

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



P4 - 9279

X-71

29/7-75

С.Холан, В.И.Фурман

4966/2-75

ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ КОНФИГУРАЦИЙ  
ВНУТРЕННЕЙ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ  $\alpha$ -ЧАСТИЦЫ  
НА ВЕРОЯТНОСТИ  $\alpha$ -ПЕРЕХОДОВ  
В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

1975

P4 - 9279

С.Холан, В.И.Фурман

ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ КОНФИГУРАЦИЙ  
ВНУТРЕННЕЙ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ  $\alpha$ -ЧАСТИЦЫ  
НА ВЕРОЯТНОСТИ  $\alpha$ -ПЕРЕХОДОВ  
В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Направлено на XXVI Всесоюзное совещание  
по ядерной спектроскопии и структуре атом-  
ного ядра, Баку, 1976.

1. При расчетах  $\alpha$ -ширины пространственная часть внутренней волновой функции  $\alpha$ -частицы  $\chi_\alpha$  используется обычно в виде произведения трех осцилляторных функций с числами узлов и относительными орбитальными моментами, равными нулю. Эксперименты по рассеянию быстрых электронов на ядре  ${}^4\text{He}$  указывают однако на то, что эта функция не может описать зарядовый формфактор  $\alpha$ -частицы. В работе /1/ получена феноменологическая функция  $\alpha$ -частицы, включающая в себя высшие компоненты осцилляторного базиса (с числом квантов  $\leq 4$ ), с помощью которой удается воспроизвести экспериментальный формфактор. Ранее было изучено /2/ изменение вещественной части оптического потенциала для взаимодействия  $\alpha$ -частицы с ядрами при использовании внутренней функции  $\alpha$ -частицы из работы /1/, по сравнению с потенциалом, получаемым с помощью традиционной формы функции  $\chi_\alpha$ .

В настоящей работе предложен метод учета высших компонент во внутренней волновой функции  $\alpha$ -частицы при расчетах  $\alpha$ -ширины сферических ядер, и на его основе проведены численные оценки влияния указанных компонент на величины  $\alpha$ -ширин, рассчитанных на основе не- $R$ -матричной теории  $\alpha$ -распада /3,4/, с использованием функции  $\chi_\alpha(\vec{r}, \vec{s}, \vec{t})$  из работы /1/.

2. Интегральная формула для  $\alpha$ -ширины /3,4/, конкретизированная в рамках оболочечной модели, имеет следующий вид /5/:

$$\Gamma_\alpha^{sh} = \sum_L \left| \sum_{P_i N_i P_f N_f P_\alpha N_\alpha} C^{P_i N_i} C^{P_f N_f} \Gamma_{P_\alpha N_\alpha L}^{1/2} \right|^2 \quad (1)$$

где  $C^{P_i N_i}$  и  $C^{P_f N_f}$  — коэффициенты смешивания конфигура-

циальной  $\alpha$ -ширины  $1/R_{\alpha N_{\alpha}L}$  определяется соотношением:

$$\Gamma_{R_{\alpha N_{\alpha}L}}^{1/2} = G_{P_1 N_1 P_2 N_2}^{P_{\alpha} N_{\alpha} L} \int \Theta_{R_{\alpha N_{\alpha}L}}(R) F_L(R) R dR, \quad (2)$$

где  $G_{P_1 N_1 P_2 N_2}^{P_{\alpha} N_{\alpha} L}$  - геометрический фактор, выражение для которого приводится в работе /5/,  $R$  - расстояние между центрами тяжести  $\alpha$ -частицы и дочернего ядра, а  $F_L(R) = \sqrt{\kappa_{\alpha}/\pi Q_{\alpha}} F_L(R)$  - регулярная кулоновская функция  $F_L(R)$ , нормированная на  $S$ -функцию по энергии, причем  $\kappa_{\alpha} = \sqrt{2m_{\alpha}/Q_{\alpha}}$ , где  $Q_{\alpha}$  - энергия  $\alpha$ -распада.

