидать для ядер с массовыми числами $A > 380$, тогда как по модели упругого шара – для ядер с $A > 230$. Видно, что предсказания, основанные на предположении об упругоподобном поведении ядерного континуума, количественно лучше согласуются с известными фактами об индуцированном ядерном делении.

Добавим, что адекватность трактовки макроскопической ядерной динамики в рамках концепции упругого ядерного вещества проверена в последнее десятилетие при описании систематики изоскалярных гигантских электрических [4-7] и магнитных [8, 9, 10] резонансов. Физический анализ причин упругоподобного отклика ядер дается в работах [11-14].

Основным отличительным признаком между вибрационной динамикой капли несжимаемой невязкой жидкости и шара несжимаемого идеально упругого материала является то, что вибрационный спектр капли характеризуется



лишь сфероидалными модами колебаний ее формы, в то время как спектр собственных колебаний шара описывается двумя ветвями сфероидалных и крутильных мод (полный спектр низкочастотных нерадиальных колебаний шара, вещество которого обладает свойствами идеально упругой среды, приведен в [15]).

Продолжая начатое в [3] сравнение ядерной динамики в моделях жидкой капли и упругого шара, в настоящей работе основное внимание мы уделим изучению динамики крутильных электроупругих колебаний сферического ядра. В разделе 2 приведены основные уравнения изучаемой модели и выведен спектр собственных частот крутильных электроупругих мод в зависимости от мультипольности, массового числа и атомного номера. В разделе 3 обсуждается возможность "крутильного" механизма ядерного деления (поперечно-сдвигового скалывания) в результате потери стабильности квадрупольного крутильного колебания и выводится критерий делимости тяжелого ядра в данном канале. В разделе 4 даны выводы.

2 Гамильтониан электроупругих колебаний ядра

Основные предположения, лежащие в основе изучаемой модели, состоят в следующем. Так же как и в стандартной модели жидкой капли предполагается, что устойчивость равновесной сферической формы ядра обусловлена тем, что деструктивное влияние электростатического отталкивания в объеме ядра стабилизируется ядерными силами, моделируемыми поверхностными напряжениями. Равновесное распределение электростатического электричества по объему ядра задается в терминах изотропного поля напряжений $P_{ij}(r < R) = P_v \delta_{ij}$, где

$$P_v(r) = \frac{2\pi}{3} \frac{Z^2 e^2}{A^2} n_0 (r^2 - R^2), \quad r < R. \quad (2.1)$$

На поверхности распределение напряжений также изотропно $P(r = R)_{ij} = P_s \delta_{ij}$ и параметризуется формулой Лапласа:

$$P_s = -\frac{2\sigma}{R}, \quad (2.2)$$

где коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = b_s / (4\pi r_0^2)$ берется из полумпирической массовой формулы [2]. Знак минус в (2.2) отражает направление действия ядерных сил. Видно, что определенные выше параметры равновесного состояния ядра P_v и P_s содержат те же константы, что и в МЖК.

Подробное описание динамических уравнений модели изложено в [3, 8], поэтому здесь мы ограничимся лишь основными формулами, необходимыми для вычисления колебательного спектра. Возмущение равновесного состояния приводит к появлению осцилляций заряженного потока, поле скорости которого представляется в виде

$$\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}(\mathbf{r}) \dot{\alpha}(t), \quad (2.3)$$

где $\alpha(t) = \alpha_0 \sin \Omega t$ – амплитуда колебаний и $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ – поле мгновенных смещений, которое (равно как и поле скорости) подчиняется векторному уравнению Лапласа

$$\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}) = 0, \quad \text{div} \mathbf{a}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.4)$$

Условие соленоидальности поля смещений отражает свойство несжимаемости ядерной среды. Параметры инерции J_L и жесткости K_L , входящие в гамильтониан электроупругих колебаний

$$H = \frac{J_L \dot{\alpha}_L^2}{2} + \frac{K_L \alpha_L^2}{2}, \quad (2.5)$$

даются следующими аналитическими выражениями [3]:

$$J_L = \int_V \rho_0 a_i^L a_i^L d\tau, \quad (2.6)$$

$$K_L = \frac{1}{2} \int_V P_v \left(\frac{\partial a_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau - \oint_S P_s \left(\frac{\partial a_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^L}{\partial x_i} \right) a_j^L d\sigma_i + \oint_S \left(\frac{Ze}{A} n_0 \phi^L - a_j^L \frac{\partial P_v}{\partial x_j} \right) a_i^L d\sigma_i. \quad (2.7)$$

Функция

$$\phi^L = \frac{4\pi}{2L+1} \frac{Ze}{A} n_0 R^2 P_L(\cos \theta) \quad (2.8)$$

определяет мультипольные флуктуации кулоновского потенциала на поверхности ядра [3].

