94-137

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-94-137

А.И.Вдовин, Д.С.Косов

ОДНОФОНОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В НАГРЕТЫХ ЯДРАХ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1994

1. Введение

Методы статистической физики и квантовой теории поля давно и с успехом применяются в теории структуры ядра. Не является исключением в этом отношении и такая область ядерной теории, как описание возбуждений нагретых ядер (или ядер при конечной температуре $T \neq 0$). Основные результаты были здесь получены с помощью техники температурных функций Грина (или мацубаровских функций Грина) [1–3]. Но уже довольно давно в квантовой теории многих тел разработаны и другие методы изучения свойств систем при $T \neq 0$, среди которых мы хотели бы отметить термополевую динамику (ТПД) [4]. Ряд задач удобнее решать, используя формализм ТПД, т.к. ТПД широко применяет методы квантовой теории поля при $T = 0$, операторные преобразования и, что, пожалуй, наиболее важно, в ней не встречается принципиальных трудностей при построении формализма с зависимостью от времени. Нам представляется также, что формализм ТПД весьма удобен для обобщения на конечные температуры тех моделей структуры ядра, которые существенным образом используют язык модельных ядерных волновых функций. В настоящей работе мы надеемся продемонстрировать это на примере квазичастично – фононной модели ядра (КФМ)[6–8]. КФМ неплохо зарекомендовала себя при исследовании свойств возбуждений холодных ядер, и её обобщение на случай $T \neq 0$ заслуживает внимания. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением приближения случайной фазы в рамках этой модели.

2. Формализм ТПД

Формализм ТПД использовался для изучения свойств нагретых ядер в работах [9–11], на идеи которых мы будем опираться и которым будем следовать, излагая формализм ТПД.

Будем полагать, что горячая ядерная система в состоянии теплового равновесия описывается функцией распределения большого канонического ансамбля. Основная идея ТПД — построить для $T \neq 0$ формализм, обладающий преимуществами квантовой теории поля, такой, например, чтобы среднее по ансамблю от некоторого оператора A при $T \neq 0$

$$\ll A \gg = \frac{1}{Tr(\exp(-\beta H))} Tr[A\ \exp(-\beta H)]$$

вычислялось как среднее по некоторому зависящему от T состоянию $|0(\beta)\rangle$ (его называют тепловым вакуумом):

$$\ll A \gg = \langle 0(\beta)|A|0(\beta)\rangle\ .$$

(Мы ввели обозначения: $\beta = T^{-1}$, H — гамильтониан системы, собственные состояния которого мы будем обозначать $|n\rangle$, а соответствующие собственные значения – E_n).

Указанная цель достигается в ТПД формальным удвоением числа степеней свободы системы — введением "тильдованных" состояний $|\tilde{n}\rangle$, которые являются собственными состояниями тильдованного гамильтониана $\tilde{H}$ с теми же собственными значениями, что и исходные состояния $|n\rangle$: $\tilde{H}|\tilde{n}\rangle = E_n|\tilde{n}\rangle$. К любому оператору, действующему в пространстве обычных состояний $|n\rangle$, может быть применена операция "тильдования", в результате которой он получает свой образ в "тильдованном" пространстве. Задаётся эта операция следующими правилами:

$$(\tilde{AB}) = \tilde{A}\tilde{B}\ ; (c_1 A + c_2 B)^{\sim} = c_1^* \tilde{A} + c_2^* \tilde{B}\ ,$$

где c_1, c_2 — с-числа, а звёздочка означает комплексное сопряжение. Операция тильдования коммутирует с операцией эрмитового сопряжения. Тильдованные и обычные операторы коммутируют или антикоммутируют друг с другом в зависимости от того, являются ли они бозонными или фермионными операторами. Двукратное применение операции тильдования к одному и тому же оператору даёт следующий результат: $(\tilde{\tilde{A}}) = \pm A$ (знак (-) отвечает фермионному оператору A, а знак (+) — бозонному).

Прямое произведение пространств обычных и тильдованных состояний и составляет теперь полное гильбертово пространство состояний системы. В этом пространстве оператор сдвига системы по оси времени — тепловой гамильтониан $\mathcal{H} = H - \tilde{H}$. Это означает, что для нахождения спектра возбуждений системы нужно диагонализовать $\mathcal{H}$.

Сравнение приведённых в начале настоящего параграфа выражений для среднего значения оператора A по ансамблю и его же среднего значения по тепловому вакууму подсказывает следующее выражение для волновой функции $|0(\beta)\rangle$:

$$|0(\beta)\rangle = \frac{1}{\sqrt{Tr(\exp(-\beta H))}} \sum_n \exp(-\frac{\beta E_n}{2})|n\rangle \otimes |\tilde{n}\rangle \ .$$

Функция $|0(\beta)\rangle$ — вакуум для операторов уничтожения тепловых квазичастиц β_{jm}, $\tilde{\beta}_{jm}$, связанных с операторами рождения и уничтожения исходных квазичастиц унитарным преобразованием:

$$\beta_{jm} = x_j \alpha_{jm} - y_j \tilde{\alpha}^+_{jm} \ ,$$

$$\tilde{\beta}_{jm} = x_j \tilde{\alpha}_{jm} + y_j \alpha^+_{jm} \ , \tag{1}$$

$$\beta_{jm}|0(\beta)\rangle = \tilde{\beta}_{jm}|0(\beta)\rangle = 0 \ .$$

Коэффициенты x_j, y_j, как это опять - таки следует из выражения для $|0(\beta)\rangle$, совпадают с тепловыми числами заполнения возбуждений $|n\rangle$:

$$x_j = \sqrt{1 - n_j} \ , \ y_j = \sqrt{n_j} \ , \tag{2}$$

$$n_j = \frac{1}{1 + \exp(\beta E_j)} \ .$$

Вследствие унитарности преобразования $\{x, y\}$ операторы β_{jm}, β^+_{jm}, $\tilde{\beta}_{jm}$, $\tilde{\beta}^+_{jm}$ удовлетворяют обычным антикоммутационным соотношениям для фермионов. Возможны и другие способы введения термополевого преобразования (1) - (2) (его называют также тепловым преобразованием Боголюбова)[4].