Если пространственную часть внутренней волновой функции  $\alpha$ -частицы записать в следующем достаточно общем виде:

$$\chi_{\alpha}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3) = \sum_{\nu_1, \nu_2, \lambda_2, \nu_3, \lambda_3} K_{\nu_1, \nu_2, \lambda_2, \nu_3, \lambda_3} \chi^{\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2, \nu_3, \lambda_3}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3), \quad (3)$$

где

$$\chi^{\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2, \nu_3, \lambda_3}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3) = \sum_{\mu_3} C_{\mu_3}^{\lambda_2, \lambda_3, 0} \sum_{\mu_1, \mu_2} C_{\mu_1, \mu_2}^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} \chi_{\nu_1, \lambda_1}^{\mu_1}(\vec{\xi}_1) \chi_{\nu_2, \lambda_2}^{\mu_2}(\vec{\xi}_2) \chi_{\nu_3, \lambda_3}^{\mu_3}(\vec{\xi}_3), \quad (4)$$

причем

$$\chi_{\nu, \lambda}^{\mu}(\vec{\xi}) = R_{\nu, \lambda}^{\beta}(\vec{\xi}) Y_{\lambda, \mu}(S_2 \vec{\xi}) \quad (5)$$

осцилляторные функции с размерным параметром  $\beta$ , радиальным квантовым числом  $\nu$  и орбитальным моментом  $\lambda$ , то, используя определение /5/ структурной функции  $\Theta_{R_{\alpha N_{\alpha}L}}(R)$ , получим для нее выражение

$$\Theta_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}(R) = S_{P_{\alpha} N_{\alpha} L} R \sqrt{8} \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} K_{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} \Theta_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}^{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}(R). \quad (6)$$

В формуле (6)

$$\Theta_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}^{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}(R) = \langle \Psi_{P_{\alpha} N_{\alpha}}^{LM}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4) | V_{\alpha A-4} | \chi^{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4) Y_{LM}(\Omega_{\vec{R}}) \rangle, \quad (7)$$

причем

$$\begin{aligned} \Psi_{P_{\alpha} N_{\alpha}}^{LM}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4) = & \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} C_{m_1, m_2}^{j_1, j_2, L} \sum_{m_1, m_2} C_{m_1, m_2}^{l_1, l_2, j_1, j_2} \sum_{m_3, m_4} C_{m_3, m_4}^{l_3, l_4, j_3, j_4} \times \\ & \times \Psi_{n_1, l_1, j_1}^{m_1}(\vec{r}_1) \Psi_{n_2, l_2, j_2}^{m_2}(\vec{r}_2) \Psi_{n_3, l_3, j_3}^{m_3}(\vec{r}_3) \Psi_{n_4, l_4, j_4}^{m_4}(\vec{r}_4). \end{aligned} \quad (8)$$

Фактор  $S_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}$  в формуле (6) есть результат [5] суммирования по спиновым переменным. Константа  $\sqrt{8}$  связана с преобразованием координат:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ \vec{r}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \\ \vec{r}_3 &= \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 - \vec{r}_4) \\ \vec{R} &= \frac{1}{4} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4). \end{aligned} \quad (9)$$

В формуле (7) подразумевается интегрирование по внутренним переменным  $\alpha$ -частицы  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ , а также по угловым переменным вектора  $\vec{R} = \Omega_{\vec{R}}$ . Функция  $\Psi_{P_{\alpha} N_{\alpha}}^{LM}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4)$  описывает состояние четырех нуклонов, формирующих  $\alpha$ -частицу, причем индексы 1, 2 относятся к протонным состояниям, 3, 4 - к нейтронным, а  $\Psi_{n_i, l_i, j_i}^{m_i}(\vec{r}_i)$  есть одночастичные оболочечные функции. Символ  $P_{\alpha} N_{\alpha} = (n_1, l_1, j_1, n_2, l_2, j_2) j_1 j_2 (n_3, l_3, j_3, n_4, l_4, j_4) j_3 j_4$ .

