объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-94-452

И.В.Амирханов, Т.З.Насыров*,
В.Н.Первушин, Н.А.Сариков

# СПЕКТР МАСС И КОНСТАНТЫ ЛЕПТОННЫХ РАСПАДОВ МЕЗОНОВ И ИХ РАДИАЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В КХД-ИНСПИРИРОВАННОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

*Институт ядерной физики АН РУз, Ташкент

1994

Амирханов И.В. и др. Р4-94-452

Спектр масс и константы лептонных распадов мезонов и их радиальных возбуждений в КХД-инспирированной потенциальной модели

В рамках КХД-инспирированной потенциальной модели вычислены массы и константы лептонных распадов мезонов и их радиально возбужденных состояний. Получены численные решения уравнений Швингера—Дайсона и Бете—Салпитера с потенциалом гармонического осциллятора и кулоновского взаимодействия кварков. Показано, что если в уравнении Швингера—Дайсона произвести регуляризацию с помощью специально выбранной функции, то можно получить качественное описание спектра масс псевдоскалярных, векторных, аксиально-векторных и скалярных мезонов и их радиально возбужденных состояний, а также констант лептонного распада основных и радиально возбужденных состояний псевдоскалярных мезонов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1994

Перевод авторов

Amirkhanov I.V. et al. P4-94-452

The Masses and Leptonic Decay Constants of Mesons and Their Radially Excited States of the QCD-Inspired Potential Model

The masses and leptonic decay constants of mesons and their radially excited states are calculated in the framework of the QCD inspired potential model. The numerical solutions of the Schwinger—Dyson and Bethe—Salpeter equations with the harmonic oscillator potential and Coulomb interaction are obtained. It is shown that by regularization of the Schwinger—Dyson equation with the specially chosen functions one can describe on the qualitative level the mass spectrum of pseudoscalar, vector, axial-vector and scalar mesons as well as the leptonic decay constants of the ground and radially excited states of pseudoscalar mesons.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1994

## 1. Введение

В последнее время достигнут значительный прогресс в систематике мезонов с помощью потенциальных моделей, благодаря теоретико-полевой формулировке потенциальной модели на основании эффективного гамильтониана КХД [1-3]. В такой КХД - инспирированной потенциальной модели мезон описывается по аналогии с атомом в КЭД, где связанное состояние обусловлено статическим (кулоновским) взаимодействием. Для задачи спектроскопии мезонов в таком подходе был использован эффективный гамильтониан КХД в кулоновской калибровке, интегрированный по глюонным степеням свободы, который содержит четырехкварковое взаимодействие с феноменологическим потенциалом. КХД - инспирированная потенциальная модель в области тяжелых кварков переходит в нерелятивистскую потенциальную модель с уравнением Шредингера для кваркониев (мезонов). В области же легких кварков модель приводит к системе уравнений Швингера – Дайсона (ШД) для собственной энергии кварка и Бете – Салпитера (БС) для спектра связанных состояний кварков. Центральной проблемой в этом подходе является определение вида потенциала, позволяющего единым образом описать спектры всех мезонов как связанные состояния кварка и антикварка.

В работах [1-3] было показано, что КХД – инспирированная потенциальная модель для безмассовых кварков с кирально инвариантным феноменологическим потенциалом, определенным из спектроскопии тяжелых кваркониев в пределе больших расстояний, приводит к спонтанному нарушению киральной симметрии. В рамках этой модели в приближении гармонического осциллятора для потенциала (как более простое, чем приближение "реалистичного" линейно растущего потенциала) был воспроизведен широкий спектр легких мезонов, в том числе $(\pi - \rho)$ - расщепление без добавления в потенциал члена спин-спинового взаимодействия [2]. В то же время, для константы лептонного распада $(f_\pi)$ эта модель дает результат значительно ниже, чем экспериментальное значение. Попытки поднять значение $f_\pi$ до экспериментального за счет взаимодействия на малых расстояниях с помощью кулоновского потенциала и конечной массы токовых кварков [3,4] не имели успеха.