3. Модельный гамильтониан

Мы использовали вышеописанную схему вычислений для построения гамильтониана квазичастично - фононной модели ядра при $T \neq 0$. Подробное изложение физических основ модели и детальное описание гамильтониана КФМ можно найти в книге [5] и обзорах [6, 7]. Здесь мы приведём только необходимые для ясности дальнейшего изложения выражения и обозначения.

В используемой нами версии КФМ гамильтониан модели включает феноменологические средние поля для нейтронов и протонов и взаимодействия в каналах частица – частица и частица – дырка. Первое состоит из протон – протонного и нейтрон – нейтронного монопольного спаривания с постоянным матричным элементом и сепарабельных мультипольных сил (также протон - протонных и нейтрон – нейтронных); второе — из изоскалярных и изовекторных сепарабельных мультипольных сил.

$$H = H_{sp} + H_{pair} + H_{ph} + H_{pp} \, . \tag{3}$$

Для сферических ядер слагаемые гамильтониана H имеют вид:

$$H_{sp} + H_{pair} = \sum_{\tau} \left\{ \sum_{jm}{}^{\tau} (E_j - \lambda_\tau) a^+_{jm} a_{jm} - \frac{G_\tau}{4} \sum_{jmj'm'}{}^{\tau} a^+_{jm} a^+_{\overline{jm}} a_{\overline{j'm'}} a_{j'm'} \right\} ,$$

$$H_{ph} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \sum_{\tau,\rho=\pm 1} (k_0^{(\lambda)} + \rho k_1^{(\lambda)}) M^+_{\lambda\mu}(\tau) M_{\lambda\mu}(\rho\tau) ,$$

$$M^+_{\lambda\mu}(\tau) = \sum_{jmj'm'}{}^{\tau} \langle jm | i^\lambda R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi) | j'm' \rangle a^+_{jm} a_{j'm'} ,$$

$$H_{pp} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \sum_{\tau} G_\tau^{(\lambda)} P^+_{\lambda\mu}(\tau) P_{\lambda\mu}(\tau) ,$$

$$P^+_{\lambda\mu}(\tau) = \sum_{jmj'm'}{}^{\tau} \langle jm | i^\lambda P_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi) | j'm' \rangle a^+_{jm} a^+_{\overline{j'm'}} .$$

Мы используем следующие обозначения : E_j - энергия одночастичного уровня с квантовыми числами nlj (для краткости обозначены одним индексом j); λ_τ - химический потенциал; G_τ - константа монопольного спаривательного взаимодействия; $G_\tau^{(\lambda)}$ - константа взаимодействия мультипольности λ в канале частица – частица; $k_0^{(\lambda)}$, $k_1^{(\lambda)}$ - константы изоскалярного и изовекторного взаимодействий мультипольности λ в канале частица - дырка. Индекс $\tau = n, p$ — изотопический, он указывает, к нейтронам или протонам относится та или иная величина, тот или иной параметр. Смена знака $\tau \to -\tau$ означает замену $n \leftrightarrow p$. Если нет специальных обозначений (например, $\sum^{\tau}$), то суммирование по j означает суммирование по всем одночастичным состояниям обеих подсистем: протонной $\tau = p$ и нейтронной $\tau = n$. Подразумевается, что изотопический индекс τ включён в набор оболочечных квантовых чисел.

Мы не будем здесь описывать довольно многочисленные параметры H и способы их определения. Скажем только, что в дальнейших рассуждениях предполагается их независимость от T (это относится и к одночастичным энергиям). Таким образом, область применимости излагаемого подхода ограничена температурами $T \leq 6$ МэВ.

4. Уравнения сверхтекучести при $T \neq 0$

При $T = 0$ первый этап преобразования гамильтониана КФМ (3) состоит в переходе от операторов рождения и уничтожения нуклонов к операторам боголюбовских квазичастиц $\alpha^{+}_{jm}, \alpha_{j'm'}$, причём коэффициенты преобразования Боголюбова u, v определяются из условия минимума гамильтониана $H' = H_{sp} + H_{pair}$ по квазичастичному вакууму [5]. Теперь вслед за стандартным каноническим преобразованием Боголюбова мы должны провести ещё и тепловое каноническое преобразование Боголюбова (1) от операторов боголюбовских квазичастиц к операторам тепловых квазичастиц. Это второе преобразование смешивает обычные и тильдованные операторы рождения и уничтожения, и результирующее преобразование, задающее переход от нуклонных операторов к операторам тепловых квазичастиц, будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} a_{jm} \\ a^{+}_{\overline{jm}} \\ \tilde{a}^{+}_{jm} \\ \tilde{a}_{\overline{jm}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ -B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{jm} \\ \beta^{+}_{\overline{jm}} \\ \tilde{\beta}^{+}_{jm} \\ \tilde{\beta}_{\overline{jm}} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$$A = \sqrt{1-n_j}\begin{pmatrix} u_j & v_j \\ -v_j & u_j \end{pmatrix} \quad , \quad B = \sqrt{n_j}\begin{pmatrix} u_j & v_j \\ -v_j & u_j \end{pmatrix} .$$

После преобразования (4) гамильтониан $\mathcal{H}'(\tau)$ можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H}'(\tau) = \mathcal{H}_{11}(\tau) + \mathcal{H}_{20}(\tau) + \mathcal{H}_{22}(\tau) + \mathcal{H}_{40}(\tau) + \mathcal{H}_{31}(\tau) + \mathcal{H}_{qp-qp}(\tau) \; .$$

