объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-93-427

Б.Н.Захарьев

К ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ ШИРИНАМИ РЕЗОНАНСОВ.

Как предсказывать качественно форму соответствующего потенциального возмущения

Направлено в журнал «Physics Letters B»

1993

До последнего времени квантовая механика светила миру, как луна, лишь одной своей стороной (прямой задачей). Вторая ее половина оставалась невидимой. Теперь у нас есть возможность заглянуть туда с помощью обратной задачи, точно решаемых моделей и квантовых картинок, полнее и глубже понять нерелятивистскую квантовую теорию.

1 ВВЕДЕНИЕ

В нашей предыдущей работе [1] удалось неожиданно просто качественно объяснить деформацию потенциалов, необходимую для удаления избранных уровней из спектра связанных состояний (так, чтобы остальные уровни оставались на месте). Хотя соответствующие формулы обратной задачи были известны и до того, наглядная интерпретация этой процедуры отсутствовала. Оказалось, что удаление уровней можно представить себе (и на квантовых картинках) как предел непрерывного и неограниченного увеличения (уменьшения) нормировочных спектральных параметров [2-4]. Для этого возникает вспомогательная узкая потенциальная ямка, служащая "переносчиком" избранного связанного состояния, удаляющего его на бесконечность (или "впрессовывающего" его в бесконечную вертикальную потенциальную стенку, если таковая имеется в исходном внешнем поле, строго ограничивающем движение волн).

Для указанного явления существенна возможность построения таких (например, двойных) потенциальных ям, в которых отдельные состояния концентрируются в одной из ее частей. Это укрепляет и расширяет нашу квантовую интуицию. В частности, интуиция подсказала возможность управлять ширинами резонансов, вводя соответствующие возмущения-переносчики отдельных квазисвязанных состояний сквозь запирающие их потенциальные барьеры.

Тот же механизм концентрации выбранных волновых функций в заданных областях позволяет управлять и переходами между дискретными уровнями (что обсуждается в конце работы).

2 МОДЕЛИ СЛОЖЕНИЯ СПЕКТРОВ

Начнем с самых простейших, давно известных примеров, иллюстрирующих возможность локализации волновой функции в одной из классически доступных областей, где волны, отражаясь от ограничивающих область барьеров, сами себя поддерживают в виде стоячей волны с значительной амплитудой, в то время как в других разрешенных областях они гасят себя.

Рассмотрим две потенциальные ямы (см. рис.1), в каждой из которых, взятой в отдельности, имеются связанные состояния,причем такие, чтобы уровни энергии одной ямы не совпадали с уровнями другой. Если расположить эти ямы достаточно далеко друг от друга, их спектры связанных состояний будут просто суммами отдельных спектров (практически не возмущающими друг друга при сложении). При этом, хотя формально уровни двойной ямы будут общими, но фактически соответствующие состояния будут жить каждое только в "своей" парциальной ямке. То же будет и в случае большего числа "независимых" ям.

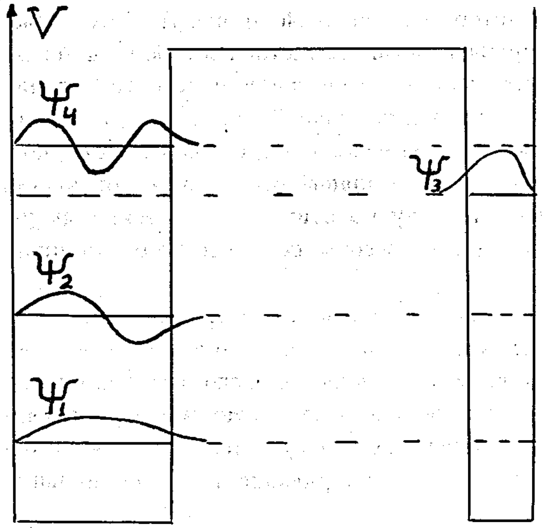

Рис.1. Спектры связанных состояний двух ям, разделенных широким потенциальным барьером, складываются. Обратите особое внимание на то, что волновые функции связанных состояний локализуются в "своих" ямах. Хотя, строго говоря, это состояния всей двухямной системы, но амплитуды колебаний волновых функций в "чужих" ямах близки к нулю

Другой простейший точно решаемый аналогичный пример – прямоугольная яма со слабопроницаемой асимметрично расположенной δ-перегородкой (см. рис.2). Здесь также состояния (если не получилось случайное вырождение уровней) будут жить в основном в одной из двух частей ямы, а в другой хотя и будут совершать положенные колебания, но с исчезающе малой амплитудой (зависящей от проницаемости δ-перегородки).