Для воспроизведения экспериментального значения $f_\pi$ в работах [5,6] предложена модификация уравнения ШД. Она заключается во введении в уравнение ШД некоторой функции, удовлетворяющей физическим граничным условиям задачи. Главной целю такой модификации является создание теоретического инструмента для единого качественного описания спектра и констант лептонных распадов всех мезонов, в том числе пиона. На примере потенциала Гаусса и гармонического осциллятора авторами этих работ было показано, что путем введения в уравнение ШД функций вычитания можно добиться одновременного воспроизведения экспериментальных значений массы и константы лептонного распада пиона. Такое единое описание спектра и констант



распада других псевдоскалярных мезонов и их радиальных возбуждений было получено в случае осцилляторного потенциала[6].

Целью настоящей работы является описание спектра и констант лептонных распадов мезонов и их радиальных возбуждений с использованием модификации уравнения ШД, предложенный в [6], и добавлением к осцилляторному потенциалу кулоновского взаимодействия.

Работа изложена следующим образом. В разделе 2 сформулирована краевая задача для уравнения ШД и описана схема модификации этого уравнения с потенциалом гармонического осциллятора и кулоновского взаимодействия. В разделе 3 изложена краевая задача для уравнения БС для псевдоскалярных, векторных, аксиально - векторных и скалярных мезонов и условие нормировки собственных функций уравнения, а также дано определение константы лептонного распада мезонов. В разделе 4 анализируется полученные численные результаты. Громоздкие формулы приведены в приложении А.

## 2. Уравнение Швингера – Дайсона

Основные положения и уравнения КХД - инспирированной потенциальной модели подробно изложены в [1-3,7]. Поэтому в настоящей работе приводим только те формулы, которые будут использованы для решения рассматриваемой проблемы. Уравнение ШД для произвольного потенциала можно представить в следующем виде [7]:

$$E(p)\sin\varphi(p) = m_0 + \frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathrm{q}}{(2\pi)^3} V(|\mathrm{p}-\mathrm{q}|)\sin\varphi(q)$$
$$E(p)\cos\varphi(p) = p + \frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathrm{q}}{(2\pi)^3} V(|\mathrm{p}-\mathrm{q}|)\xi\cos\varphi(q), \quad (1)$$

где интегрирование ведется в трехмерном пространстве координат импульса $\mathbf{q}$, $\xi = \hat{p}\hat{q}$, $\hat{p} = p/|p|$; $m_0$ – токовая масса кварка, зависимостью от импульса которой пренебрегается. Система уравнений решается относительно функции $\varphi(p)$ и энергии кварка $E(p)$ как функций, зависящих только от $p = |p|$.

После интегрирования по углам $d\Omega_{\mathrm{q}}$ уравнение (1) принимает вид

$$E(p)\sin\varphi(p) = m_0 + \tfrac{1}{2}I_1(p),$$
$$E(p)\cos\varphi(p) = p + \tfrac{1}{2}I_2(p), \quad (2)$$

где

$$I_1(p) = \int dq V_1(p,q)\sin\varphi(q),$$
$$I_2(p) = \int dq V_2(p,q)\cos\varphi(q), \quad (3)$$

$$V_1(p,q) = \frac{q^2}{(2\pi)^3}\int d\Omega_{\mathrm{q}} V(|\mathrm{p}-\mathrm{q}|),$$
$$V_2(p,q) = \frac{q^2}{(2\pi)^3}\int d\Omega_{\mathrm{q}} V(|\mathrm{p}-\mathrm{q}|)\xi. \quad (4)$$

Для решения системы уравнений (2) удобно ее привести к следующему виду:

$$2m_0\cos\varphi(p) - 2p\sin\varphi(p) + I_1(p)\cos\varphi(p) - I_2(p)\sin\varphi(p) = 0, \quad (5)$$

$$E(p) = \left(m_0 + \frac{1}{2}I_1(p)\right)\sin\varphi(p) + \left(p + \frac{1}{2}I_2(p)\right)\cos\varphi(p). \quad (6)$$



Решения этих уравнений зависят от явного вида потенциала и граничных условий. В настоящей работе используется следующий вид потенциала [2,3]:

$$V(|\mathbf{p}-\mathbf{q}|) = \frac{4}{3}\left((2\pi)^3 V_0 \Delta_{\mathbf{q}}\delta^3(\mathbf{p}-\mathbf{q}) + \frac{4\pi\alpha_s}{|\mathbf{p}-\mathbf{q}|^2}\right), \quad (7)$$

где $V_0$ и $\alpha_s$ – постоянные осцилляторного и кулоновского взаимодействия, соответственно. Предполагается, что они не зависят от полного импульса $(p+q)$, цвета и аромата кварка.