Слагаемые $\mathcal{H}_{11}(\tau)$ и $\mathcal{H}_{20}(\tau)$, которые для нас сейчас важны, имеют следующий вид:

$$\mathcal{H}_{11}(\tau) = \sum_j{}^{\tau} [(E_j - \lambda_\tau)(u_j^2 - v_j^2) + 2\Delta_\tau u_j v_j](\mathcal{B}(j) - \tilde{\mathcal{B}}(j)) \; ,$$

$$\mathcal{H}_{20}(\tau) = \sum_j{}^{\tau} [(E_j - \lambda_\tau)u_j v_j - \frac{\Delta_\tau}{2}(u_j^2 - v_j^2)](\mathcal{A}^+(j) + \mathcal{A}(j) - \tilde{\mathcal{A}}^+(j)) - \tilde{\mathcal{A}}(j) \; ,$$

где мы обозначили

$$\mathcal{A}^+(j) = \sum_m \beta^+_{jm}\beta^+_{\overline{jm}} \; ,$$

$$\mathcal{B}(j) = \sum_m \beta^+_{jm}\beta_{jm} \; .$$

Члены $\mathcal{H}_{22}(\tau)$, $\mathcal{H}_{40}(\tau)$, $\mathcal{H}_{31}(\tau)$, $\mathcal{H}_{qp-qp}(\tau)$ нам не понадобятся. Два первых содержат произведения операторов $\mathcal{A}^+\mathcal{A}$, $\mathcal{A}\mathcal{A}$, $\mathcal{A}^+\mathcal{A}^+$, $\mathcal{A}^+\mathcal{T}$, $\mathcal{A}^+\mathcal{T}^+$, $\mathcal{T}^+\mathcal{A}$, $\mathcal{T}\mathcal{A}$, $\mathcal{T}^+\mathcal{T}$ ($\mathcal{T}^+(j) = \sum_m \beta^+_{jm}\tilde{\beta}^+_{jm}$) и должны быть учтены при рассмотрении возбуждённых 0^+ - состояний (см. [5, 10]). Отметим кстати, что структура всех слагаемых $\mathcal{H}'$ такая же, что и у соответствующих членов парного гамильтониана H' при $T = 0$ [5].

Коэффициенты u_j, v_j, n_j преобразования (4) теперь могут быть определены из условия термодинамического равновесия системы при постоянной T, т.е. из условия обращения в 0 вариации большого термодинамического потенциала $\Omega = E - TS$. При вычислении Ω следует, однако, иметь в виду, что, хотя нагретая ядерная система описывается гамильтонианом $\mathcal{H}' = H' - \tilde{H}'$, энергию её основного состояния E следует вычислять как $\langle 0(\beta)|H'|0(\beta)\rangle$ [4]. Поэтому для Ω получается следующее выражение:

$$\Omega = \langle 0(\beta)|H_{sp}(\tau) + H_{pair}(\tau)|0(\beta)\rangle - TS =$$

$$= \sum_j{}^{\tau} (2j+1)(E_j - \lambda_\tau)(u_j^2 n_j + v_j^2(1 - n_j)) - \qquad (5)$$

$$-\frac{G_\tau}{4}\left(\sum_j^\tau(2j+1)u_jv_j(1-2n_j)\right)^2 - TS\ .$$

Строго говоря, величины E_j в (5) уже не вполне совпадают с одночастичными энергиями как они определены в исходном гамильтониане (3) или в выражениях для $\mathcal{H}_{11}(\tau)$, и $\mathcal{H}_{20}(\tau)$. Теперь E_j включают ещё и некоторые перенормировки, происходящие от спаривательного взаимодействия и к тому же зависящие от T. Мы ими, однако, пренебрегаем.

Подставив в (5) выражение для энтропии:

$$S = -\sum_j(2j+1)(n_j\ln n_j + (1-n_j)\ln(1-n_j))$$

и проварьировав Ω по u_j, v_j, n_j, мы получаем следующую систему уравнений:

$$(E_j-\lambda_\tau)u_jv_j - \frac{G_\tau}{4}(u_j^2-v_j^2)\sum_j^\tau(2j+1)u_jv_j(1-2n_j) = 0\ ,$$

$$(E_j-\lambda_\tau)(u_j^2-v_j^2) + u_jv_jG_\tau\sum_j^\tau(2j+1)u_jv_j(1-2n_j) +$$

$$+T(\ln n_j - \ln(1-n_j)) = 0\ .$$

Её решение можно представить в виде:

$$u_j^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{E_j-\lambda_\tau}{\varepsilon_j}\right)\quad,\quad v_j^2 = \frac{1}{2}\left(1-\frac{E_j-\lambda_\tau}{\varepsilon_j}\right)\ ,$$

$$\varepsilon_j = \sqrt{(E_j-\lambda_\tau)^2+\Delta_\tau^2}\quad,\quad n_j = \frac{1}{1+exp(\beta\varepsilon_j)}\ , \tag{6}$$

где $\Delta_\tau, \lambda_\tau$ в свою очередь являются решениями следующей системы уравнений:

$$N_\tau = \frac{1}{2}\sum_j^\tau(2j+1)\left(1-\frac{E_j-\lambda_\tau}{\sqrt{(E_j-\lambda_\tau)^2+\Delta_\tau^2}}(1-2n_j)\right)\ ,$$

(7)

$$\frac{4}{G_\tau} = \sum_j^\tau(2j+1)\frac{1-2n_j}{\sqrt{(E_j-\lambda_\tau)^2+\Delta_\tau^2}}\ .$$

Система уравнений (7) — хорошо известная система уравнений сверхтекучести при конечной температуре для гамильтониана Бардина - Купера - Шриффера (см., например, [12]).

