сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-93-214

Е.Б.Бальбуцев, М.А.Листенгартен*, А.В.Унжакова*

ИЗОСКАЛЯРНЫЕ ДИПОЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ТОРОИДНЫЕ МОМЕНТЫ АТОМНЫХ ЯДЕР

*С.-Петербургский государственный университет

1993

1 Введение

Предположение о возможном существовании нового вида электромагнитных моментов - тороидных было выдвинуто Я.Б. Зельдовичем [1] и более детально разработано в [2]. Эта идея нашла свое подтверждение в [3],где было обнаружено, что низколежащие одночастичные состояния атомных ядер обладают тороидным моментом.

Исследование коллективных возбуждений тороидного типа было начато в работах [4],[5] в рамках довольно простых моделей (несжимаемое ядро с резким краем) со схематическими взаимодействиями. Близкие результаты получались и в рамках метода моментов функции Вигнера [6] с поверхностным натяжением в качестве остаточного взаимодействия. Упрощенные расчеты [4]-[6] предсказывали тороидное возбуждение в районе гигантского дипольного резонанса (примерно 11 МэВ для ^{208}Pb). Естественно, интересно посмотреть, что даст расчет с реалистическим взаимодействием при отказе от условия несжимаемости.

Изучение компрессионных мод актуально в связи с недавними экспериментами голландской группы [7], в которых было установлено существование низколежащих изоскалярных 1^--возбуждений. Разумеется, большой интерес представляют и высоколежащие изоскалярные дипольные моды, которые экспериментально были обнаружены сравнительно недавно и поэтому в данных о них еще имеется некоторый разброс [8]-[10].

В данной работе метод моментов применяется для расчета изоскалярных и изовекторных коллективных дипольных возбуждений отрицательной четности с силами Скирма (вариант SKM^*). Система динамических уравнений для декартовых тензоров 3-го ранга (играющих роль коллективных переменных) была написана в [11]. После очевидных перекомбинирований эта система разбивается на подсистемы для неприводимых тензоров мультипольности 3,2 и 1. Последняя подсистема является наиболее сложной. Она позволяет изучать коллективные 1^--возбуждения вихревого и компрессионного типа.

2 Движение центра масс

Всевозможные определения, а также вывод динамических уравнений для декартовых тензоров 1-го и 3-го рангов достаточно подробно представлены в работах [11] и [12], поэтому здесь мы остановимся только на проблеме движения центра масс, которое должна корректно учитывать любая теория, претендующая на правильное описание 1^--возбуждений. В методе моментов координаты центра масс являются коллективными переменными, и для них имеются уравнения движения. Приведем здесь их вывод.

Вириальные уравнения 1-го ранга получаются интегрированием уравнения непрерывности

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + div(n_q \vec{u}_q) = 0 \tag{1}$$

и уравнения Эйлера

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_q u_{qi}) + \frac{n_q}{m}\frac{\partial W_q}{\partial x_i} + \\ + \sum_s \frac{\partial}{\partial x_s}(\frac{1}{m}P_{q\,is} + n_q u_{q\,i} u_{q\,s}) = 0 \tag{2}$$

по объему ядра с весами x_i и 1 соответственно. Здесь $n_q(\vec{r})$ - плотность нуклонов, $u_q(\vec{r})$ - их средняя скорость, q - индекс, отличающий протоны и нейтроны, $P_{q\,is}$- тензор давлений, $W_q(\vec{r})$ - среднее поле, в котором находится нуклон; m - масса нуклона; i, s -индексы декартовой системы координат, принимающие значения 1,2,3. Интегрируя последние члены обоих уравнений по частям, получаем:

$$\frac{d}{dt}\mathcal{J}_{q\,i} - \mathcal{P}_{q\,i} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}\mathcal{P}_{q\,i} + \frac{1}{m}\int n_q \frac{\partial W_q}{\partial x_i} d\vec{r} = 0, \tag{4}$$