С учетом (7) уравнение (5) перепишем в следующем виде:

$$F = F_1 + F_2 = 0, \quad (8)$$

где

$$F_1 = \varphi''(p) + \frac{2}{p}\varphi'(p) + \frac{\sin 2\varphi(p)}{p^2} + 2m_0\cos\varphi(p) - 2p\sin\varphi(p), \quad (9)$$

$$F_2 = I_1(p)\cos\varphi(p) - I_2\sin\varphi(p), \quad (10)$$

где

$$I_1(p) = \int dq \frac{q}{p} V_1(p,q)\sin\varphi(q),$$
$$I_2(p) = \int dq \frac{q}{p} V_2(p,q)\cos\varphi(q), \quad (11)$$

Явный вид функций $V_1(p,q)$ и $V_2(p,q)$ приведен в приложении А. Искомая функция $\varphi(p)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\varphi(0) = \frac{\pi}{2}, \qquad \varphi(p) \xrightarrow[p\to\infty]{} \frac{m_0}{\sqrt{p^2+m_0{}^2}}. \quad (12)$$

Как известно, уравнения с осцилляторным потенциалам не имеют расходимостей, тогда как кулоновский потенциал приводит к УФ - расходимостям. Для устранения этих расходимостей обычно используется пертурбативный метод регуляризации, согласно которому в уравнение вводятся величины, сокращающие расходимости в пределе бесконечно больших значений импульса кварка ($p \to \infty$).

В данной работе уравнения ШД модифицируем следующим образом:

$$\begin{aligned} I_1(p) &\to I_1(p) - I_{11}(p), \\ I_2(p) &\to I_2(p) - I_{22}(p), \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$I_{11}(p) = \frac{\alpha_s}{\pi} \int dq V_1(p,q) \frac{m_0}{\sqrt{{m_0}^2 + q^2}}, \tag{14}$$

$$I_{22}(p) = \frac{\alpha_s}{\pi} \int dq V_2(p,q) \frac{q}{\sqrt{{m_0}^2 + q^2}} + p \exp(-\sigma p); \tag{15}$$

где $\sigma$ - свободный параметр. Функция $I_{11}(p)$ и первое слагаемое функции $I_{22}(p)$ введены для устранения УФ - расходимостей.

Решения краевой задачи для уравнения ШД зависят от параметров $m_0, V_0, \alpha$ и $\sigma$. Эти параметры фиксируются путем фитирования собственных значений уравнения БС к экспериментальным значениям масс основных состояний мезонов. Все остальные физические величины (константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов, массы радиально возбужденных состояний мезонов и т.п.) являются вычисляемыми, т.е. предсказаниями модели.



## 3. Уравнение Бете – Салпитера

Уравнение БС с потенциалом (7) для псевдоскалярных, векторных, скалярных и аксиально - векторных мезонов можно записать в следующем виде:

$$\chi''(p) + \hat{W}_1(p)\chi(p) + \hat{M}\chi(p) + \int_0^\infty dq \hat{W}_2(p,q)\chi(q) = 0, \tag{16}$$

где $\chi(p)$ – вектор, а $\hat{M}$, $\hat{W}_1(p)$ и $\hat{W}_2(p,q)$ – матрицы, явный вид которых приведен в Приложении А. Величины $\chi(p)$ и $M$ соответствуют волновым функциям и массам мезонов.

Матричное уравнение (16) удовлетворяет следующим граничным условиям и условию нормировки:

$$\chi(0) = \chi(\infty) = 0; \tag{17}$$

$$\int_0^\infty dp \chi^T(p)\chi(p) = 1. \tag{18}$$

Описание мезонов как связанных состояний пары кварк - антикварк сводится к решению краевой задачи для систем интегро-дифференциальных уравнений (16) с граничными условиями (17) и условием нормировки (18).