Если полученные нами выражения для u_j, v_j подставить в $\mathcal{H}_{11}(\tau)$ и $\mathcal{H}_{20}(\tau)$, то они примут следующий вид:

$$\mathcal{H}_{11}(\tau) = \sum_j{}^{\tau} \varepsilon_j(B(j) - \tilde{B}(j)) \ ,$$

$$\mathcal{H}_{20}(\tau) = 0 \ .$$

Заметим, что именно из условия обращения в 0 слагаемого $\mathcal{H}_{20}(\tau)$ уравнения (7) были получены в работе [10] с помощью формализма ТПД.

5. Уравнения приближения случайной фазы для $T \neq 0$

Рассмотрим теперь возбуждённые состояния нагретого ядра в приближении случайной фазы (ПСФ). Преобразование (4), в котором коэффициенты u_j, v_j, n_j теперь уже считаются известными (см. (6), (7)), должно быть проведено и со слагаемым $\mathcal{H}_{ph} + \mathcal{H}_{pp}$ теплового гамильтониана $\mathcal{H}$. Мы приведём здесь новые выражения только для мультипольных одночастичных операторов:

$$M^+_{\lambda\mu}(\tau) = \frac{(-)^{\lambda-\mu}}{\sqrt{2\lambda-1}} \sum_{jj'}{}^{\tau} f^{(\lambda)}_{jj'} \left\{ \frac{1}{2} u^{(+)}_{jj'} [\mathcal{A}^+(jj';\lambda\mu) + \right.$$

$$\left. +(-)^{\lambda-\mu}\mathcal{A}(jj';\lambda-\mu)] - v^{(-)}_{jj'}\mathcal{B}(jj';\lambda\mu) \right\} \ ,$$

$$P^+_{\lambda\mu}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{jj'}{}^{\tau} q^{(\lambda)}_{jj'} \left\{ u_j u_{j'} \mathcal{A}^+(jj';\lambda\mu) - \right.$$

$$\left. -(-)^{\lambda-\mu} v_j v_{j'} \mathcal{A}(jj';\lambda-\mu) + 2u_j v_{j'} \mathcal{B}(jj';\lambda\mu) \right\} \ .$$

При этом операторы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ определены следующим образом:

$$\mathcal{A}^+(jj';\lambda\mu) =$$

$$= \sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}[\beta^+_{jm}\beta^+_{j'm'}]_{\lambda\mu} - (-)^{\lambda-\mu}\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}[\tilde{\beta}_{\overline{j'm'}}\tilde{\beta}_{\overline{jm}}]_{\lambda-\mu} +$$

$$+\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}[\beta^+_{jm}\tilde{\beta}_{j'm'}]_{\lambda\mu} + \sqrt{n_j}\sqrt{1-n_{j'}}[\tilde{\beta}_{jm}\beta^+_{j'm'}]_{\lambda\mu} \ ,$$

$$\mathcal{B}(jj';\lambda\mu) =$$

$$= \sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}[\beta^+_{jm}\beta_{\overline{j'm'}}]_{\lambda\mu} + \sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}[\tilde{\beta}_{jm}\tilde{\beta}^+_{\overline{j'm'}}]_{\lambda\mu} +$$

$$+\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}[\beta^+_{jm}\tilde{\beta}^+_{\overline{j'm'}}]_{\lambda\mu} + \sqrt{n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(-)^{\lambda-\mu}[\beta^+_{j'm'}\tilde{\beta}_{\overline{jm}}]_{\lambda-\mu} .$$

Мы обозначили как $f^{(\lambda)}_{jj'}$ приведённый одночастичный матричный элемент сепарабельного взаимодействия в канале частица - дырка; как $q^{(\lambda)}_{jj'}$ приведённый одночастичный матричный элемент сепарабельного взаимодействия в канале частица - частица; $u^{(\pm)}_{jj'} = u_j v_{j'} \pm u_{j'} v_j$, $v^{(\pm)}_{jj'} =$ $= u_j u_{j'} \pm v_{j'} v_j$.

Структура гамильтониана $\mathcal{H}$ в терминах операторов тепловых квазичастиц получается совершенно такой же, как и структура гамильтониана H при $T = 0$ в терминах операторов боголюбовских квазичастиц [8, 9] (что мы уже отмечали в предыдущем параграфе, обсуждая преобразование слагаемого $\mathcal{H}'$). А так как число тепловых квазичастиц в тепловом вакууме равно 0, как и число боголюбовских квазичастиц в состоянии квазичастичного вакуума, то очевидно, что ход дальнейших рассуждений должен в основных чертах совпадать с тем, что уже многократно апробирован при $T = 0$ (см., например, [6]).

Введём в рассмотрение оператор теплового фонона или, точнее, оператор фонона, построенный из тепловых квазичастиц :

$$Q^+_{\lambda\mu i} = \frac{1}{2}\sum_{jj'}\Big(\psi^{\lambda i}_{jj'}[\beta^+_{jm}\beta^+_{j'm'}]_{\lambda\mu} + \tilde{\psi}^{\lambda i}_{jj'}[\tilde{\beta}^+_{\overline{jm}}\tilde{\beta}^+_{\overline{j'm'}}]_{\lambda\mu} +$$

$$+2\eta^{\lambda i}_{jj'}[\beta^+_{jm}\tilde{\beta}^+_{\overline{j'm'}}]_{\lambda\mu} + (-)^{\lambda-\mu}\phi^{\lambda i}_{jj'}[\beta_{jm}\beta_{j'm'}]_{\lambda-\mu} + \qquad (8)$$

$$+(-)^{\lambda-\mu}\tilde{\phi}^{\lambda i}_{jj'}[\tilde{\beta}_{\overline{jm}}\tilde{\beta}_{\overline{j'm'}}]_{\lambda-\mu} + 2(-)^{\lambda-\mu}\zeta^{\lambda i}_{jj'}[\tilde{\beta}_{\overline{jm}}\beta_{j'm'}]_{\lambda-\mu}\Big) .$$

В (8) обозначение $[\ ]_{\lambda\mu}$ означает связку одночастичных угловых моментов j, j' на суммарный угловой момент λ.