Это свойство состояний локализоваться в избранной части пространства

(в парциальной ямке) используется при изменении нормировочных констант уровней и для управления ширинами резонансных состояний.

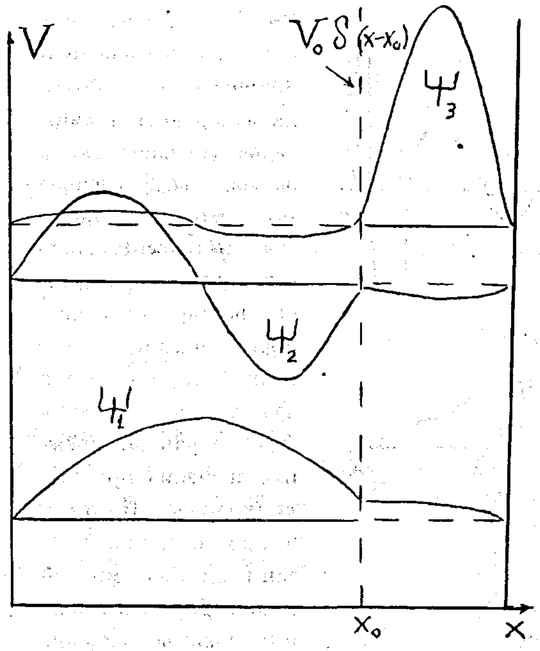

Рис.2. Спектр бесконечной прямоугольной потенциальной ямы складывается из спектров ее частей, разделенных слабопроницаемой δ-образной перегородкой. Если постепенно ослаблять проницаемость перегородки, увеличивая V_0, уровни исходной прямоугольной ямы сдвигаются, как правило, вверх. При этом волновые функции постепенно локализуются в тех частях ямы, где условия существования стоячих волн при данной энергии благоприятны

3 МОДЕЛЬ С δ-БАРЬЕРОМ

Еще раньше было понято [2-5], что с помощью потенциальных возмущений баргмановского типа можно изменять приведенные ширины связанных состояний в бесконечной яме конечного радиуса. Модель с частично прозрачной δ-стенкой имеет те же решения внутри мишени, что и при непроницаемой стенке.

Увеличение приведенной ширины (модуля производной волновой функции с внутренней стороны запирающего барьера) сдвигает локализацию состояния к краю системы и облегчает его распад (см. рис.3). Это достигается углублением потенциала у внешней стенки, затягивающей в себя основную часть волновой функции,и следующим за ней барьером, вытесняющим функцию в образовавшуюся ямку. Чем больше приведенная ширина, тем глубже и уже эта яма, тем сильнее прижимается функция к запирающему барьеру и сильнее смещается по энергии вниз резонансное состояние от положения уровня при непроницаемой стенке. При уменьшении модуля производной с внутренней стороны δ-перегородки возрастает производная на левом краю мишени,и там преимущественно локализуется волновая функция. Удаление области локализации от внешнего края мишени, естественно,затрудняет распад данного состояния и уменьшает ширину резонанса.