Потенциал взаимодействия  $\alpha$ -частицы с дочерним ядром  $V_{\alpha A-4}$  в "диагональном" приближении [5] имеет вид

$$V_{\alpha, 1-4}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4) = \sum_{i=1}^4 V_i(|\vec{r}_i|) + \sum_{i < j} [v_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) - V_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)], \quad (10)$$

где  $V_i(|\vec{r}_i|)$  и  $v_{ij}$  — соответственно самосогласованный потенциал и эффективное остаточное взаимодействие нуклонов в ядре, а  $V_{ij}$  — нуклон-нуклонное взаимодействие в пустоте.

3. Интегрирование в формуле (7) проведем с помощью метода, предложенного в работе /6/. Учитывая, что координаты отдельных нуклонов выражаются через переменные  $\{\vec{r}_i, \vec{R}\}$  соотношениями

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{R} + \vec{r}_3/2 + \vec{r}_1/2 \equiv \vec{R}_{12} + \vec{r}_1/2 \\ \vec{r}_2 &= \vec{R} + \vec{r}_3/2 - \vec{r}_1/2 \equiv \vec{R}_{12} - \vec{r}_1/2 \\ \vec{r}_3 &= \vec{R} - \vec{r}_3/2 + \vec{r}_2/2 \equiv \vec{R}_{34} + \vec{r}_2/2 \\ \vec{r}_4 &= \vec{R} - \vec{r}_3/2 - \vec{r}_2/2 \equiv \vec{R}_{34} - \vec{r}_2/2, \end{aligned}$$

проинтегрируем в формуле (7) сначала по переменным  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  и получим /6/ оставшееся подынтегральное выражение в виде произведений функций, зависящих только от координат центров тяжести пар нуклонов  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{34}$ . Поскольку по структуре эти функции аналогичны одночастичным оболочечным функциям, то интеграция по переменной  $\vec{r}_3$  может быть проведена тем же способом /6/. При этом для части функции  $\Theta_{P_n N_n L}^{v_1 \lambda_1 v_2 \lambda_2 v_3 \lambda_3}(R)$ , связанной с первой суммой в формуле (10), получим

$$\begin{aligned} \Theta_{P_n N_n L}^{v_1 \lambda_1 v_2 \lambda_2 v_3 \lambda_3}(R) &= \sqrt{2} (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \sum_{J_1 J_2 J_3} \left\{ \begin{matrix} J_1 J_2 J_3 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \\ j_{12} j_{34} L \end{matrix} \right\} \frac{\hat{J}_1 \hat{J}_2 \hat{J}_3}{\hat{L}} \cdot \\ &= \int_0^\infty d\vec{r}_3 \vec{r}_3^2 \mathcal{R}_{\lambda_3}^\beta(\vec{r}_3) \int_{-1}^1 d(\cos \theta_{31}) [v_{j_{12}}^{\lambda_1 J_1}(R_1) \mathcal{D}_{j_{34}}^{\lambda_2 J_2}(R_2) - \mathcal{D}_{j_{12}}^{\lambda_1 J_1}(R_1) v_{j_{34}}^{\lambda_2 J_2}(R_2)] \cdot \quad (11) \\ &\cdot \sum_{K_1 K_2} (-)^{K_1} C_{K_1 K_2 K_1 + K_2}^{J_1 J_2 J_3} C_{K_1 + K_2, -(K_1 + K_2), 0}^{J_3 \lambda_3 L} P_{J_1}^{K_1}(\cos \theta_{R_1}) P_{J_2}^{K_2}(\cos \theta_{R_2}) P_{\lambda_3}^{K_1 + K_2}(\cos \theta_{R_3}), \end{aligned}$$

где  $P_j^k(\cos \theta)$  - нормированные на единицу полинома Лежандра (выше использовалось обозначение  $\hat{j} \equiv \sqrt{2j+1}$ ).