Определим также новое основное состояние ядра $|\Psi_0(\beta)\rangle$ как вакуум для тепловых фононных операторов (тепловой фононный вакуум):

$$Q_{\lambda\mu i}|\Psi_0(\beta)\rangle = 0 \ , \tilde{Q}_{\lambda\mu i}|\Psi_0(\beta)\rangle = 0 \ ,$$

полагая при этом (по аналогии со случаем $T = 0$), что число нагретых квазичастиц в таком основном состоянии невелико.

Требование ортонормируемости однофононных состояний записывается в виде

$$\langle\Psi_0(\beta)|[Q_{\lambda\mu i}\,,Q^+_{\lambda'\mu'i'}]|\Psi_0(\beta)\rangle = \delta_{\lambda\lambda'}\delta_{\mu\mu'}\delta_{ii'}\,, \qquad (9)$$

$$\langle\Psi_0(\beta)|[Q_{\lambda\mu i},\tilde{Q}^+_{\lambda'\mu'i'}]|\Psi_0(\beta)\rangle = 0$$

и приводит к следующим условиям на амплитуды $\psi, \phi, \eta, \tilde{\psi}, \tilde{\phi}, \zeta$ [1]:

$$\frac{1}{2}\sum_{jj'}(\psi^{\lambda i}_{jj'})^2 - (\phi^{\lambda i}_{jj'})^2 + (\tilde{\psi}^{\lambda i}_{jj'})^2 - (\tilde{\phi}^{\lambda i}_{jj'})^2 + 2(\eta^{\lambda i}_{jj'})^2 - 2(\zeta^{\lambda i}_{jj'})^2 = \delta_{\lambda\lambda'}\delta_{ii'}\,. \quad (10)$$

Выразив бифермионные операторы $[\beta^+_{jm}\,,\beta^+_{j'm'}]$ и т.д. через операторы фононов $Q^+_{\lambda\mu i}\,,Q_{\lambda\mu i}$ с помощью преобразования, обратного (8), можно записать $\mathcal{H}$ в терминах фононных операторов. Часть $\mathcal{H}$, дающая вклад в уравнения ПСФ (при рассмотрении однофононных состояний с $\lambda^\pi \neq 0^+$ из $\mathcal{H}'$ будем учитывать только $\mathcal{H}_{11}$), имеет вид:

$$\mathcal{H}_{RPA} = \sum_{jm}\varepsilon_j(\beta^+_{jm}\beta_{jm} - \tilde{\beta}^+_{jm}\tilde{\beta}_{jm}) -$$

$$-\frac{1}{4}\sum_{\lambda\mu ii'}\sum_{\tau}\frac{1}{2\lambda+1}\left\{\sum_{\rho=\pm1}(k_0^{(\lambda)} + \rho k_1^{(\lambda)})D^{\lambda i}_{\tau}D^{\lambda i'}_{\rho\tau} + \right.$$

$$\left. + G^{(\lambda)}_{\tau}(D^{\lambda i(-)}_{\tau}D^{\lambda i'(-)}_{\rho\tau} + D^{\lambda i(+)}_{\tau}D^{\lambda i'(+)}_{\rho\tau})\right\}\times$$

$$\times(Q^+_{\lambda\mu i}Q_{\lambda\mu i'} - \tilde{Q}^+_{\lambda\mu i}\tilde{Q}_{\lambda\mu i'})\,,$$

$$D^{\lambda i}_{\tau} = \sum_{jj'}^{\tau} f^{(\lambda)}_{jj'}[u_{jj'}(\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(\psi^{\lambda i}_{jj'} + \phi^{\lambda i}_{jj'}) -$$

---

[1]Здесь и дальше мы используем тильдованные операторы тепловых фононов $\tilde{Q}_{\lambda\mu i}$ только из соображений удобства. Те же самые результаты могут быть получены с использованием операторов тепловых фононов только одного типа, и требование, чтобы операторы тильдованных и обычных фононов коммутировали, не приводит к дополнительным ограничениям на амплитуды $\psi, \phi, \eta, \tilde{\psi}, \tilde{\phi}, \zeta$.

$$-\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}(\tilde{\psi}_{jj'}^{\lambda i}+\tilde{\phi}_{jj'}^{\lambda i}))-2v_{jj'}\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}(\eta_{jj'}^{\lambda i}+\zeta_{jj'}^{\lambda i})] ,$$

$$D_\tau^{\lambda i(-)}=\sum_{jj'}^{\tau}q_{jj'}^{(\lambda)}[v_{jj'}^{(-)}(\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(\psi_{jj'}^{\lambda i}+\phi_{jj'}^{\lambda i})-$$

$$-\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}(\tilde{\psi}_{jj'}^{\lambda i}+\tilde{\phi}_{jj'}^{\lambda i}))+2u_{jj'}^{(+)}\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}(\eta_{jj'}^{\lambda i}+\zeta_{jj'}^{\lambda i})] ,$$

$$D_\tau^{\lambda i(+)}=\sum_{jj'}^{\tau}q_{jj'}^{(\lambda)}[v_{jj'}^{(+)}(\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(\psi_{jj'}^{\lambda i}-\phi_{jj'}^{\lambda i})+$$

$$+\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}(\tilde{\psi}_{jj'}^{\lambda i}-\tilde{\phi}_{jj'}^{\lambda i}))+2u_{jj'}^{(-)}\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}(\eta_{jj'}^{\lambda i}+\zeta_{jj'}^{\lambda i})] .$$

Мы опустили в полном выражении для $\mathcal{H}$ так называемое взаимодействие квазичастиц с фононами (т.е. члены $\sim Q\beta^+\beta$ и т.п.), не дающее вклад в среднее значение $\mathcal{H}$ по однофононному состоянию, и члены $\sim \beta^+\beta\beta^+\beta$, которые обыкновенно не учитывают в ПСФ при $T=0$.