Полоидальное решение уравнения (2.4)

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{1}{L(L+1)R^{L-2}} \text{rot rot } \mathbf{r} r^L P_L(\cos \theta) = \frac{1}{LR^{L-2}} \nabla r^L P_L(\cos \theta), \quad (2.9)$$

соответствующее сфероидальным колебаниям, будучи подставлено в (2.6) и (2.8), приводит к спектру (1.4). Здесь и ниже через $P_L(\cos \theta)$ обозначены полиномы Лежандра. Природа сфероидальных электроупругих вибрационных ядерных мод аналогична модам электрокапиллярных колебаний жидкой капли в том смысле, что сфероидальные колебания ответственны за состояния электрического типа, т.е. возбуждения, характеризуемые отличными от нуля значениями электрических мультипольных моментов. В следующем разделе анализируется тороидальное решение уравнения (2.4), соответствующее крутильным ядерным колебаниям. Эти возбуждения возникают только благодаря предполагаемой упругости ядерной сплошной среды и классифицируются как состояния магнитного типа.

3 Крутильные электроупругие колебания сферического ядра

Тороидальное решение векторного уравнения Лапласа (2.4) в системе с фиксированной полярной осью имеет вид [15]:

$$\mathbf{a}^L = \frac{1}{LR^{L-1}} \text{rot } \mathbf{r} r^L P_L(\cos \theta). \quad (3.1)$$

Поле скорости, соответствующее смещениям (3.1), может быть представлено следующим образом:

$$\delta \mathbf{V} = [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}], \quad \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{LR^{L-1}} \nabla r^L P_L(\cos \theta) \dot{\alpha}(t), \quad (3.2)$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ – векторное поле угловой скорости сдвиговых вращательных колебаний вокруг полярной оси z . Амплитуда $\alpha(t)$ в геометрическом смысле представляет собой физически бесконечно малый азимутальный угол закручивания потока вокруг полярной оси. Подставляя (3.1) в (2.6), получаем параметр

крутильной инерции ядра в виде

$$J_L = 3MR^{L+1} \frac{(L+1)}{(2L+1)(2L+3)}. \quad (3.3)$$

Легко убедиться, что при $L = 1$ поле скорости (3.1) соответствует твердотельному вращению с моментом инерции однородного шара $J_1 = \frac{2}{5}MR^2$, как это следует из (3.3).

Вычисление интегралов, определяющих крутильную жесткость колебаний, приводит к выражению

$$K_L = 8\pi\sigma R^{2(L-1)} \frac{(L^2-1)}{L(2L+1)} - \frac{16}{3}\pi^2 \left(\frac{Ze}{A}\right)^2 n_0^2 R^{2L+1} \frac{(L^2-1)}{L(2L+1)(2L+3)}. \quad (3.4)$$

Отметим, что последний поверхностный интеграл в формуле (2.8) не дает вклада в жесткость поперечно-сдвиговых осцилляций ядра. Из (3.4) следует, что при возбуждении дипольного тороидального поля смещений восстанавливающая сила ($F = K_L \alpha_L$) обращается в ноль. В этом случае ядро вовлекается в состояние твердотельного вращения вокруг оси z с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega} = \dot{\alpha} \mathbf{e}_z$.

Полный спектр крутильных мультипольных колебаний ядра в изучаемой модели имеет вид:

$$\Omega_L^2 = \frac{2\sigma}{mn_0 R^3} (2L+3)(L-1) - \frac{4\pi Z^2 e^2 n_0}{3mA^2} (L-1). \quad (3.5)$$

Таким образом, мультипольность энергетически нижайшего поперечно-сдвигового колебания $L = 2$.

Крутильные колебания сопровождаются намагничиванием ядра в том смысле, что порождают состояния магнитного типа – возбуждения с отличным от нуля магнитным мультипольным моментом. Сила (вероятность) возбуждения таких колебаний $B(M_L)$ определяется как среднее по периоду от квадрата возбуждаемого магнитного мультипольного момента M_L :

$$M_L = \frac{-1}{c(L+1)} \int \mathbf{j} [\mathbf{r} \times \nabla] r^L P_L(\cos \theta) d\mathbf{r}. \quad (3.6)$$

Видно, что возникновение этого момента обусловлено осцилляциями плотности тока $\mathbf{j} = Ze/A n_0 \delta \mathbf{V}$. Окончательное выражение для вероятности имеет

вид [9]:

$$B(M_L) = \langle |M_L|^2 \rangle_t = \frac{2L(L+1)}{L+1} \frac{Z^2 J_L}{A^2 \hbar} \Omega_L. \quad (3.7)$$

Рассмотрим подробнее случай квадрупольной крутильной моды. При возбуждении квадрупольного тороидального поля смещений "северное" и "южное" полушария совершают в противофазе сдвиговые колебательные движения. Такие колебания должны сопровождаться магнитным квадрупольным излучением, интенсивность которого оценивается выражением (3.7). Стабильность данного колебания обеспечивается при $C_2 > 0$. Однако при обращении в ноль этого коэффициента (восстанавливающей силы) можно предположить, что неконтролируемый уже гамильтонианом (2.5) процесс поперечного сдвига может привести к развалу ядра на два осколка посредством поперечно-сдвигового скалывания. Начало предполагаемого крутильного механизма деления ядра можно (как и в случае деления посредством квадрупольной деформации формы) охарактеризовать потерей стабильности квадрупольного крутильного колебания. Обращение в ноль частоты крутильного квадрупольного колебания $\Omega_2 = 0$ приводит к следующему значению критического отношения:

$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{cr} = \frac{56 \pi \sigma \tau_0^3}{3 e^2} = 69. \quad (3.8)$$

Численные оценки параметров, входящих в (3.8), приведены выше.