Входящие в формулу (II) переменные связаны соотношениями

$$\cos \theta_{R_1} = \frac{2R + \xi_3 \cos \theta_{\xi_3}^*}{\sqrt{2} R_1} \quad R_1 = \sqrt{\xi_3^2/2 + 2R^2 + 2\xi_3 R \cos \theta_{\xi_3}^*} \quad (12)$$

$$\cos \theta_{R_2} = \frac{2R - \xi_3 \cos \theta_{\xi_3}^*}{\sqrt{2} R_2} \quad R_2 = \sqrt{\xi_3^2/2 + 2R^2 - 2\xi_3 R \cos \theta_{\xi_3}^*}$$

Функции  $\mathcal{D}_j^{\lambda_j}$  и  $\mathcal{V}_j^{\lambda_j}$  определяются следующим образом:

$$\mathcal{V}_{j_{12}}^{\lambda_1, j_1}(R_1) = \frac{\sqrt{2}}{j_1} \int_0^\infty d\xi_1 \xi_1^2 \mathcal{R}_{\lambda_1}^A(\xi_1) \int_{-1}^1 d(\cos \theta_{\xi_1}^*) \Psi_{n_1, l_1, j_1}(z_1) \Psi_{n_2, l_2, j_2}(z_2) [V_1(z_1) + V_2(z_2)] \sum_{k_1, k_2} (-1)^{k_1} C_{k_1, k_2, k_1+k_2}^{l_1, l_2, j_{12}} C_{k_1+k_2, -(k_1+k_2), 0}^{j_{12}, \lambda_1, j_1} P_{\lambda_1}^{k_1}(\cos \theta_1) P_{\lambda_2}^{k_2}(\cos \theta_2) P_{\lambda_1}^{k_1+k_2}(\cos \theta_{\xi_1}^*) \quad (13)$$

Здесь через  $\Psi_{n_i, l_i, j_i}(z_i)$  обозначены радиальные части функций  $\Psi_{n_i, l_i, j_i}^{m_i}(\vec{r}_i)$ . Переменные определены аналогично предыдущему

$$\cos \theta_1 = \frac{R_1 + \xi_1 \cos \theta_{\xi_1}^*}{\sqrt{2} z_1} \quad z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{R_1^2 + \xi_1^2 + 2R_1 \xi_1 \cos \theta_{\xi_1}^*} \quad (14)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{R_1 - \xi_1 \cos \theta_{\xi_1}^*}{\sqrt{2} z_2} \quad z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{R_1^2 + \xi_1^2 - 2R_1 \xi_1 \cos \theta_{\xi_1}^*}$$

Выражение для функции  $\mathcal{V}_{j_{34}}^{\lambda_2, j_2}(R_2)$  получается из формул (I3), (I4) при замене  $R_1, \nu_1, \lambda_1, \xi_1$  на  $R_2, \nu_2, \lambda_2, \xi_2$  и индексов 1 на 3 и 2 на 4. Функции  $\mathcal{V}_{j_{12}}^{\lambda_1, j_1}(R_1)$  и  $\mathcal{V}_{j_{34}}^{\lambda_2, j_2}(R_2)$  переходят в функции  $\mathcal{D}_{j_{12}}^{\lambda_1, j_1}(R_1)$  и  $\mathcal{D}_{j_{34}}^{\lambda_2, j_2}(R_2)$  соответственно, если в формуле (I3) положить  $V_1(z_1) + V_2(z_2) \equiv 1$ .  
Остальная часть функции  $\Theta_{R_2, N_2, L}^{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}(R)$ , связанная с

вкладом второй суммы в потенциале  $V_{\alpha A-4}$  (10), может быть вычислена следующим образом.