Среднее значение $\mathcal{H}_{RPA}$ по однофононному состоянию $Q^+_{\lambda\mu i}|\Psi_0(\beta)\rangle$ имеет вид:

$$\langle\Psi_0(\beta)|Q_{\lambda\mu i}\mathcal{H}_{RPA}Q^+_{\lambda\mu i}|\Psi_0(\beta)\rangle=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{jj'}\Big\{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})[(\psi_{jj'}^{\lambda i})^2+(\phi_{jj'}^{\lambda i})^2-(\tilde{\psi}_{jj'}^{\lambda i})^2-(\tilde{\phi}_{jj'}^{\lambda i})^2]+$$

$$+2(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})[(\eta_{jj'}^{\lambda i})^2+(\zeta_{jj'}^{\lambda i})^2]\Big\}- \tag{11}$$

$$-\frac{1}{4}\frac{1}{2\lambda+1}\sum_\tau\left\{\sum_{\rho=\pm1}(k_0^{(\lambda)}+\rho k_1^{(\lambda)})D_\tau^{\lambda i}D_{\rho\tau}^{\lambda i}+G_\tau^{(\lambda)}((D_\tau^{\lambda i(+)})^2+(D_\tau^{\lambda i(-)})^2)\right\} .$$

Проварьировав (11) при условии (10) по $\psi,\phi,\eta,\tilde{\psi},\tilde{\phi},\zeta$, мы получаем линейную однородную систему уравнений, условие разрешимости которой даёт нам следующее секулярное уравнение для энергий однофононных состояний $\omega_{\lambda i}$:

$$
\begin{vmatrix}
(k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{\lambda i}(\tau)-1 & (k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{\lambda i}(\tau) & G_\tau^{(\lambda)}X_u^{(+-)\lambda i}(\tau) & 0 & G_\tau^{(\lambda)}X^{(+)\lambda i}(\tau) & 0 \\
(k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{\lambda i}(-\tau) & (k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{\lambda i}(-\tau)-1 & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X_u^{(+-)\lambda i}(-\tau) & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X^{(+)\lambda i}(-\tau) \\
(k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X_u^{(+-)\lambda i}(\tau) & (k_0^{(\lambda)}-k_1^{(\lambda)})X_u^{(+-)\lambda i}(\tau) & G_\tau^{(\lambda)}X_v^{(-)\lambda i}(\tau)-1 & 0 & G_\tau^{(\lambda)}X_v^{(+-)\lambda i}(\tau) & 0 \\
(k_0^{(\lambda)}-k_1^{(\lambda)})X_u^{(+-)\lambda i}(-\tau) & (k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X_u^{(+-)\lambda i}(-\tau) & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X_v^{(-)\lambda i}(-\tau)-1 & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X_v^{(+-)\lambda i}(-\tau) \\
(k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{(+)\lambda i}(\tau) & (k_0^{(\lambda)}-k_1^{(\lambda)})X^{(+)\lambda i}(\tau) & G_\tau^{(\lambda)}X_v^{(+-)\lambda i}(\tau) & 0 & G_\tau^{(\lambda)}X_v^{(+)\lambda i}(\tau)-1 & 0 \\
(k_0^{(\lambda)}-k_1^{(\lambda)})X^{(+)\lambda i}(-\tau) & (k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})X^{(+)\lambda i}(-\tau) & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X_v^{(+-)\lambda i}(-\tau) & 0 & G_{-\tau}^{(\lambda)}X_v^{(+)\lambda i}(-\tau)-1
\end{vmatrix} = 0 \qquad (12)
$$

Явный вид функций $X_v^{(+)\lambda i}$, $X_v^{(+-)\lambda i}$, $X_u^{(+-)\lambda i}$, $X_v^{(-)\lambda i}$, $X^{(+)\lambda i}$, $X^{\lambda i}$ приведён в Приложении. Если выключить мультипольное взаимодействие в канале частица – частица, то секулярное уравнение (12) заметно упрощается и сводится к условию равенства нулю детерминанта второго порядка:

$$
[X^{\lambda i}(\tau)+X^{\lambda i}(-\tau)](k_0^{(\lambda)}+k_1^{(\lambda)})-4k_0^{(\lambda)}k_1^{(\lambda)}X^{\lambda i}(\tau)X^{\lambda i}(-\tau)=1\,. \qquad (13)
$$

Секулярное уравнение (13) было получено ранее с использованием метода функций Грина в работе [13] и в рамках ТПД в работе [11].

Выражения для бифермионных амплитуд в случае, когда в $\mathcal{H}_{RPA}$ включены мультипольные силы и в канале частица – частица и в канале частица – дырка, сложны и труднообозримы. Они выглядят гораздо проще для варианта только с сепарабельным мультипольным частично – дырочным взаимодействием [11]:

$$\psi^{\lambda i}_{jj'} = \sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}u^{(+)}_{jj'}\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})-\omega_{\lambda i}}\ ,\quad \tilde{\psi}^{\lambda i}_{jj'} = \sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}u^{(+)}_{jj'}\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})+\omega_{\lambda i}}\ ,$$

$$\phi^{\lambda i}_{jj'} = \sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}u^{(+)}_{jj'}\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})+\omega_{\lambda i}}\ ,\quad \tilde{\phi}^{\lambda i}_{jj'} = \sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}u^{(+)}_{jj'}\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})-\omega_{\lambda i}}\ ,$$