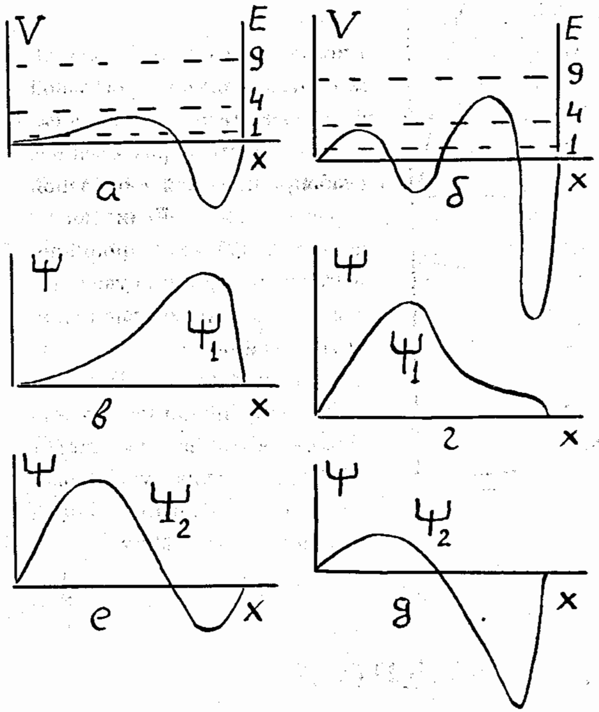

Рис.3. а,б –возмущения дна бесконечной прямоугольной потенциальной ямы, сдвигающие основное (в) и первое возбужденное (д) состояния вправо так, что меняются соответствующие приведенные ширины (значения производных на правом краю ямы), в то время как другие состояния (г, е) сохраняют прежние значения производных справа. Невозмущенные функции показаны штриховыми линиями. Для более сильных сдвигов волновых функций нужны возмущения того же типа, только с большими амплитудами (см. [5])

Приведем соответствующие формулы. Выражение для решения во внутренней области имеет вид:

$$\phi(k,r) = A(k)\left(\overset{\circ}{\phi}(k,r) - \frac{c^2\, \overset{\circ}{\phi}_n(r)\int\limits_0^r \overset{\circ}{\phi}_n(t)\, \overset{\circ}{\phi}(k,t)dt}{1 + c_n^2\int\limits_0^{(r)} \overset{\circ}{\phi}{}_n^2(t)dt}\right), \qquad (1)$$

где c_n – нормировочная константа n-го состояния мишени, равная производной нормированной волновой функции в начале координат.

В точке потенциальной перегородки $\overset{\circ}{V}\ \delta(r-a)$ нужно сшить решения слева и справа со скачком производной:

$$\phi(k,a) = \sin[ka+\delta(k)]\ , \qquad (2)$$

$$\phi'(k,a) = k\cos[ka+\delta(k)] + \overset{\circ}{V}\sin[ka+\delta(k)]\ . \qquad (3)$$

Из (1, 2, 3) получаем выражение для фазы рассеяния как функции импульса:

$$\delta(k) = \mathrm{arcctg}\left[\frac{\phi'(k,a)}{k\phi(k,a)} - \overset{\circ}{V}/k\right] - ka. \qquad (4)$$

Можно предсказать, что вблизи энергии состояния, у которого изменена нормировочная константа с, изменится и ширина резонанса, а остальные резонансы изменятся незначительно.

В пределе выбранное состояние "впрессовывается" в вертикальную потенциальную стенку.

4 ПРОТАСКИВАНИЕ СКВОЗЬ БАРЬЕР

Интуиция позволяет качественно предсказать свойства квантовых систем без использования формул и компьютеров. Рассмотрим картину (см. рис.4) преобразования осцилляторной ямы при увеличении нормировочной константы – множителя M_λ в асимптотическом поведении волновой функции слева. Полезно сопоставить рис.3 и 4.

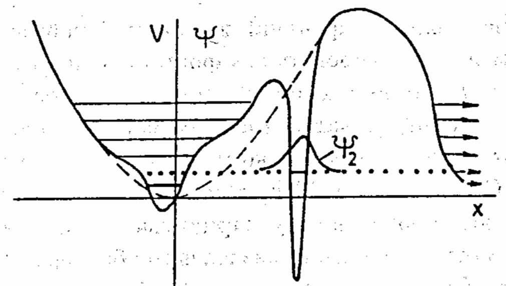

Рис.4. Искажение формы осцилляторной ямы (- - -) при увеличении нормировочного множителя M_2 первого возбужденного состояния. Вспомогательная узкая яма уносит избранное состояние тем дальше, чем больше выбранное значение M_2 – см.[1]. Если еще загнуть одну из бесконечных стенок исходной осцилляторной ямы так, чтобы она превратилась в потенциальный барьер конечной величины, то связанные состояния превращаются в квазистабильные, а перенос избранного состояния к краю барьера увеличивает вероятность распада на заданную величину

Если загнуть одну из бесконечных стенок осцилляторной ямы, то связанные состояния превратятся в квазистабильные (резонансы). Хотя это кардинально меняет характер системы, свойство вспомогательной ямки – переносить избранные состояния – при соответствующей подстройке ее формы не пропадает. Здесь нам помогает квантовая интуиция: без аналитических формул и расчетов на ЭВМ (решение задачи на собственные значения для квазистационарных состояний требует поиска резонансов в комплексной плоскости k) ясно, что перенос состояния под барьером ближе к его внешнему краю облегчает распад и увеличивает ширину избранного резонанса, не меняя остальные. Естественно предположить, что при этом нижние состояния возмутятся несильно. Вспомогательная узкая яма, сдвигающая локализацию избранного состояния, наводит на мысль, что это явление можно использовать для управления матричными элементами переходов между различными связанными состояниями.

