

93-111



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4-93-111

Б.Н.Захарьев, В.М.Чабанов

АБСОЛЮТНО ПРОЗРАЧНЫЕ
МНОГОКАНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
Неожиданные особенности

Направлено в журнал «Physical Review Letters»

1993

”Чем дальше я живу, тем яснее мне, что прекрасно только то, что нетрудно понять”. А.Франс.

”Печально, когда теория совпадает с экспериментом, это уже не открытие, а закрытие.” П.Капица.

1 ВВЕДЕНИЕ

Мало кто сейчас не знает о знаменитых солитонах, которым соответствуют безотражательные потенциалы (см.примеры на рис.1-3).

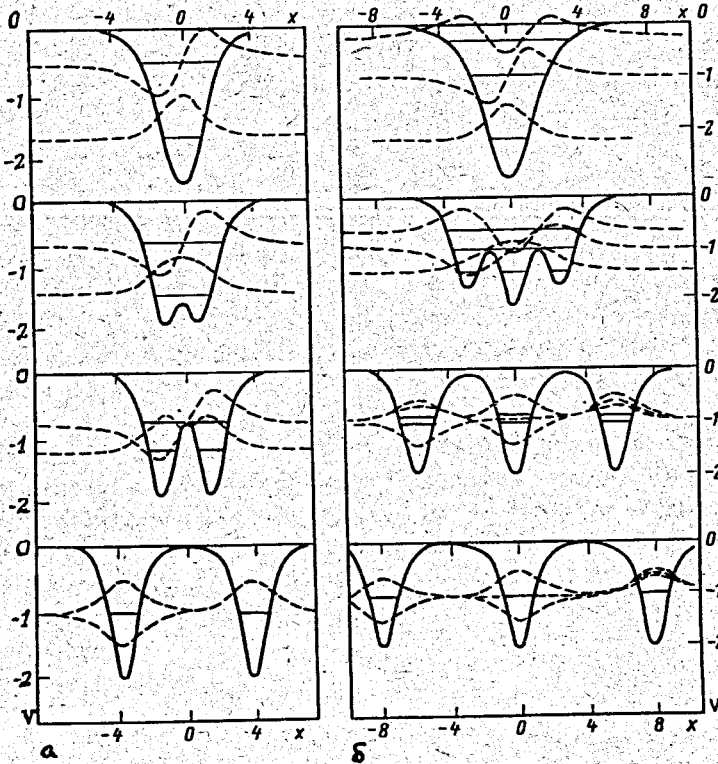


Рис.1 Примеры безотражательных потенциалов (а)– с двумя; (б)– с тремя связанными состояниями. Одноуровневая яма подобна верхним ямам с двумя и тремя уровнями, только менее глубокая.

Это уже вошло в банк ценных элементов квантовой интуиции (хотя и здесь еще далеко не достигнута исчерпывающая интуитивная ясность), помогающих глубже понимать вездесущий микромир.

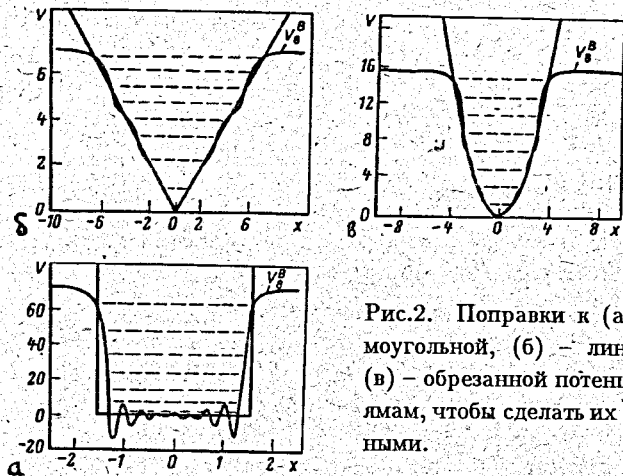


Рис.2. Поправки к (а) – прямоугольной, (б) – линейной и (в) – обрезанной потенциальным ямам, чтобы сделать их прозрачными.