Для случаев  $P-P$  и  $N-N$  взаимодействий дело сводится к простой замене в формуле (13) суммы потенциалов  $V_1(z_1) + V_2(z_2)$  на разность  $v_{12}(|\vec{z}_1 - \vec{z}_2|) - V_{12}(|\vec{z}_1 - \vec{z}_2|)$  и аналогичным действиям для индексов 3 и 4. В случае  $N-P$  взаимодействий для вычисления интегралов (7) необходимо в функции  $\chi_\alpha(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  (3) перейти к таким новым переменным  $\{\vec{\xi}_i\}$ , чтобы для потенциалов  $v_{ij}$  и  $V_{ij}$  координата  $\vec{\xi}_i$  выражалась через векторы  $\vec{z}_i$  и  $\vec{z}_j$  ( $\vec{\xi}_i = \vec{z}_i - \vec{z}_j$ ), а координата  $\vec{\xi}_2$  - через остальные два вектора из набора  $\{\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3, \vec{z}_4\}$ . Это всегда можно сделать, поскольку функция  $\chi_\alpha$  симметрична относительно перестановки координат четырех нуклонов. Изменяя затем соответствующим образом порядок сложения угловых моментов в функции  $\Psi_{P_\alpha N_\alpha}^{L M}(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3, \vec{z}_4)$ , получим, аналогично прежнему, формулы и для компонент функции  $\Theta_{P_\alpha N_\alpha}^{(2) \nu_1 \lambda_1 \nu_2 \lambda_2 \nu_3 \lambda_3}(R)$ , связанных с  $N-P$  взаимодействием.

4. Расчеты  $\alpha$ -ширин с функцией  $\chi_\alpha(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  (3) по формулам, полученным выше, весьма трудоемки. Поэтому для получения первых оценок упростим расчеты, принимая, во-первых, что потенциал  $V_{\alpha A-4}$  (10) можно выразить только через самосогласованные потенциалы  $V_i(z_i)$ , то есть

$$V_{\alpha A-4} = \sum_{i=1}^4 V_i(z_i) \quad (15)$$

и, во-вторых, что рассмотрение можно провести с помощью "гибридной" модели, в которой в качестве взаимодействия  $V_i(z_i)$



используется оболочечный потенциал типа Вудса-Саксона, а в качестве одночастичных функций  $\varphi_{n_i l_i j_i}(\tau_i)$  - осцилляторный базис. Переход к осцилляторным функциям позволяет применить технику Тальми-Мюшинского /7/ для перехода от координат  $\{\tau_i\}$  к координатам  $\{\vec{z}_i, R\}$  /9/ и, таким образом, провести интегрирование аналитически в формуле (II).

Как показывают результаты работы /5/, полученные с использованием стандартного приближения для функции  $\chi_\alpha(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3)$

$$\chi_\alpha(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3) = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{\beta}{2}(\vec{z}_1^2 + \vec{z}_2^2 + \vec{z}_3^2)\right], \quad (16)$$

$\beta = 0,434 (\phi m)^{-2}$

"гибридная" модель качественно воспроизводит основные свойства  $\alpha$ -ширин, рассчитанных корректно с оболочечным базисом потенциала Вудса-Саксона. Поэтому использование "гибридной" модели для качественных оценок влияния высших компонент  $\alpha$ -частичной функции на величины  $\alpha$ -ширин вполне оправдано. Конкретные расчеты можно дополнительно упростить, если принять приближение

$$V_{\alpha A-4} = \sum_{i=1}^4 V_i(R) \equiv V(R), \quad (17)$$

использование которого, как установлено в работе /5/, меняет величины  $\alpha$ -ширин не более чем на 50%.

На основе сформулированных приближений можно получить следующую сравнительно простую формулу для функций

$$\Theta_{R_\alpha N_\alpha L}^{l_1 l_2 l_3} (R) \quad :$$

$$\begin{aligned}
\Theta_{N_1 N_2 N_3}^{\nu_1 \lambda_1 \nu_2 \lambda_2 \nu_3 \lambda_3}(R) &= V(R) (-1)^{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + j_{12} + j_{34} + L} \frac{\hat{j}_{12} \hat{j}_{34}}{L} \times \\
&\times \sum_{J_1 J_2 J_3} (2J_3 + 1) \left\{ \begin{matrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ j_{12} & j_{34} & L \end{matrix} \right\} \sum_{\substack{N_1 N_1' N_2 N_2' \\ N_3 N_3'}} \langle N_1 \lambda_1 N_1' J_1 j_{12} | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 j_{12} \rangle \times \\
&\times \langle N_2 \lambda_2 N_2' J_2 j_{34} | n_3 \ell_3 n_4 \ell_4 j_{34} \rangle \langle N_3 \lambda_3 N_3' L J_3 | N_1' J_1 N_2' J_2 J_3 \rangle \times \\
&\times I_{N_1'}^{\nu_1 \lambda_1} I_{N_2'}^{\nu_2 \lambda_2} I_{N_3}^{\nu_3 \lambda_3} \mathcal{R}_{N_3' L}^{\alpha}(R),
\end{aligned} \tag{18}$$