где $\mathcal{J}_{qi} = \int x_i n_q d\vec{r}$ - координата центра масс протонов или нейтронов, $\mathcal{P}_{qi} = \int n_q u_{q\,i} d\vec{r}$ - соответствующий импульс. Интеграл от последнего члена в (2) равен нулю в силу граничного условия. Уравнение (4) описывает динамику импульса нуклонов. Сумма уравнений

(4) для нейтронов и протонов в отсутствие внешних полей представляет собой закон сохранения импульса ядра $\mathcal{P}_i = \mathcal{P}_{ni} + \mathcal{P}_{pi}$. В этом случае интеграл $\int(n_p \frac{\partial W_p}{\partial x_i} + n_n \frac{\partial W_n}{\partial x_i})d\vec{r}$ есть не что иное, как сумма всех внутренних сил, действующих в ядре, и должен быть равен нулю. Заметим, однако, что равенство выполняется только для самосогласованного среднего поля $W_q(\vec{r})$.

Чтобы рассчитать вероятности возбуждения ядра, мы пользуемся теорией линейного отклика в форме, представленной Лейном [13]. Для этого ядро помещается во внешнее поле

$$\mathcal{W}_q(\vec{r},t) = Q_q(r)e^{-i\omega t} + Q_q^{\dagger}(r)e^{i\omega t}.$$

где $Q_q(\vec{r})$ - оператор, матричные элементы которого и требуется вычислить. Чтобы не нарушался закон сохранения импульса, $\mathcal{W}_q$ должно удовлетворять равенству

$$\int(n_p \frac{\partial \mathcal{W}_p}{\partial x_i} + n_n \frac{\partial \mathcal{W}_n}{\partial x_i})d\vec{r} = 0. \tag{5}$$

Оно позволяет фиксировать эффективные заряды и прочие параметры внешнего поля. Так, для дипольного оператора $Q_{q\,1\mu} = e_q r Y_{1\mu}$, возбуждающего гигантский дипольный резонанс ГДР, имеем:

$$\sum_q e_q \int n_q \frac{\partial}{\partial x_i}(rY_{1\mu})d\vec{r} \simeq \tag{6}$$

$$\sum_q e_q \frac{Z_q}{A} \int n \frac{\partial}{\partial x_i}(rY_{1\mu})d\vec{r} = 0.$$

Здесь мы воспользовались общепринятым приближением $n_q = \frac{Z_q}{A}n$, где $n = n_p + n_n$. Интеграл в (6), очевидно, отличен от нуля, следовательно:

$$\sum_q e_q \cdot Z_q = e_p \cdot Z + e_n \cdot N = 0. \tag{7}$$

Легко видеть, что это условие удовлетворяется известным выбором эффективных зарядов: $e_p = \frac{N}{A} \cdot e$, $e_n = -\frac{Z}{A} \cdot e$. В случае электромагнитных (кулоновских) возбуждений, когда $e_p = e$ и $e_n = 0$, либо изоскалярных возбуждений, когда $e_p = e_n$, каждый член суммы в

(5) должен быть равен нулю, что можно обеспечить только специальным выбором оператора. Обычно берется $Q_{q1\mu} = e_q(r^3 + \alpha r)$. Из (5) для него получается (после интегрирования по углам):

$$\sum_q e_q \cdot \frac{Z_q}{A} \int \frac{\partial n}{\partial r}(r^3 + \alpha r) r^2 dr = 0. \tag{8}$$

Отсюда, приравнивая интеграл нулю, получаем известную [14] формулу для константы α:

$$\alpha = -\frac{5}{3} \int n r^4 dr \Big/ \int n r^2 dr = -\frac{5}{3}\langle r^2 \rangle. \tag{9}$$

Тороидный оператор [2]

$$\hat{O}_t = \vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{p}) - 2r^2 \vec{p} \tag{10}$$

возбуждает вихревые движения и не приводит к перераспределению вещества в ядре, не влияя тем самым на центр масс. Его воздействие на нуклоны осуществляется через тензор давлений [6].