Но одноканальные системы – лишь предельно простой случай квантовых объектов. К пониманию реального мира многоканальных процессов и структур предстоит еще продвигаться и сделать на этом пути бесчисленные открытия.

К чудесам квантовых систем можно теперь уже добавить многоканальные матрицы взаимодействия, абсолютно прозрачные для падающих волн в любых каналах. А подход обратной задачи позволяет получить такие матрицы и соответствующие решения в замкнутом виде. Так что здесь мы покажем, какую они имеют форму, как аналитически, так и графически ("картинки" безотражательных матричных потенциалов). К тому же, нам удалось наглядно ("на пальцах") объяснить замечательные свойства этих матриц, связанные с особенностями их, казалось бы, запутанной структуры. К догадке нас подтолкнула некоторая аналогия данного явления с резонансным туннелированием, которому ранее одним из авторов – Б.З.) было дано нетрадиционное истолкование [1], а также идея огибания барьера в уравнениях высшего порядка [2].

Имеется "вечное" противоречие между "чистой" и прикладной наукой. Желанию описать реально существующие сложные системы мешают бесчисленные детали конкретного объекта, среди которых трудно выделить определенный эффект. А идеальная модель, хотя и кристально ясно демон-

стрирующая новое явление может быть и неосуществимой в реальности. В случае данной работы мы как раз обсуждаем такую идеальную модель. Но поняв на ней суть физики многоканальной прозрачности, легче будет искать ее черты в самых запутанных реальных ситуациях.

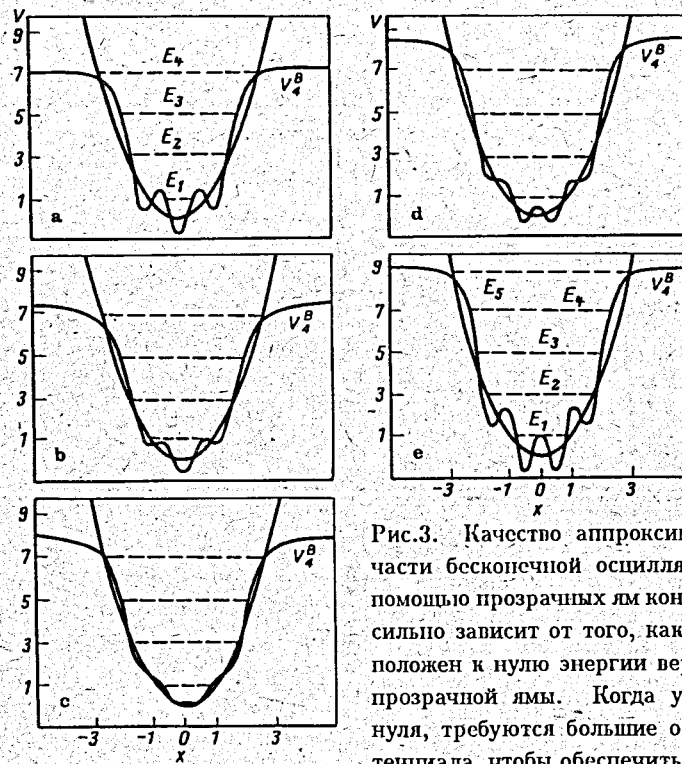


Рис.3. Качество аппроксимации нижней части бесконечной осцилляторной ямы с помощью прозрачных ям конечной глубины сильно зависит от того, как близко расположен к нулю энергии верхний уровень прозрачной ямы. Когда уровень вблизи нуля, требуются большие осцилляции потенциала, чтобы обеспечить прозрачность, – ведь такой уровень "старается захватить" пролетающую волну с малой энергией.

Уже в процессе подготовки рукописи данной статьи к печати выяснилось, как можно приблизиться к пониманию (на интуитивном уровне) и одноканального рассеяния. Оказалось, что можно это проиллюстрировать рисунками, использовавшимися раньше для другой цели (восстановления бесконечных потенциальных ям по нижней части дискретного спектра с помощью прозрачных ям конечной глубины см. рис.2,3 [3, 4]).