где через  $\langle n \ell N L \Lambda | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \Lambda \rangle$  обозначен обычный коэффициент Гальми-Мошинского /7/. Интегралы

$$I_N^{\alpha \ell} = \int \mathcal{R}_{N \ell}^{\alpha}(\vec{\xi}) \mathcal{R}_{N \ell}^{\beta}(\vec{\xi}) \vec{\xi}^2 d\vec{\xi} \tag{19}$$

выражаются аналитически /8/. Суммирование в формуле (18) ограничено законами сохранения числа квантов /7/ при преобразовании Гальми-Мошинского и правилами сложения угловых моментов. Константа потенциала гармонического осциллятора,  $\alpha$ , определяется условием теоретического воспроизведения среднеквадратичного радиуса ядра.

Заметим, что для получения формулы (18) существенно, чтобы внутренние переменные  $\{\vec{\xi}_i\}$  функции  $\chi_{\alpha}(3)$  были связаны с переменными  $\{\vec{\tau}_i\}$  соотношениями (9). При любом другом способе введения координат  $\{\vec{\xi}_i\}$  выражение типа (18) для функции  $\Theta_{N_1 N_2 N_3}^{\nu_1 \lambda_1 \nu_2 \lambda_2 \nu_3 \lambda_3}(R)$  не может быть получено вовсе или в него будут входить обобщенные коэффициенты Гальми-Мошинского /9, 10/, вычисление которых весьма сложно.

В дальнейшем рассмотрении используем в качестве функции  $\chi_{\alpha}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  модельную функцию из работы /1/, полученную из

феноменологической подгонки зарядового фактора  $\alpha$ -частицы. В работе /1/ функция  $\chi_\alpha(\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3)$  была построена или с использованием "симметричных" координат

$$\begin{aligned}\vec{s}_1 &= 1/2 (\vec{r}_1 + \vec{r}_4 - \vec{r}_2 - \vec{r}_3) \\ \vec{s}_2 &= 1/2 (\vec{r}_2 + \vec{r}_4 - \vec{r}_1 - \vec{r}_3) \\ \vec{s}_3 &= 1/2 (\vec{r}_3 + \vec{r}_4 - \vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ \vec{s}_4 &= 1/2 (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4)\end{aligned}\quad (20)$$

или в координатах Якоби. В обоих случаях непосредственное использование этой функции для вычисления величин  $\Theta_{P_{24} N_{\alpha L}}^{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}(R)$  затруднено в силу отмеченных выше причин. Эту трудность можно обойти, если перейти в функции  $\chi_\alpha$  из работы /1/ от переменных  $\{\vec{s}_i\}$  (20) к переменным  $\{\vec{s}'_i, \vec{R}\}$  (9) с помощью преобразования

$$\begin{aligned}\vec{s}'_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{s}_1 - \vec{s}_2) & \vec{s}'_3 &= -\vec{s}_3 \\ \vec{s}'_2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{s}_1 + \vec{s}_2) & 2\vec{R} &= \vec{s}_4,\end{aligned}\quad (21)$$

которое легко проводится с помощью техники Тальми-Мошинского для перехода от  $\vec{s}_1, \vec{s}_2$  к  $\vec{s}'_1, -\vec{s}'_2$  и двух последовательных отражений относительно начала координат. Окончательный результат для преобразованной функции  $\chi_\alpha(\vec{s}'_1, \vec{s}'_2, \vec{s}'_3)$  имеет вид

$$\begin{aligned}\chi_\alpha(\vec{s}'_1, \vec{s}'_2, \vec{s}'_3) &= \cos \gamma |000000\rangle + \sin \gamma \left[ -\frac{\sqrt{3}}{9} \right. \\ &+ |020200\rangle - \frac{\sqrt{15}}{8} |101000\rangle + \frac{\sqrt{2}}{4} (|200000\rangle + \\ &+ |002000\rangle) + \frac{\sqrt{15}}{9} (|100000\rangle + |001010\rangle) + \\ &\left. + \frac{2\sqrt{3}}{9} (|002002\rangle + |020002\rangle) \right],\end{aligned}\quad (22)$$