$$\eta^{\lambda i}_{jj'} = -\sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})-\omega_{\lambda i}}\ ,\quad \zeta^{\lambda i}_{jj'} = -\sqrt{\frac{1}{2\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau}}}\frac{f^{(\lambda)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}\sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})+\omega_{\lambda i}}\ ,$$

$$\mathcal{N}^{\lambda i}_{\tau} = N^{\lambda i}_{\tau}(\omega_{\lambda i}) + \left(\frac{1-X^{\lambda i}_{\tau}(\omega_{\lambda i})(k^{(\lambda)}_0+k^{(\lambda)}_1)}{X^{\lambda i}_{-\tau}(\omega_{\lambda i})(k^{(\lambda)}_0-k^{(\lambda)}_1)}\right)^2 N^{\lambda i}_{-\tau}(\omega_{\lambda i})\ ,$$

$$N^{\lambda i}_{\tau}(\omega) = \frac{2\lambda+1}{2}\frac{\partial}{\partial\omega}X^{\lambda i}_{\tau}(\omega)\ .$$

Из этих выражений ясно видна относительная роль различных бифермионных компонент теплового фонона. Ведущие компоненты – ψ и ϕ – связаны с "обычными" тепловыми квазичастицами, только эти компоненты выживают, когда $T \to 0$. Амплитуды η и ζ следующего порядка малости по n_j, они связаны со "смешанными" компонентами, содержащими обычную и тильдованную тепловые квазичастицы. Именно благодаря им в нагретом ядре появляется новый тип состояний, которых нет при $T = 0$ и которые отвечают полюсам секулярного уравнения $\varepsilon_j - \varepsilon_{j'}$. Тильдованные амплитуды $\tilde{\psi}$ и $\tilde{\phi}$ — самого высокого порядка по n_j. При этом прямая и обратная тильдованные амплитуды поменялись ролями: в то время как обычная амплитуда ψ, отвечающая рождению двух тепловых квазичастиц, имеет полюсной характер, амплитуда $\tilde{\psi}$, отвечающая рождению двух тильдованных квазичастиц, — *неполюсная*. Это отражает то обстоятельство, что тильдованный квант несёт отрицательные энергию и импульс [4].

Выражения для амплитуд ψ, ϕ, η совпадают с результатами работы [14], где они были получены в формализме температурных функций Грина. Следует только иметь в виду, что в определение фонона (8) у нас входят тепловые квазичастицы, поэтому наши выражения для амплитуд отличаются от приведённых в [14] дополнительными множителями n_j и $(1 - n_j)$.

В качестве демонстрации того, как в рамках ТПД вычисляются вероятности физических процессов, получим формулу для вероятности $E\lambda$-перехода из основного состояния на однофононное в нагретом ядре. Соответствующий оператор $\mathcal{M}(E\lambda\mu)$ должен быть записан изначально в терминах только обычных нуклонных операторов [9]:

$$\mathcal{M}(E\lambda\mu) = \sum_{jmj'm'} \langle j'm'|\Gamma(\lambda\mu)|jm\rangle a^+_{jm} a_{j'm'} ,$$

где

$$\Gamma(\lambda\mu) = e_{eff} r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) .$$

С помощью преобразования (4) следует записать оператор электрического перехода в терминах тепловых квазичастиц. Соответствующее выражение будет дословно повторять выписанное нами ранее для одночастичного мультипольного частично – дырочного оператора $M^+_{\lambda\mu}$. Но вклад в матричный элемент перехода будут давать только такие слагаемые $\mathcal{M}(E\lambda\mu)$, которые содержат два оператора рождения или два оператора уничтожения тепловых квазичастиц (всё равно каких – обычных или тильдованных), остальные слагаемые могут быть опущены. Оставшиеся слагаемые можно выразить через операторы тепловых фононов с помощью преобразования, обратного (8), и мы получаем:

$$\mathcal{M}(E\lambda\mu) = \sum_{jj'} \langle j||\Gamma(\lambda)||j'\rangle \sum_i [\frac{1}{2} u^{(+)}_{jj'} (\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(\psi^{\lambda i}_{jj'} + \phi^{\lambda i}_{jj'}) -$$

$$-\sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}(\tilde{\psi}^{\lambda i}_{jj'} + \tilde{\phi}^{\lambda i}_{jj'})) -$$

$$-v^{(-)}_{jj'} \sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}(\eta^{\lambda i}_{jj'} + \zeta^{\lambda i}_{jj'})](Q^+_{\lambda\mu i} + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu i}) .$$

И, наконец, для приведённой вероятности перехода получается выражение:

$$B(\lambda; 0^+ \to \lambda i) = |\langle \Psi_0(\beta) Q_{\lambda\mu i}||\mathcal{M}(E\lambda)||\Psi_0(\beta)\rangle|^2 =$$

$$
= \left| \sum_{jj'} \langle j || \Gamma(\lambda) || j' \rangle [\frac{1}{2} u^{(+)}_{jj'} (\sqrt{1-n_j}\sqrt{1-n_{j'}}(\psi^{\lambda i}_{jj'} + \phi^{\lambda i}_{jj'}) - \right.
$$

$$
\left. - \sqrt{n_j}\sqrt{n_{j'}}(\tilde{\psi}^{\lambda i}_{jj'} + \tilde{\phi}^{\lambda i}_{jj'})) - \sqrt{1-n_j}\sqrt{n_{j'}}(\eta^{\lambda i}_{jj'} + \zeta^{\lambda i}_{jj'})] \right|^2 .
$$