Уравнения обратной задачи – "вывернутое наизнанку" уравнение Шредингера. Оно позволяет управлять спектральными параметрами: задавая

спектральную функцию $\rho(E)$ (континуум степеней свободы), мы можем получать потенциалы $V(x)$ с желаемыми связанными состояниями и характеристиками непрерывного спектра.

2 ОДНОКАНАЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

"Одна из особых привилегий прекрасного в том, что ему не нужно быть полезным." Гете (истина не буквальная).

Напомним сначала однокомпонентный (скалярный) случай, некоторые прозрачные потенциалы для которого изображены на рис.1-3.

В случае ямы с одним уровнем имеется семейство прозрачных потенциалов с двумя свободными параметрами. Это положение уровня E и нормировка M — множитель при затухающей экспоненте в асимптотике волновой функции связанного состояния справа от ямы, фиксирующий положение потенциальной ямы на оси x ("slideability": потенциал "скользит" по x при изменении M , поскольку в асимптотическом поведении функции связанного состояния $\psi(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} M \exp(-\kappa x)$ сдвиг по x на Δx эквивалентен перенормировке $M \rightarrow M \exp(-\kappa \Delta x)$). Класс безотражательных потенциалов с двумя уровнями характеризуется уже четырьмя свободными параметрами (E_1, E_2, M_1, M_2). Здесь нормировки определяют не только общее положение потенциала на оси x , но и относительное расстояние между двумя его "составляющими". Трехуровневый случай, естественно, фиксируется шестью параметрами. Правда, потенциалы на рис.1, симметричны относительно $x=0$ и поэтому их форма задается лишь положениями уровней (без задания факторов M [1]). При сближении уровней отдельные солитонные ямы становятся все более похожими друг на друга и расходятся в стороны, обеспечивая в пределе двух- (трех- и более) кратное вырождение.

Поучительно еще познакомиться с картинками, показывающими, какие изменения нужно ввести например в прямоугольную, линейную и обрезанную осцилляторную потенциальные ямы конечной глубины, чтобы сделать их прозрачными.

Из рис.2,3 следует, что чем резче меняется исходный потенциал или чем ближе уровень ямы к нулевой энергии, тем большие поправки необходимы, чтобы придать ему прозрачность. Можно еще сказать, что добавочные осцилляции как бы "залечивают" возмущения непрерывного спектра.

Приведем еще пример аналогичного построения потенциала, сохраняющего отражательные свойства исходного потенциального барьера (рис.4). Варьируя нормировку M связанного состояния можно было, конечно, нарушить симметрию потенциала, смещая создаваемое углубление относительно исходного барьера.

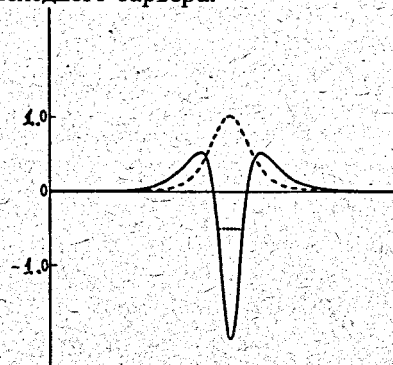


Рис.4 [10].

Исходный отталкивающий потенциал, обозначенный пунктиром, можно деформировать так, что появится связанное состояние, но коэффициент отражения $R(E)$ останется неизменным.

3 СИСТЕМА СИЛЬНО СВЯЗАННЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА

"Идеал ведь тоже действительность, такая же законная, как текущая действительность". Ф. Достоевский.

"Прекрасное влечет к себе ... и тотчас вселяет в нас стремление действовать". Плутарх.

Рассмотрим многоканальную систему связанных одномерных уравнений Шредингера [1, 5, 6]:

$$-\psi_i''(x) + \sum_j V_{ij}(x)\psi_j(x) = E_i\psi_i(x). \quad (1)$$

Здесь $E_i = E - \epsilon_i$ — энергии в каналах, а ϵ_i — значения порогов непрерывного спектра в отдельных каналах. Система (1) устанавливает прямую связь между матрицей взаимодействия $V_{ij}(x)$ и каналовыми волновыми функциями $\psi_i(x)$, определяющими наблюдаемые свойства соответствующего модельного квантового объекта. В общем случае, глядя на (1), практически трудно предугадать эти свойства.