где введены обозначения

$$|\nu_1 \lambda_1 \nu_2 \lambda_2 \nu_3 \lambda_3\rangle \equiv \chi^{\nu_1 \lambda_1 \nu_2 \lambda_2 \nu_3 \lambda_3}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3). \quad (23)$$

На основе формул (6), (7) и (18) можно вычислить структурную функцию  $\Theta_{R_\alpha N_\alpha L}(R)$  и, следовательно, амплитуды  $\alpha$ -ширин  $\Gamma_{R_\alpha N_\alpha L}^{1/2}$  при использовании функции  $\chi_\alpha(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  в форме (22).

5. С помощью метода, описанного в предыдущем разделе, исследуем для некоторых типичных случаев  $\alpha$ -распаде отношения  $\omega_{R_\alpha N_\alpha L} \equiv \Gamma_{R_\alpha N_\alpha L}^0 / \Gamma_{R_\alpha N_\alpha L}$  парциальных  $\alpha$ -ширин  $\Gamma_{R_\alpha N_\alpha L}^0$  и  $\Gamma_{R_\alpha N_\alpha L}$ , рассчитанных с функциями  $\chi_\alpha(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  в форме (16) и (22) соответственно для ближайших к поверхности Ферми компонент  $C^{P_1 N_1}$  и  $C^{P_2 N_2}$  в сумме (6) для полной  $\alpha$ -ширины.

Конкретные вычисления проведем с потенциалом  $V_i(R)$  в форме:

$$V_i(R) = V_{0i} (1 + \exp[(R - r_{0i} A^{1/3})/\alpha_i])^{-1} \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^4 V_{0i} = 207 \text{ МэВ}$$

$$r_{0i} = 1.25 \text{ ферми}$$

$$\alpha_i = 0.63 \text{ ферми.}$$

Заметим, что в работе [1] для параметров  $\beta$  и  $\gamma$  функции  $\chi_\alpha(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  (22) получено два набора

$$\beta = 0,8056 (\text{ферми})^{-2}; \quad \gamma = -30^\circ \quad (25)$$

$$\beta = 0,8871 (\text{ферми})^{-2}; \quad \gamma = -70^\circ. \quad (26)$$

дающих эквивалентное описание экспериментального фактора  $\alpha$ -частицы. В таблицах I и 2 приведены результаты вычислений отношений  $\omega_{R_\alpha N_\alpha L}$  с функциями  $\chi_\alpha$  (22) для набора параметров  $\beta$  и  $\gamma$  (25). Расчеты с альтернативным набором (26) приводят к неразумным результатам, неустойчивым относительно вариации конфи-

Таблица 1

Родительское ядро	$E_{\alpha}$ МэВ	$P_{\alpha} N_{\alpha} L$	$\frac{\Gamma_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}^0}{\Gamma_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}}$
$^{178}Pt$	5.457	$[(2d_{3/2}^1)_0^1 (1h_{9/2}^1)_0^1]_0^1$	2.15
$^{190}Pt$	3.180	$[(2d_{3/2}^2)_0^2 (1i_{13/2}^2)_0^2]_0^2$	1.52
$^{194}Po$	6.85	$[(1h_{9/2}^2)_0^2 (1i_{13/2}^2)_0^2]_0^2$	0.35
$^{204}Po$	5.379	$[(1h_{9/2}^2)_0^2 (2f_{5/2}^2)_0^2]_0^2$	1.97
$^{210}Po$	5.305	$[(1h_{9/2}^2)_0^2 (3p_{1/2}^2)_0^2]_0^2$	4.15
$^{212}Po$	8.78	$[(1h_{9/2}^2)_0^2 (2g_{9/2}^2)_0^2]_0^2$	1.44