При расчетах более удобно иметь дело не с двумя уравнениями (3) и (4), а с одним, которое получается подстановкой (3) в (4):

$$\frac{d^2 \mathcal{J}_{qi}}{dt^2} + \frac{1}{m} \int n_q \frac{\partial W_q}{\partial x_i} d\vec{r} = 0. \tag{11}$$

Это уравнение описывает, очевидно, движение центров масс протонов и нейтронов. Однако через среднее поле W_q оно связано с тензорами более высокого ранга, которые позволяют к простейшему движению нуклонов (центра масс) добавить более сложные движения компрессионного и вихревого типа.

3 Результаты расчетов

В этой работе мы ограничились вычислениями только для тяжелого ядра ^{208}Pb. Дело в том, что в наших расчетах нет самосогласования. Плотность аппроксимируется функцией Ферми, параметры которой подобраны так [15], чтобы в общем и целом она годилась для всей таблицы Менделеева. Для кинетической энергии используется приближение Томаса-Ферми. При описании достаточно грубых характеристик (например, гигантских резонансов), особенно в тяжелых ядрах, оба эти приближения приемлемы. Однако в легких ядрах они могут приводить к заметным ошибкам. Причем роль самосогласования особенно велика при описании дипольных возбуждений, т.к. движение центра масс отделяется от них точно только в случае самосогласованного среднего поля.

Энергии дипольных возбуждений E_i находятся решением характеристического уравнения системы динамических уравнений для различных тензоров мультипольности $\lambda = 1$, написанной в [11]. Это уравнение является полиномом 7-го порядка относительно E^2, следовательно, можно ожидать до семи корней. Результаты расчета приведены в таблице 1. Характеристическое уравнение действительно имеет семь решений для ^{208}Pb, т.е. предсказываются семь 1^--резонансов. О природе каждого из них можно судить, рассчитав вероятности их возбуждения различными операторами. Начнем с оператора, позволяющего анализировать компрессионные моды [14]:

$$\hat{O}_3 = e(r^3 + \alpha r)Y_{1\mu}. \tag{12}$$

Результаты расчета с ним приведены в 2,3 и 4 колонках таблицы 1. Во второй колонке показан вклад каждого уровня в электромагнитное энергетически взвешенное правило сумм (EWSR):

$$S(E1) = \frac{3}{4\pi}\frac{\hbar^2}{2m}e^2 Z\left[G_1 + \frac{m}{2\hbar^2}(t_+ - \frac{t_-}{2}\frac{Z}{A})\cdot G_2\right]. \tag{13}$$

Здесь введены обозначения:

$$G_1 = 11\langle r^4\rangle - \frac{25}{3}\langle r^2\rangle^2,$$

$$G_2 = 11\langle nr^4\rangle + 10\alpha\langle nr^2\rangle + 3\alpha^2\langle n\rangle.$$

В третьей и четвертой колонках показаны вклады каждого уровня в изовекторное и изоскалярное правила сумм соответственно:

$$S(\tau = 1, \lambda = 1) = S(\tau = 0, \lambda = 1) = \tag{14}$$
$$\frac{3}{4\pi}\frac{\hbar^2}{2m}e^2 A\cdot\left[G_1 + \frac{m}{2\hbar^2}(t_+ - \frac{t_-}{2}\frac{Z^2+N^2}{A^2})\cdot G_2\right].$$

Таблица

Энергии и вероятности возбуждения 1^--резонансов изоскалярным дипольным $\hat{O}_3$ и тороидным $\hat{O}_t$ операторами. Для оператора $\hat{O}_3$ приведены вклады в правило сумм. $\hat{O}_3 = e(r^3 + \alpha r)Y_{1\mu}$ и $\hat{O}_t = \vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{p}) - 2r^2\vec{p}$

E_x	$\hat{O}_3$			$\hat{O}_t$		
МэВ	*em* (%)	*iv* (%)	*is* (%)	*em* (μ_N)	*iv* (μ_N)	*is* (μ_N)
8.1	5.4	0.1	10.0	~ 0	~ 0	~ 0
8.6	3.1	0	4.2	2.1	52.5	30.9
	(9.8 exp)		(14.7 exp)			
10.0	0.1	0.7	~ 0	233.6	40.7	31.4
11.3	1.6	1.9	0.1	–	–	–
17.3	0	~ 0	0.3	–	–	–
24.8	26.1	7.1	74.2	~ 0	~ 0	~ 0
37.4	63.6	102.6	0.2	~ 0	~ 0	~ 0
	$\sum = 99.9$	$\sum = 111.2$	$\sum = 89$			