Используя решения этой задачи, можно вычислить константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов согласно следующей формуле [7]:

$$F_M = \frac{4N_c}{M} \frac{1}{(2\pi)^3} \sqrt{4\pi} \int_0^\infty dp {U_2}^0(p) \sin(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}) \tag{19}$$

где ${U_2}^0(p)$ – компонента волновой функции псевдоскалярного мезона (см. Приложение А).

## 4. Численные результаты и заключение

Решения модифицированного уравнения ШД с вычитанием (13) и уравнения БС получены с помощью численного метода НАМН [8].

Точность полученного решения с помощью разностной схемы исследована путем расчетов на последовательности сгущающихся сеток. Проводя численные эксперименты на трех сгущающихся сетках, убедились в сходимости разностных решений.

Значения параметров ($m_0, V_0, \alpha_s$ и $\sigma$) были определены путем фитирования собственных значений уравнения БС к экспериментальным значениям масс мезонов. Наилучшее фитирование достигнуто при следующих значениях параметров:

$$V_0 = 505 \text{ МэВ}; \qquad \alpha_s = 0.2; \qquad \sigma = 220 \text{ МэВ}^{-1};$$

$$m_{0_{u,d}} = 2.6 \text{ МэВ}; \; m_{0_s} = 73 \text{ МэВ};$$

$$m_{0_c} = 1237 \text{ МэВ}; \; m_{0_b} = 4681 \text{МэВ}.$$

Эти значения параметров незначительно отличаются от значений,полученных в случае чисто осцилляторного потенциала [6].

На рисунках 1 - 2 представлены решения уравнения БС на собственные функции $U_1{}^0(p)$ и $U_2{}^0(p)$, соответствующие волновым функциям $\pi, K, D$ и $B$ мезонов.

Уравнение БС имеет также узловые решения, которые отождествляются радиально возбужденными состояниями мезонов. Следует отметить, что решения для этих состояний определяются теми же параметрами, которые входят в решения для основных состояний мезонов. Кривые собственных функций для первых радиально возбужденных состояний $\pi^-, K^-, D^-$ и $B^-$ мезонов изображены на рисунках 3 - 4.

Собственные значения уравнения БС и константы лептонных распадов мезонов и их радиально возбужденных состояний приведены в таблицах 1-5.

Из таблиц видно, что теоретические оценки масс радиально возбужденных состояний так же, как в случае чисто осцилляторного потенциала, примерно в 1,5 раза превышают известные экспериментальные значения [9]. Однако, следует отметить,что оценка для массы радиального возбуждения пиона близка к недавнему экспериментальному результату, полученному в [10]. Возможно, более точное описание спектра мезонов получится с использованием вместо осцилляторного линейно растущего потенциала и бегущей константы связи кулоновского потенциала с соответствующим выбором схемы регуляризации. На такую возможность, в частности, указывает работа [11], где с помощью уравнения Салпитера описан спектр всех мезонов, за исключением пиона и каона. Именно для этих мезонов существен эффект спонтанного нарушения киральной симметрии, для учета которой вместе с уравнением Салпитера надо решать уравнения ШД. Эти проблемы являются предметом наших дальнейших исследований.

Авторы благодарят А.М. Зайцева, И.В. Пузынина, Э.А. Кураева, Т.П. Пузынину, Е.В. Земляную и Т.А. Стриж за полезные обсуждения.

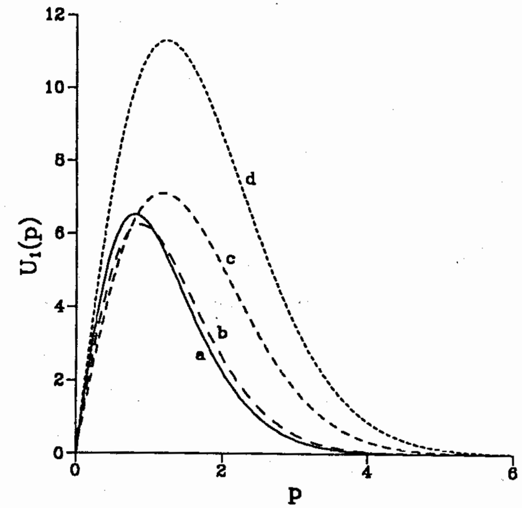


Рис. 1. Решения уравнения БС на собственные функции $U_1(p)$: a)для $\pi$–мезона; b)для $K$- мезона; c)для $D$–мезона и d) для $B$–мезона.