Можно, однако, использовать подход обратной квантовой задачи и сначала задавать желаемые данные рассеяния или спектральные параметры

[1, 2, 7, 8]. Так, можно потребовать, чтобы потенциальная матрица в системе (1) была безотражательна, то есть чтобы ее рассеивающие свойства не отличались от системы без взаимодействия для несвязанных уравнений, описывающих свободное движение волн (полная проницаемость при любых значениях энергии непрерывного спектра), но при этом имелись связанные состояния. Используем для этого уравнения обратной задачи в подходе Марченко (см., например, [1, 6]) с нулевой исходной матрицей взаимодействия $\overset{\circ}{V}_{ij} = 0$.

$$K_{ij}(x, x') + Q_{ij}(x, x') + \int_x^\infty K_{i,l}(x, x'') Q_{lj}(x'', x') dx'' \quad (2)$$

$$Q_{ij}(x, x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_i x) [\overset{\circ}{r}_{ij}(k_i) - \overset{\circ}{r}_{ij}(k_i)] \exp(ik_j x') dk_i + \sum_{\nu}^N \exp(-\kappa_{\nu}^{\circ} x) M_{\nu}^{\circ} M_{\nu}^{\circ} \exp(-\kappa_{\nu}^{\circ} x'). \quad (3)$$

Закладывая в Q желаемые спектральные параметры связанных состояний (энергии связи $E_{\nu} = -\epsilon_{\nu} + \kappa_{\nu}^{\circ 2}$ и нормировочные константы M_{ν}°), а также данные рассеяния (коэффициенты отражения), мы находим из уравнений обратной задачи соответствующее K , которое, в свою очередь определяет искомую матрицу взаимодействия:

$$V_{ij}(x) = -2 \frac{d}{dx} K_{ij}(x, x). \quad (4)$$

В нашем случае в ядре Q исчезает интегральный член, поскольку разницу функций рассеяния (коэффициентов отражения) $\overset{\circ}{r} - r$ мы специально выбрали равной нулю. В результате мы имеем вырожденное (факторизованное по переменным) ядро интегрального уравнения (1), сводящееся к алгебраическим уравнениям [6], решения которых выражаются через решения Йоста свободного движения в расщепленных каналах $\overset{\circ}{F}_{ii}(y) = \exp^{-\kappa_i^{\circ} y}$ при значениях энергии порождаемых связанных состояний:

$$K_{ij}(x, y) = - \frac{M_i \overset{\circ}{F}_{ii}(x) M_j \overset{\circ}{F}_{jj}(y)}{1 + \sum_m \int_x^{\infty} [M_m \overset{\circ}{F}_{mm}(y)]^2 dy} \quad (5)$$

С таким K получаем согласно (4) вещественную безотражательную матрицу взаимодействия, которая для случая одного связанного состояния показана

на рис.5, а соответствующие решения Йоста прозрачной системы при произвольных энергиях (см. рис.6,7):

$$F_{ij}(x) = \overset{\circ}{F}_{ij}(x) + \int_x^{\infty} K_{im}(x, y) \overset{\circ}{F}_{mj}(y) dy. \quad (6)$$

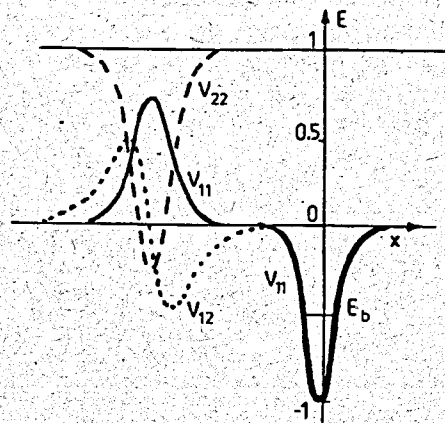


Рис.5. Прозрачная матрица взаимодействия с одним связанным состоянием при $E = -0.5$; $M_1 = 1, M_2 = 0.001$. Пороги, при которых открываются каналы: $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 1$. Отражение от барьера в $V_{11}(x)$, показанного сплошной линией, подавляется волнами от "распада" состояний, "удерживаемых" ямой $V_{22}(x) + \epsilon_2$, изображенной штриховой линией. При малых энергиях волны, которым надо бы туннелировать сквозь барьер в $V_{11}(x)$, обходят его по второму каналу за счет связи каналов $V_{12}(x) = V_{21}(x)$ (пунктир), которая обращается в нуль в точке вершины барьера.