Наибольший вклад в изовекторное EWSR дает седьмой уровень с энергией $E_7 = 37.4$ МэВ, который является, следовательно, компрессионным изовекторным дипольным резонансом. Какая-либо экспериментальная информация о нем нам не известна. Вклад остальных уровней в правило сумм, как видно по таблице, незначителен. Изоскалярное EWSR исчерпывается в основном тремя уровнями (1-м, 2-м и 6-м), причем самый большой вклад дает шестой уровень с $E_6 = 24.8$ МэВ, который можно назвать компрессионным изоскалярным дипольным резонансом.

Очень близкие результаты ($E = 25.9$ МэВ, вклад $= 58\%$) получаются в RPA-расчетах с взаимодействием SGII [14]. Экспериментально этот резонанс наблюдается при 21.3 - 22.6 МэВ с вкладом в

EWSR от 44 до 90% [8],[9],[10], что перекрывается с нашим числом 74.2%.

Вклад в EWSR двух нижних уровней значительно меньше. Тем не менее именно они представляют сейчас наибольший интерес в связи с недавними экспериментами, проведенными голландской группой [7]. В этой работе изучалась реакция $(\alpha, \alpha' \gamma_0)$ при нулевых углах в ^{208}Pb, ^{90}Zr, ^{58}Ni и ^{40}Ca. В ^{208}Pb обнаружено семь 1^--уровней в интервале энергий от 5.3 до 7.28 МэВ с суммарным вкладом в изоскалярное EWSR $14.7 \pm 0.3\%$ и в электромагнитное - $9.82 \pm 0.14\%$. Эти цифры весьма близки к суммарному вкладу двух наших самых низких 1^--уровней в соответствующие правила сумм. По энергиям, правда, согласие заметно хуже: центроид рассчитанных уровней (8.23 МэВ) на 2.3 МэВ превышает центроид экспериментальных уровней (5.94 МэВ). В связи с этим, однако, надо отметить большую чувствительность нижних уровней решительно ко всем деталям расчета. Например, достаточно пренебречь квантовой поправкой к уравнению Власова, чтобы этот центроид опустился на 2 МэВ, тогда как остальные уровни сдвигаются незначительно. Поэтому можно надеяться, что самосогласованный расчет с каким-нибудь более современным взаимодействием существенно улучшит согласие с экспериментом.

Рассмотрим колебания тороидного момента ядра [16]

$$\vec{T}_q = \frac{e}{10c} \int n_q(r)[\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{v}_q) - 2r^2 \vec{u}_q] d\vec{r},$$

которые возбуждаются оператором $\hat{O}_t$ (10). Результаты расчета с этим оператором демонстрируются в 5,6 и 7-й колонках таблицы. В пятой колонке приведены числа, соответствующие электромагнитному возбуждению, когда внешнее поле воздействует только на протоны. С наибольшей вероятностью, как видно, возбуждается третий уровень с энергией $E_3 = 10$ МэВ. На два порядка меньше вероятность возбудить второй уровень с энергией $E_2 = 8.6$ МэВ.

Остальные уровни этим оператором не возбуждаются. Для большинства из них функция [6]

$$\mathcal{F}_t(E) = (E - E_\nu) \int [\vec{r}(\vec{r} \cdot \delta\vec{u}) - 2r^2 \delta\vec{u}]\, d\vec{r},$$

которая согласно теории линейного отклика [13] в пределе $E \to E_\nu$ должна давать квадрат модуля соответствующего матричного элемента, очень мала. Но для двух уровней (прочерки в таблице) она отрицательна, что связано с несамосогласованностью расчета и, следовательно, примесью духового состояния. $\delta\overline{u}$ - вариация средней скорости нуклонов.