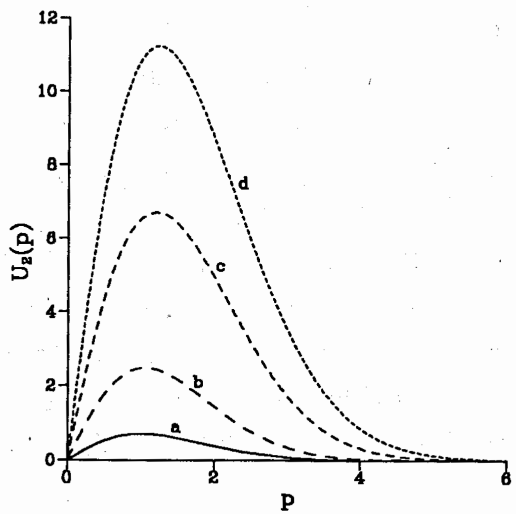


Рис. 2. Решения уравнения БС на собственные функции $U_2(p)$: a)для $\pi$–мезона; b)для $K$–мезона; c)для $D$–мезона и d) для $B$-мезона.



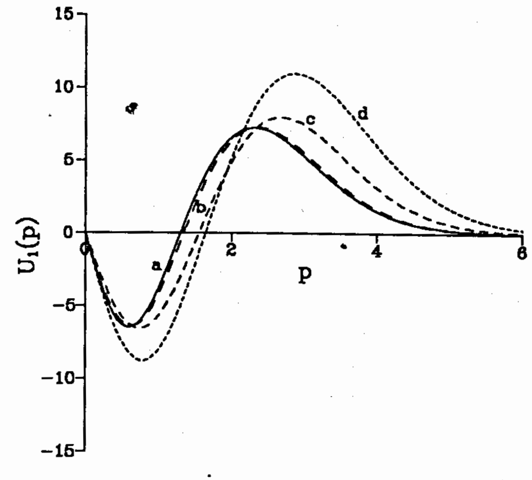


Рис. 3. Одноузловые решения уравнения БС $U_1(p)$: a)для $\pi$–мезона; b)для $K$–мезона; c)для $D$–мезона и d) для $B$–мезона.

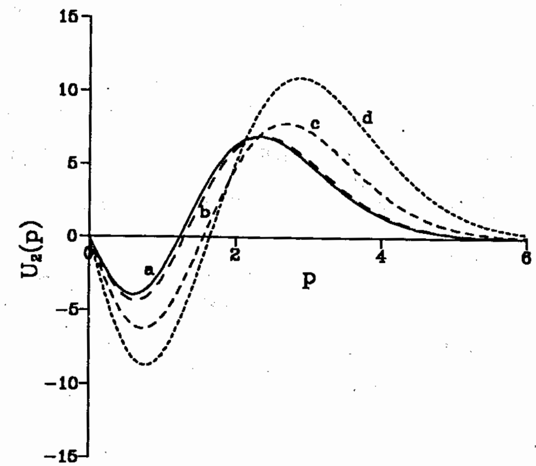


Рис. 4. Одноузловые решения уравнения БС $U_2(p)$: a)для $\pi$–мезона; b)для $K$–мезона; c)для $D$–мезона и d) для $B$–мезона.

Таблица 1. Значения масс псевдоскалярных мезонов и их радиально возбужденных состояний (в МэВ)

| Связанное состояние | Основное состояние | | 1-ое радиальное возбуждение | | 2-ое радиальное возбуждение | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | теория | эксп. | теория | эксп. | теория | эксп. |
| $\pi$ | 138 | 138 | 2093 | 1300 | 3375 | 1770 |
| $K$ | 493 | 493 | 2158 | 1460 | 3418 | 1830 |
| $D$ | 1869 | 1869 | 3054 | | 4144 | |
| $D_s$ | 1900 | 1968 | 3086 | | 4170 | |
| $B$ | 5270 | 5270 | 6295 | | 7216 | |
| $B_s$ | 5295 | | 6321 | | 7238 | |
| $B_c$ | 6207 | | 7045 | | 7847 | |