Рис.6 Каналовые функции (показаны лишь их вещественные компоненты): (а,б) при энергии $E = 0.2$ между порогами. В открытом первом канале с двух сторон вне области взаимодействия - невозмущенная синусоида с единичной амплитудой. В закрытом канале решение экспоненциально затухает в обе стороны.

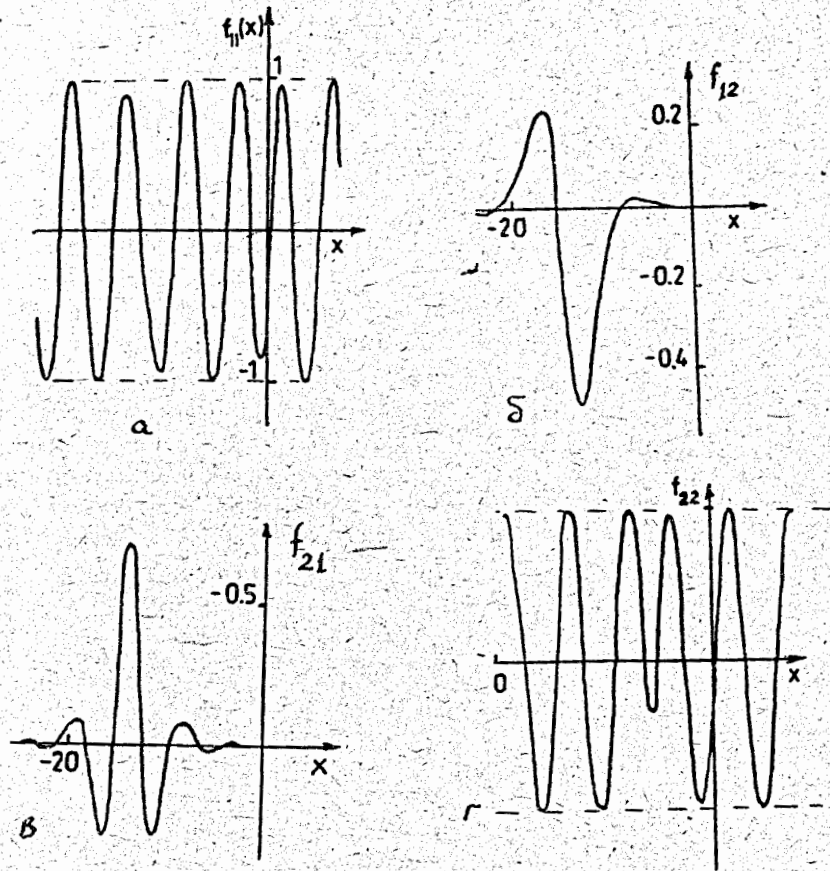


Рис.7 Каналовые функции (показаны лишь их вещественные компоненты): (а-г) при энергии $E=1.2$ выше обоих порогов. Во входных каналах, обозначенных вторым индексом функций, решения вне области взаимодействия переходят в невозмущенные синусоиды. В неупругих каналах волны возбуждаются лишь виртуально в области взаимодействия, затухая вне ее, несмотря на открытость обоих каналов.

Решения Йоста (векторные при одном открытом канале и матричные при двух) показаны на рис.6.7. Правый индекс функций помечает, в каком канале имеется падающая волна, т.е. фиксирует граничные условия. Левый индекс решений обозначает канал, в котором имеется данная волна.

Яма справа в V_{11} , выделенная особенно жирной линией на рис. 5, имеет вид одноуровневой безотражательной ямы, но совершенно неожиданным было появ-

ление барьера в потенциале V_{11} , который, казалось бы, должен был безнадежно нарушить безотражательность взаимодействия. Действительно, такой барьер вызывает отражение, но оно как раз необходимо для гашения других нежелательных волн.