В шестой и седьмой колонках показаны числа, соответствующие изовекторному и изоскалярному возбуждениям. Как видно, резонансы E_2 и E_3 совершенно не разделены по изоспину, ибо с одинаковой вероятностью возбуждаются как изовекторным, так и изоскалярным операторами. По энергии резонансы E_2 и E_3 расположены на хвосте ГДР, где экспериментально наблюдается несколько небольших пиков [17]. Любопытно, что один из них находится почти при 10 МэВ. Однако вряд ли стоит торопиться отождествлять его с тороидной модой до проведения расчетов с хартри-фоковскими плотностью и тензором давлений, потому что, как любая токовая мода, тороидная мода чрезвычайно чувствительна к любым тонкостям вычислений.

Не затронутые операторами $\hat{O}_3$ и $\hat{O}_t$ два уровня E_4 и E_5 представляют собой расщепленный гигантский дипольный резонанс [18].

4 Заключение

Проделаны расчеты с силами Скирма для ядра ^{208}Pb. Теория дает семь 1^--резонансов в интервале энергий от 8 до 40 МэВ. Анализ вероятностей их возбуждения позволил показать, что:

1. Два наиболее высоколежащих резонанса являются изоскалярной и изовекторной компрессионными модами. Энергия и вклад в правило сумм изоскалярного возбуждения довольно близки к экспериментальным значениям, хотя для полного согласия нужно, по-видимому, подобрать более современное взаимодействие. Экспериментальных данных по изовекторному резонансу пока нет.

2. Два самых низколежащих резонанса могут быть интерпретированы как компрессионные изоскалярные возбуждения. Их суммарный вклад в электромагнитное (кулоновское) и изоскалярное правила сумм очень хорошо согласуется с результатами недавних экспериментов [7].

3. Наконец, один резонанс, лежащий ниже ГДР, может быть истолкован как тороидная токовая мода, поскольку он возбуждается соответствующим тороидным оператором и не возбуждается обычными дипольными операторами (ни изовекторным, ни изоскалярным).

Проведенный анализ показал большую чувствительность дипольных возбуждений (особенно низколежащих) ко всем деталям расчета, поэтому имеет смысл повторить его с самосогласованными плотностями и тензором давлений.

Литература:

[1] Зельдович Я.Б. // ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1531.
[2] Дубовик В.М., Чешков А.А. // ЭЧАЯ, 1974, т.5, с.791.
[3] Листенгартен М.А., Григорьев В.Н., Ферсесин А.П. // Изв. АН СССР, сер.физ.,1981, т.45, с.2038.
[4] Семенко С.Ф. // ЯФ, 1981, т.34, с.639.
[5] Koch H. et al. // Nucl. Phys., 1982, v.A373, p.173.
[6] Бальбуцев Е.Б.// ЭЧАЯ, 1991, т.22, вып.2, с.333.
[7] Poelhekken T.D. et al. // Phys. Lett., 1992, v.B278, p.423.
[8] Djalali C. et al. // Nucl. Phys., 1982, v.A380, p.42.
[9] Morsch H.P. et al. // Phys. Rev., 1983, v.C28, p.1947.
[10] Adams G.S. et al. // Phys. Rev., 1986, v.C33, p.2054.
[11] Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В., Пиперова Й. // ЯФ, 1991, т.53, с.670.
[12] Бальбуцев Е.Б., Пиперова Й. // ЯФ, 1989, т.50, с.961.
[13] Lane A.M. // Nuclear Theory. Ed. Benjamin. New York, 1964.
[14] Nguen van Giai // "Nuclear Collective Dynamics" Proceedings of the International School of Nuclear Physics, Poiana Brasov, Romania, 1982 / ed. D.Bucurescu et al. World Scientific, 1983, p.356.
[15] Bernstein A.M. // Adv. Nucl. Phys., 1969, v.3, p.325.
[16] Дубовик В.М., Тосунян Л.А. // ЭЧАЯ, 1983, т.14, вып.5, с.1193.
[17] Беляев С.Н. и др. // ЯФ, 1985, т.42, с.1050.
[18] Balbutsev E.B., Durand M., Molodtsova I.V., Piperova J., Unzhakova A.V. // Preprint JINR E4-93-202, 1993, Dubna.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июня 1993 года.