Таблица 2. Массы скалярных $(0^+)$-мезонов и их радиальных возбуждений (в МэВ)

| Связанное состояние | Основное состояние | | 1-ое радиальное возбуждение | | 2-ое радиальное возбуждение | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | теория | эксп. | теория | эксп. | теория | эксп. |
| $a_0$ | 1029 | 980 | 2516 | | 3748 | |
| $K_0^*$ | 1119 | 1350 | 2577 | 1430 | 3796 | 1950 |
| $D_0^*$ | 2231 | 2440 | 3420 | | 4498 | |
| $D_{s0}^*$ | 2301 | | 3480 | | 4550 | |
| $B_0^*$ | 5589 | | 6601 | | 7511 | |
| $B_{s0}^*$ | 5651 | | 6654 | | 7557 | |
| $B_{c0}^*$ | 6606 | | 7430 | | 8223 | |



Таблица 3. Массы аксиально-векторных $(1^+)$-мезонов и их радиальных возбуждений (в МэВ)

| Связанное состояние | Основное состояние | | 1-ое радиальное возбуждение | | 2-ое радиальное возбуждение | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | теория | эксп. | теория | эксп. | теория | эксп. |
| $a_1$ | 1317 | 1260 | 2696 | | 3887 | |
| $K_1$ | 1369 | 1270 | 2739 | 1400 | 3922 | 1650 |
| $D_1$ | 2398 | 2420 | 3544 | | 4599 | |
| $D_{s1}$ | 2432 | 2536 | 3578 | | 4630 | |
| $B_1$ | 5744 | | 6712 | | 7603 | |
| $B_{s1}$ | 5772 | | 6743 | | 7630 | |
| $B_{c1}$ | 6624 | | 7448 | | 8240 | |
| $\chi_{b1}$ | 9843 | 9890 | 10480 | 10255 | 11110 | |

Таблица 4. Массы векторных $(1^-)$-мезонов и их радиальных возбуждений (в МэВ)

| Связанное состояние | Основное состояние | | 1-ое радиальное возбуждение | | 2-ое радиальное возбуждение | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | теория | эксп. | теория | эксп. | теория | эксп. |
| $\rho$ | 770 | 770 | 1665 | 1450 | 2229 | 1700 |
| $K^*$ | 822 | 892 | 1722 | 1410 | 2259 | 1680 |
| $D^*$ | 1911 | 2010 | 2694 | | 3060 | |
| $D_s^*$ | 1942 | 2110 | 2729 | | 3090 | |
| $J/\Psi$ | 2933 | 3097 | 3543 | 3685 | 3861 | 3770 |
| $B^*$ | 5310 | 5325 | 5978 | | 6292 | |
| $B_s^*$ | 5336 | | 6005 | | 6317 | |
| $B_c^*$ | 6260 | | 6873 | | 7024 | |
| $\Upsilon$ | 9550 | 9460 | | 10023 | | 10355 |

Таблица 5. Константы лептонных распадов псевдоскалярных $(0^-)$-мезонов и их радиальных возбуждений (в МэВ)

| Константа распада | Для основного состояния | | Для 1-го радиального возбуждения | | Для 2-го радиального возбуждения | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | теория | эксп. | теория | эксп. | теория | эксп. |
| $f_\pi$ | 131 | 132 | 1.5 | | 1 | |
| $f_K$ | 169 | 166 | 22 | | 13 | |
| $f_D$ | 330 | <310 | 225 | | 177 | |
| $f_{D_s}$ | 360 | | 237 | | 187 | |
| $f_B$ | 268 | | 277 | | 309 | |
| $f_{B_s}$ | 287 | | 299 | | 316 | |
| $f_{B_c}$ | 432 | | 467 | | 405 | |

## Приложение А

Матрицы $\hat{W}_1(p)$, $\hat{W}_2(p,q)$, $\hat{M}$, и вектор $\chi(p)$ имеют следующий вид:

1) для псевдоскалярных мезонов

$$\hat{W}_1(p) = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & 0 \\ 0 & W_{12}(p) \end{pmatrix};$$

$$\hat{W}_2(p,q) = \begin{pmatrix} W_{21}(p,q) & 0 \\ 0 & W_{22}(p,q) \end{pmatrix};$$



$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{pmatrix};$$

$$\chi(p) = \begin{pmatrix} U_1^0(p) \\ U_2^0(p) \end{pmatrix},$$

где $U_1^0(p), U_2^0(p)$ и $M$ – волновые функции и масса псевдоскалярного мезона, соответственно;

$$W_{\binom{11}{12}}(p) = -\left\{E_t(p) + [\vartheta_1'(p) \mp \vartheta_2'(p)]^2 + \frac{2}{p^2}\left(s_p^{\mp}\right)^2\right\};$$

$$W_{\binom{21}{22}} = V_1(p,q)c_p^{\mp}c_q^{\mp} + V_2(p,q)s_p^{\mp}s_q^{\mp}.$$

2) для скалярных мезонов

$$\hat{W}_1(p) = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & 0 \\ 0 & W_{12}(p) \end{pmatrix};$$

$$\hat{W}_2(p,q) = \begin{pmatrix} W_{21}(p,q) & 0 \\ 0 & W_{22}(p,q) \end{pmatrix};$$

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{pmatrix};$$

$$\chi(p) = \begin{pmatrix} \sigma_1^0(p) \\ \sigma_2^0(p) \end{pmatrix},$$

где $\sigma_1^0(p), \sigma_2^0(p)$ и$M$ – волновые функции и масса скалярных мезонов, соответственно;

$$W_{\binom{11}{12}}(p) = -\left\{E_t(p) + [\vartheta_1'(p) \pm \vartheta_2'(p)]^2 + \frac{2}{p^2}\left(c_p^{\pm}\right)^2\right\};$$

$$W_{\binom{21}{22}} = V_2(p,q)c_p^{\pm}c_q^{\pm} + V_1(p,q)s_p^{\pm}s_q^{\pm},$$

3) для аксиально-векторных мезонов

$$\hat{W}_1(p) = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & 0 \\ 0 & W_{12}(p) \end{pmatrix};$$

$$\hat{W}_2(p,q) = \begin{pmatrix} W_{21}(p,q) & 0 \\ 0 & W_{22}(p,q) \end{pmatrix};$$

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{pmatrix};$$

$$\chi(p) = \begin{pmatrix} a_1^1(p) \\ a_2^1(p) \end{pmatrix},$$

где $a_1^1(p)$, $a_2^1(p)$ и $M$ — волновые функции и масса аксиально - векторного мезона, соответственно;

$$W_{\binom{11}{12}}(p) = -\left\{E_t(p) + [\vartheta_1'(p) \mp \vartheta_2'(p)]^2 + \frac{2}{p^2}\right\};$$

$$W_{\binom{21}{22}} = V_2(p,q)c_p^{\mp}c_q^{\mp} + V_3(p,q)s_p^{\mp}s_q^{\mp},$$

4) для векторных мезонов

$$\hat{W}_1(p) = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & 0 & W_{15}(p) & 0 \\ 0 & W_{12}(p) & 0 & W_{15}(p) \\ W_{15}(p) & 0 & W_{13}(p) & 0 \\ 0 & W_{15}(p) & 0 & W_{14}(p) \end{pmatrix};$$



$$\hat{W}_2(p,q) = \begin{pmatrix} W_{21}(p,q) & 0 & W_{25}(p,q) & 0 \\ 0 & W_{22}(p,q) & 0 & W_{26}(p,q) \\ W_{26}(p,q) & 0 & W_{23}(p,q) & 0 \\ 0 & W_{25}(p,q) & 0 & W_{24}(p,q) \end{pmatrix};$$

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M \\ 0 & 0 & M & 0 \end{pmatrix};$$

$$\chi(p) = \begin{pmatrix} v_1^1(p) \\ v_2^1(p) \\ \sigma_1^1(p) \\ \sigma_2^1(p) \end{pmatrix},$$