5 УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДАМИ ?

Меня постоянно обвиняют в том, что я открываю очевидное. Один ...зашел так далеко, что назвал мою работу ослепляющей вспышкой очевидного. ...я доволен этой характеристикой .

Томас Дж. Питерс

Понимание явления локализации волновых функций в ограниченной области системы потенциальных ям можно использовать для формирования желаемых переходов между уровнями. Например, в предельном случае можно произвольно задать решетку уровней и потребовать, чтобы был переход лишь между i-ым и j-ым состояниями: отличен от нуля только матричный элемент некоторого локального оператора O ($< j|O|i >$). Такую квантовую систему легко построить, помещая выделенные уровни в одну парциальную ямку, а все остальные уровни – по одному в отдельные ямки, разделенные барьерами с пренебрежимой проницаемостью. Отсутствие перекрывания функций исключит нежелательные переходы. Подобную процедуру можно себе представить и в более общем случае, когда заданы определенные соотношения между вероятностями переходов произвольного дискретного спектра. Дополнительными рычагами влияния на величины матричных элементов являются "парциальные приведенные ширины" состояний в отдельных ямках, регулируемые по правилам изменения нормировочных спектральных параметров подбором формы этих парциальных ямок.

Автор благодарен профессору Слободриану за вопрос на семинаре в университете Лаваля в Квебеке, стимулировавший появление данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Захарьев Б.Н., Чабанов В.М.Деформации потенциалов, выбрасывающие из спектра отдельные энергетические уровни. Препринт ОИЯИ Р4-93-179, Дубна,1993 (работа направлена в Phys.Lett.A); см. также:Abraham P.B., Moses H.F. Phys.Rev. A22,1980, 1333.

[2] Захарьев Б. Н. и др. *Точно решаемые модели (уроки квантовой интуиции I)* ЭЧАЯ, 1990, 21, 914; *Дискретная и непрерывная квантовая механика, точно решаемые модели (уроки квантовой интуиции II).* ЭЧАЯ, 1992, 23, №5.

[3] Захарьев Б. Н., Сузько А. А. *Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи.* Энергоатомиздат, М.,1985. Переработанное английское издание: Springer-Verlag, Heidelberg, 1990.

[4] Захарьев Б.Н.*Уроки квантовой интуиции.*Энергоатомиздат, М. (в печати, но можно скопировать у автора на дискету ее непрерывно совершенствуемый LaT_EX-вариант).

[5] Poshel J., Trubovitz E. *Inverse Spectral Theory.* Academic, New York, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 ноября 1993 года.

Захарьев Б.Н. Р4-93-427

К теории управления ширинами резонансов.
Как предсказывать качественно форму соответствующего потенциального возмущения

Дается простое физическое объяснение трансформации запирающего потенциала, необходимой для увеличения (уменьшения) вероятности распада избранного квазистационарного состояния при неизменных временах жизни остальных. Произвольные изменения ширин резонансов обеспечиваются специальными «переносчиками» избранных состояний — узкими локальными зонами притяжения, способными сепаратно двигать их сквозь потенциальный барьер ближе к его краю, увеличивая вероятность распада. Обсуждается связанная с этим возможность управления формой волновых функций для создания квантовых систем с заданными вероятностями переходов между уровнями произвольно (по желанию) заданного дискретного спектра.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1993

Перевод автора

Zakhariev B.N. P4-93-427

To the Theory of the Management of the Resonance Widths.
How to Predict Qualitatively the Form
of the Corresponding Potential Perturbations

A simple physical explanation is given of the potential transformation which is necessary to increase (decrease) the probability of the decay of the chosen quasi-stationary state when the half-lives of all other states remain unchanged. The arbitrary changes of the resonances widths are provided by the special auxiliary «carriers» (narrow local attractive wells) which are able to shift separately the chosen states through the potential barrier nearer to its outer end increasing the decay rate. The possibility to manage the form of wave functions for construction of quantum systems with the desired transition rates for the arbitrary chosen discrete spectrum is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1993