4 Выводы

В данной работе рассмотрена модель крутильных электроупругих ядерных колебаний, характерной особенностью которых является то, что они сопровождаются магнитным излучением, обусловленным периодическим (с частотой колебаний) намагничиванием ядра. Получен спектр собственных частот магнитных крутильных мод в зависимости от мультипольности, массового числа и атомного номера (формула (3.5)). Приводится аналитическое выражение для силы электромагнитного возбуждения этих мод (формула (3.7)).

Основное внимание уделяется квадрупольному крутильному колебанию, при возбуждении которого оба полушария ядра совершают в противофазе вращательные поперечно-сдвиговые осцилляции (ядерный твист). Цель обсуждаемой модели состояла в проверке предположения о возможности деления ядра

в результате дестабилизации квадрупольного крутильного колебания. Суть этого предположения состоит в том, что потеря стабильности данного колебания может привести к поперечно-сдвиговому скалыванию ядра на два осколка. Проведенный анализ позволяет отметить следующее. Из условия потери стабильности квадрупольной крутильной моды получен критический параметр поперечно-сдвигового механизма деления $(Z^2/A)_{cr} = 69$. Следуя трактовке критерия ядерной делимости, принятой в модели жидкой капли (согласно которому деление возможно для ядер с Z и A , удовлетворяющими неравенству $(Z^2/A) > (Z^2/A)_{cr}$), из найденного условия (3.8) можно заключить, что рассмотренный крутильный механизм индуцированного деления тяжелого ядра не может реализоваться при возбуждении известных к настоящему времени нуклидов. Для самых тяжелых актинидов максимальное значение отношения квадрата заряда к массе не превосходит 43.

Мы полагаем, однако, что приведенные здесь рассуждения могут оказаться полезными при анализе развала составного ядра, образующегося в результате полного или частичного слияния тяжелых ядер. Одним из указаний на крутильный механизм развала составного ядра явилось бы то, что предделительная стадия этого процесса сопровождалась бы магнитным квадрупольным излучением. Другим указанием на то, что развал ядра произошел именно посредством поперечно-сдвигового скалывания, явилось бы вращение разлетающихся осколков. Причем направление угловых моментов осколков должно бы быть взаимно противоположным. Если равновесная форма хотя бы одного из остаточных ядер оказалась бы деформированной, то его девозбуждение в основное состояние происходило бы по одной из вращательных полос. В этом состоят, пожалуй, самые общие признаки предполагаемого механизма развала составного ядра. Более конкретное обсуждение ядерного деления на основе изучаемой модели упругого шара имеет смысл только после оценок величины барьера деления.

Автор признателен В.Святецкому, И.Молодцовой, Г.Краппе и В.Шилову за обсуждение ряда вопросов, затронутых в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Wilets L.*// Theories of Nuclear Fission, Clarendon, London, 1964.
- [2] *Bohr A., Mottelson B.*// Nuclear Structure, Benjamin, New York, 1970.
- [3] *Баструков С.И., Молодцова И.В., Юлдашбаева Э.Х.*// ЯФ. 1994. Т.57. С.1245.
- [4] *Nix J.R., Sierk A.J.*// Phys. Rev. 1980. V.C21. P.396.
- [5] *Di Toro M., Russo G.*// Z. Phys. 1989. V. A331. P.395; *Di Toro M.*// Sov. J. Part. Nucl. 1990. V.22. P.185.
- [6] *Бальбуцев Е.Б., Михайлов И.Н.*// в кн: Коллективная ядерная динамика. (ред. Р.В. Джолос) Наука. Ленинград. 1990, С.3.
- [7] *Kolomietz V.M., Magner A.G., Plujko V.V.*// Z. Phys. 1993. V.A345. P.131; *ibid* P.137.
- [8] *Bastrukov S.I., Gudkov V.V.*// Z. Phys. 1992. V. A341. P.395.
- [9] *Bastrukov S.I., Molodtsova I.V., Shilov V.M.*// Phys. Scripta. 1995. V.51. P.54.
- [10] *Баструков С.И., Молодцова И.В.*// ЭЧАЯ. 1995. V.26. С.415.
- [11] *Bertsch G.F.*// Ann. Phys. 1974. V.86. P.138; Nucl. Phys. 1975, V.A249. P.253.
- [12] *Nörenberg W.*// in: Nuclear Dynamics (ed. P.J. Brussard and J.H. Koch) Plenum Press, New York, 1986.
- [13] *Swiatecki W.*// Nucl. Phys. 1989. V.A249. P.253.
- [14] *Коломиец В.М.*// Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике. Наукова Думка, Киев, 1990.
- [15] *Bastrukov S.I.*// Phys. Rev. 1994. V.E49. P.3166.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 декабря 1994 года.