где $v_1^1(p)$, $v_2^1(p)$ и $M$ — волновые функции и масса векторных мезонов, соответственно;

$$W_{\binom{11}{12}}(p) = -\left\{E_t(p) + [\vartheta_1'(p) \mp \vartheta_2'(p)]^2 + \frac{2}{p^2}\right\};$$

$$W_{\binom{13}{14}}(p) = -\left\{E_t(p) + [\vartheta_1'(p) \pm \vartheta_2'(p)]^2 + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{p^2}\left(c_p^{\pm}\right)\right\};$$

$$W_{15}(p) = \frac{2\sqrt{2}}{p^2}c_p^{+}c_p^{-};$$

$$W_{\binom{21}{22}} = V_3(p,q)c_p^{\mp}c_q^{\mp} + V_2(p,q)s_p^{\mp}s_q^{\mp};$$

$$W_{\binom{23}{24}} = V_4(p,q)c_p^{\pm}c_q^{\pm} + V_2(p,q)s_p^{\pm}s_q^{\pm};$$

$$W_{\binom{25}{26}} = -V_5(p,q)c_p^{\mp}c_q^{\pm};$$

Явный вид функций $V_i(p,q)$ :

$$V_1(p,q) = \frac{\alpha}{\pi} Q_0(p,q),$$

$$V_2(p,q) = \frac{\alpha}{\pi}[AQ_0(p,q) - 1],$$

$$V_3(p,q) = \frac{\alpha}{2\pi}[(1+A^2)Q_0(p,q) - A],$$

$$V_4(p,q) = AV_2(p,q),$$

$$V_5(p,q) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}\pi}[(1-A^2)Q_0(p,q) + A],$$

где

$$Q_0(p,q) = ln\left|\frac{p+q}{p-q}\right|, A = \frac{p^2+q^2}{2pq},$$

$$C_p{}^{\pm} = \cos[\vartheta_1(p) \pm \vartheta_2(p)],\ S_p{}^{\pm} = \sin[\vartheta_1(p) \pm \vartheta_2(p)],\ \vartheta_{\binom{1}{2}}(p) = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{\binom{1}{2}}(p)\right)$$

$E_t = E_1 + E_2$ — полная энергия, $\varphi_1, \varphi_2$ и $E_1$, $E_2$ — решения уравнения ШД для кварка и антикварка,M - масса связанного состояния.

## Литература


[1] J.R.Finger and J.E.Mandula. Nucl.Phys. B199(1982) 168;
S.L.Adler and A.C.Davis. Nucl.Phys. B244(1984) 469.

[2] A.Le Yaouanc, L.Oliver, P.Pene and J.-C.Raynal. Phys.Rev. 31D(1985) 137.

[3] R.Alkofer and P.A.Amundsen.Nucl.Phys.B306(1988)305;
A.Trzuper. Acta Phys. Polonica,B20(1989)93;
Pedro J. de A.Bicudo and Jose E.F.T.Riberio. Phys. Rev. D42(1990)1611.

[4] R. Horvat et al., Phys. Rev. D,v44, N5, p.1585.





[5]. И.В.Амирханов и др. Математические модели и вычислительный эксперимент. т.6, N7, 1994, с.55.

[6] Амирханов И.В., Насыров Т.З., Сариков Н.А., Первушин В.Н. Препринт ОИЯИ, Р4-94-406, Дубна, 1994.

[7] Калиновский Ю.Л. и др. ЯФ,т.49,1989, с.1709.
V.N.Pervushin, Yu.L.Kalinovsky, W.Kallis and N.A.Sarikov. Fortsch Phys. 38(1990)333;

[8] Жидков Е.П., Макаренко Г.И., Пузынин И.В. ЭЧАЯ, т.4, N1, с.127.
Жаплав Т., Пузынин И.В. ЖВМиМФ, 1992, т.36, N6, с. 846.

[9] Review Particle Properties. Phys. Rev. D, v45, n11, part II(1992) p.VII.1

[10] D.V.Amelin et al, Study of resonance production in $\pi^- N$ diffractive reactions at $P_{\pi^-} = 37 GeV/c$. Proceed "Hadron - 93 " Como .Italy, pp. 1-6, 1993.

[11] Chikage Habe (Yoshida) et al., Prog. Th. Phys. 77 (1987) 917.


Рукопись поступила в издательский отдел
7 декабря 1994 года.