Явление туннелирования составляет самую сердцевину квантовой природы. Уже несколькими нобелевскими премиями были отмечены прорывы в понимании и практическом его использовании. До сих пор это было связано в основном с одноканальными процессами. Но реальный мир существенно богаче одноканальных явлений. И хотя и в них еще многое остается загадочным, начинаются попытки осваивать и бескрайние просторы многоканальной физики. Здесь мы делаем шаг к пониманию механизма обхода препятствий, избегая трудности подбарьерного туннелирования, используя лишние (каналовые) степени свободы (см. еще [1], гл.7). На рис.5 в области потенциального барьера первого канала во втором канале образуется потенциальная яма V_{22} , куда частично перебрасывается волна из первого канала. Если энергия падающей волны лежит между двумя порогами, то второй канал закрыт и волна в нем оказывается запертой в указанной яме, из которой она может распасться только в первый канал, причем в обе стороны. Оказывается, что такие распадные волны, идущие направо, имеют ту же амплитуду, что и отраженные от барьера в первом канале, но противоположную фазу и потому уничтожаются. Это напоминает столкновение эффекта резонансного туннелирования предложенное в книге [1] (одним из авторов - Б.З.). Но там подобное взаимное уничтожение отраженной и распданной волн происходило лишь при одном значении энергии (или их конечном числе) в непрерывном спектре (на множестве меры нуль среди спектрального континуума). Почему же в двухканальном случае это возможно при всех энергиях непрерывного спектра? Дополнительная степень свободы возникает благодаря недиагональным элементам матрицы взаимодействия (континуальная степень свободы выбора V_{12}). Полезно также сравнить указанный эффект с явлением "обхода" барьеров при движении волн в уравнениях высшего порядка [2] (которые мы назвали "обобщенными уравнениями Шредингера"), только там окружным путем служил не другой канал, а другая ветвь спектра.

После знакомства с одноуровневой матрицей взаимодействия, нетрудно и в более сложной двухуровневой матрице $V_{ij}(x)$ (см.рис.8) найти "составляющие" ее элементы с рис.5.

Меняя положения уровней E_i , управляющие глубинами ям и высотами барьеров, и нормировки M_i связанных состояний, фиксирующих положения ям и барьеров на оси x , получаем широкий класс многоканальных безотражательных моделей.

Было бы поучительно построить потенциалы-фильтры, дающие близкое к 100 процентам отражение при отдельных избранных значениях энергии или на некоторых конечных участках непрерывного спектра и почти 100-процентно прозрачные на остальных.

Мы рассматривали одномерные уравнения, но может возникнуть вопрос о прозрачности трехмерных систем. Локальный трехмерный потенциал зависит от 3-х переменных, а матрица рассеяния – от 5-и (по два угла, определяющих направления падающей и уходящей волны, и модуль волнового вектора).

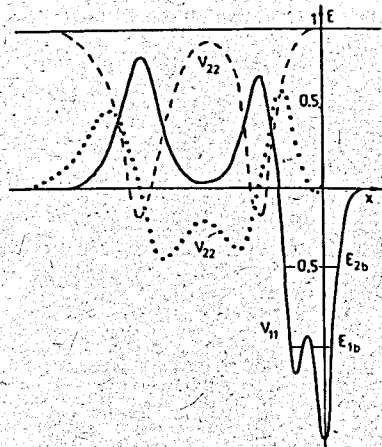


Рис.8 Прозрачная потенциальная матрица взаимодействия с двумя уровнями $E_1 = -0.5; M_{11} = 1, M_{12} = 0.01$ и $E_2 = -1; M_{21} = 1.2, M_{22} = 0.001$. В первом канале в V_{11} , показанной сплошной линией, образуются два барьера, а во втором канале в $V_{22} + \epsilon_2$ (штриховая линия) – две "компенсирующие" ямы на тех же местах. Пунктиром показан недиагональный матричный элемент V_{12} , осуществляющий связь каналов и равный нулю в точках максимумов барьеров.