6. Заключение

Использовав формализм термополевой динамики, мы получили уравнения сверхтекучести и приближения случайной фазы для нагретых ядер в модели с сепарабельным остаточным взаимодействием нуклонов в каналах частица – дырка и частица – частица. В ряде частных случаев наши результаты совпали с результатами других авторов, которые использовали другие методы. Это ещё раз подтверждает, что ТПД может с успехом использоваться при построении теории нагретых ядер. Результаты настоящей работы — это первый, но необходимый шаг на пути обобщения на случай конечных температур квазичастично – фононной модели ядра. Нам представляется, что они демонстрируют в достаточной мере эффективность методов ТПД и, что самое главное, дают нам в руки последовательный способ построения гамильтониана модели при $T \neq 0$ в следующем приближении, уже учитывающем взаимодействие элементарных мод возбуждений нагретого ядра, т.е. в приближении, выходящем за рамки ПСФ. Для этого надо учесть отброшенное нами в настоящем рассмотрении взаимодействие тепловых квазичастиц с тепловыми фононами (т.е. члены $\sim Q\beta^+\beta$ и т.д.) и смешивание состояний с разным числом тепловых фононов. Некоторые шаги в этом направлении нами уже сделаны [15].

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований — грант РФФИ 94-02-05137.

Приложение

Здесь мы приводим выражения для функций $X^{(+)\lambda i}_v$, $X^{(+-)\lambda i}_v$, $X^{(+-)\lambda i}_u$, $X^{(-)\lambda i}_v$, $X^{(+)\lambda i}$, $X^{\lambda i}$, входящих в секулярное уравнение (12):

$$
X^{\lambda i}(\tau)(\omega) = \frac{1}{2\lambda+1} \sum_{jj'}^{\tau} (f^{(\lambda)}_{jj'})^2 \left(\frac{(u^{(+)}_{jj'})^2 (1 - n_j - n_{j'})(\varepsilon_j + \varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j + \varepsilon_{j'})^2 - \omega^2} - \right.
$$

$$-\frac{(v^{(-)}_{jj'})^2(n_j-n_{j'})(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}\Bigg) \, ,$$

$$X^{(\pm)\lambda i}_v(\tau)=\frac{1}{2\lambda+1}\sum_{jj'}{}^{\tau}(q^{(\lambda)}_{jj'})^2\Bigg(\frac{(v^{(\pm)}_{jj'})^2(1-n_j-n_{j'})(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}-$$

$$-\frac{(u^{(\mp)}_{jj'})^2(n_j-n_{j'})(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}\Bigg) \, ,$$

$$X^{(+-)\lambda i}_u(\tau)=\frac{1}{2\lambda+1}\sum_{jj'}{}^{\tau}q^{(\lambda)}_{jj'}f^{(\lambda)}_{jj'}\Bigg(\frac{u^{(+)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}(1-n_j-n_{j'})(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}+$$

$$+\frac{u^{(+)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}(n_j-n_{j'})(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}\Bigg) \, ,$$

$$X^{(+-)\lambda i}_v(\tau)=\frac{1}{2\lambda+1}\sum_{jj'}{}^{\tau}(q^{(\lambda)}_{jj'})^2\Bigg(\frac{v^{(+)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}(1-n_j-n_{j'})\omega}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}-$$

$$-\frac{u^{(+)}_{jj'}u^{(-)}_{jj'}(n_j-n_{j'})\omega}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}\Bigg) \, ,$$

$$X^{(+)\lambda i}(\tau)=\frac{1}{2\lambda+1}\sum_{jj'}{}^{\tau}q^{(\lambda)}_{jj'}f^{(\lambda)}_{jj'}\Bigg(\frac{v^{(+)}_{jj'}u^{(+)}_{jj'}(1-n_j-n_{j'})\omega}{(\varepsilon_j+\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}+$$

$$+\frac{u^{(-)}_{jj'}v^{(-)}_{jj'}(n_j-n_{j'})\omega}{(\varepsilon_j-\varepsilon_{j'})^2-\omega^2}\Bigg) \, .$$

Литература

[1] Бунатян Г.Г. // ЯФ. 1977. Т.26. С.518. ; Sommermann H.M. // Ann. Phys. 1983. V.151. P.163. ; Vautherin D., Vinh Mau N. // Nucl.Phys. A. 1984. V.422. P.140.

[2] Bortignon R.A. et al. // Nucl.Phys. A. 1986. V.460. P.149

[3] Камерджиев С.П. // Препринт ФЭИ-1860. Обнинск. 1987.

[4] Умедзава У., Мацумото Х., Татики М. // Термополевая динамика и конденсированные состояния. М.: Мир, 1985.

[5] Соловьев В.Г. // Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.

[6] Вдовин А.И., Соловьёв В.Г. // ЭЧАЯ. 1983. Т.14. С.237; Воронов В.В., Соловьёв В.Г. // ЭЧАЯ. 1983. Т.14. С.1380.

[7] Вдовин А.И., Воронов В.В., Соловьёв В.Г., Стоянов Ч. // ЭЧАЯ. 1985. Т.16. С.245 ; Galés S., Stoyanov Ch., Vdovin A.I. // Phys.Rev. 1988. V.166. 125.

[8] Tanabe K. // Phys.Rev. C. 1988. V.37. P.2802.

[9] Hatsuda T. // Nucl.Phys. A. 1989. V.492. P.187.

[10] Civitarese O. et al. // Z.Phys. A. 1993. V.344. P.243.

[11] Vdovin A.I., Kosov D.S. // Preprint JINR. E4-93-417. Dubna. 1993.

[12] Игнатюк А.В. // Статистические свойства возбуждённых состояний ядер. М.: Энергоатомиздат. 1983.

[13] Игнатюк А.В. // ЯФ. 1975. Т.21. С.20.

[14] Dussel G.G. et al. // Phys.Rev. C. 1992. V.46. P.558.

[15] Kosov D.S., Vdovin A.I.// Preprint JINR. E4-94-106. Dubna. 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 апреля 1994 года.