Это означает, что данные рассеяния не могут задаваться независимо (поскольку матрица рассеяния полностью определяется потенциалом, то степеней свободы остаются лишь три, как в потенциале, определяющем свойства системы). Это не позволяет уничтожить рассеянные волны – занулить 5-мерную матрицу рассеяния. Правда, если рассматривать нелокальные по углам потенциалы (с пятью переменными)

$$V(r, \theta, \varphi, \theta', \varphi') = \sum_{lm'l'm'} V_{lm'l'm'}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) Y_{l'm'}^*(\theta', \varphi'),$$

то матрица рассеяния освобождается от связей и в принципе уже может быть задана прозрачной. Кстати, от рассмотренной нами двухканальной прозрачной матрицы взаимодействия можно, используя некоторые базисные функции любой размерности, перейти к потенциалу нелокальному по переменным выбранного базиса.

4 "АДИАБАТИКА"

Систему многоканальных уравнений 1 можно преобразовать в систему, подобную получающимся при адиабатическом разложении. Интересно посмотреть, как выглядят элементы матрицы зацепления и термы многоканальных уравнений адиабатического типа для прозрачной системы. Разложим каналовые функции $\Psi_i(x)$, опуская для простоты вторые индексы, указывающие на граничные условия, по собственным векторам $\Phi_n(i, x)$ матрицы потенциалов при фиксированном значении x :

$$\Psi_i(x) = \sum_{n=1}^2 F_n \Phi_n(i, x), \quad (7)$$

где нормированные собственные вектора имеют вид:

$$\Phi_n(1, x) = \frac{V_{12}(x)}{\sqrt{V_{12}^2 + (\mathcal{E}_n - V_{11}(x) - \epsilon_1)^2}}, \quad (8)$$

$$\Phi_n(2, x) = \frac{\mathcal{E}_n - V_{11}(x) - \epsilon_1}{\sqrt{V_{12}^2 + (\mathcal{E}_n - V_{11}(x) - \epsilon_1)^2}}. \quad (9)$$

Это разложение напоминает адиабатическое, только здесь сумма конечна без приближенного ее обрыва и движение по переменной x не обязательно должно быть медленным. Для коэффициентов разложения имеем обратное преобразование и "адиабатическую" систему уравнений:

$$F_n(x) = \sum_i \Phi_n(i, x) \Psi_i(x); \quad (10)$$

$$-F_n'' + \sum_{n'} K_{nn'}(x) F_{n'}(x) + \sum_{n'} Q_{nn'} \frac{d}{dx} F_{n'}(x) = (E - \mathcal{E}_n(x)) F_n(x), \quad (11)$$

где $\mathcal{E}_n(x) = [V_{11} + \epsilon_1 + V_{22} + \epsilon_2 \pm \sqrt{(V_{11} + \epsilon_1 - V_{22} - \epsilon_2)^2 + 4V_{12}^2}]/2$ – термы (собственные значения матрицы взаимодействия $V_{ij}(x)$, служащие потенциалами в адиабатической системе уравнений), а коэффициенты K и Q , осуществляющие связь уравнений из-за неучета в базисных функциях оператора кинетической энергии, имеют вид:

$$K_{nm}(x) = \sum_i \Phi_n(i, x) \Phi_m''(i, x); \quad (12)$$

$$Q_{nm}(x) = \sum_i \Phi_n(i, x) \Phi_m'(i, x). \quad (13)$$

Рис.9 Термы $\mathcal{E}(x)$

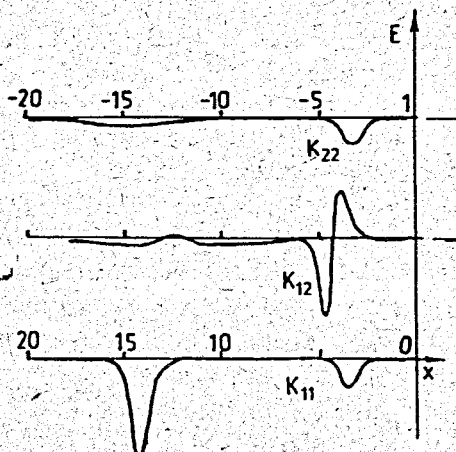
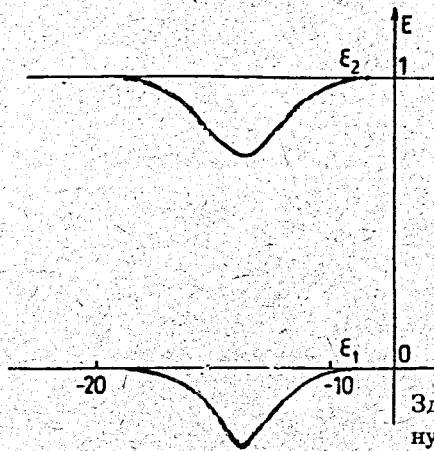


Рис.10. Элементы матрицы К. Здесь для наглядности K_{22} сдвинут вверх ко второму порогу, а K_{12} помещен между порогами. В диагональных матричных элементах барьеров нет.

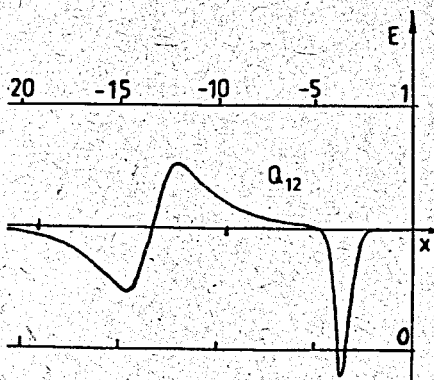


Рис.11 Элементы матрицы Q (антисимметричные по индексам): диагональные равны нулю, а один из недиагональных помещен между порогами

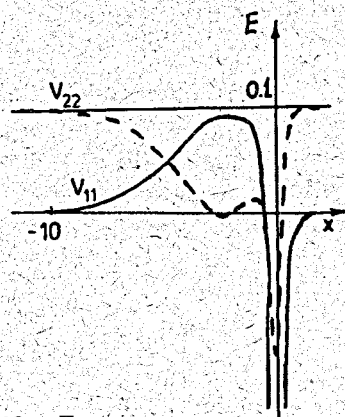


Рис.12. Диагональные элементы матрицы взаимодействия с разницей пороговых энергий двух каналов в десять раз меньшей, чем на рис.5. V_{22} смещен ко второму порогу.

Форма термов и элементов матриц K, Q показана на рисунках 9-11. Хотя мы не готовы их комментировать, но приводим их, чтобы читатели могли вместе с авторами подумать над ними.

5 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

"Не унывай — самое трудное еще впереди". Английская поговорка.

"Сомнение доставляет мне не меньшее наслаждение, чем знание". Данте.

Явление многоканальной прозрачности обеспечивается тремя особенностями матрицы взаимодействия. Барьеры в ее матричных элементах дают сильное отражение (1), по подбарьерное туннелирование заменяется "огибанием" барьеров по другим каналам, где вместо барьеров расположены потенциальные ямы (2), а распаднвые волны из этих ям во входном канале уничтожаются с отраженными от барьеров.

Рассмотренные модели, хотя и не отвечают реальным объектам квантового мира, но обогащают наш опыт пониманием качественно новых механизмов усиления прозрачности составных систем (волны используют возможности перехода из канала в канал для "огибания" препятствий и межканальной интерференции для подавления отражения).

Выражаем благодарность сотрудникам ЛТФ ОИЯИ за стимулирующий интерес к работе, а С.М.Елисееву за подходящую (приведенную выше) английскую поговорку.

6 ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем еще на рис.12 для полноты матрицу взаимодействия с уменьшенной разницей порогов каналов, а на рис.13 трехканальную прозрачную матрицу взаимодействия. В последнем случае ямы и барьеры в соседних каналах почему-то оказываются несколько смещенными друг относительно друга (ср. с рис.5). Правда, ямы более высоких каналов сдвигаются относительно барьеров, которые они призваны помочь обходить, навстречу падающему потоку.

Формы всех недиагональных элементов довольно похожи.