Таблица 2

Родительское ядро	$E_{\alpha}$ МэВ	$P_{\alpha} N_{\alpha} L$	$\frac{\Gamma_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}^0}{\Gamma_{P_{\alpha} N_{\alpha} L}}$
$^{210}Bi$	4,649	$[(1h_{9/2}^1 3s_{1/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_0^1$	6,2
		$[(1h_{9/2}^1 2d_{3/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_2^1$	5,6
	4,686	$[(1h_{9/2}^1 2d_{3/2}^1)_3 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_2^1$	6,2
		$[(1h_{9/2}^1 3s_{1/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_2^1$	6,3
	4,984	$[(1h_{9/2}^1 3s_{1/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_8^1$	II, I
	5,025	$[(1h_{9/2}^1 2d_{3/2}^1)_3 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_8^1$	9,4
$[(1h_{9/2}^1 2d_{3/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_8^1$		9,6	
$[(1h_{9/2}^1 2d_{3/2}^1)_5 (2g_{9/2}^1 3p_{1/2}^1)_5]_{10}^1$		I3,2	
$^{212}Po$	II,65	$[(1h_{9/2}^2)_8^2 (2g_{9/2}^2)_8^2]_{16}^2$	I4,8
		$[(1h_{9/2}^2 2f_{7/2}^2)_8 (2g_{9/2}^2 1i_{11/2}^2)_8]_{16}^2$	I2,4
		$[(1h_{9/2}^2 2f_{7/2}^2)_8 (2g_{9/2}^2 1i_{11/2}^2)_{10}]_{18}^2$	23

гураций  $P_{\alpha} N_{\alpha}$ , что связано с возможностью деструктивной интерференции слагаемых в сумме (6). Так, например, для облегченных переходов в ядрах  $^{194}Po$  и  $^{210}Po$  (конфигурации  $P_{\alpha} N_{\alpha}$  и экспериментальные энергии  $\alpha$ -распада  $E_{\alpha}$  см. в табл. I) величины отношений  $\omega_{P_{\alpha} N_{\alpha} 0}$  меняются более, чем на четыре порядка. Это, по-видимому, связано с аномально большой примесью высших конфигураций в функции  $X_{\alpha}$  (22) для набора (26). Поэтому ниже мы используем только значения параметров  $\beta$  и  $\gamma$  (25). Проявившаяся в расчетах чувствительность к форме функции  $X_{\alpha}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  (22) может, в свою очередь, оказаться полезным критерием, позволяющим устранить неоднозначность в выборе параметров /I/ феноменологической функции.

В таблице I показаны результаты расчетов  $\alpha$ -ширин для некоторых облегченных  $\alpha$ -переходов. Величины отношений  $\omega_{P_{\alpha} N_{\alpha} 0}$  возрастают с увеличением числа узлов  $n_i$  и уменьшением моментов  $\ell_i$  одночастичных оболочечных состояний.

Особый интерес в таблице I представляет разница в 3 раза значений  $\omega_{P_{\alpha} N_{\alpha} 0}$  для ядер  $^{210}Po$  и  $^{212}Po$ . Дело в том, что изменение в экспериментальных  $\alpha$ -ширинах при переходе через магическое число нейтронов  $N = 126$  осталось необъясненным /5, II/ при расчетах с обычной функцией  $X_{\alpha}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$  (16) - отношение  $\Gamma_{\alpha}^{exp} / \Gamma_{\alpha}^{sl}$  возрастает в 2 + 3 раза при переходе от  $N \leq 126$  к  $N \geq 128$ . Имея в виду упомянутые результаты для изотопов  $Po$  с  $N = 126$  и  $N = 128$ , можно надеяться, что учёт высших компонент во внутренней волновой функции  $\alpha$ -частицы поможет устранить отмеченное расхождение в относительном (в зависимости от  $N$ ) ходе экспериментальных и теоретических  $\alpha$ -ширин. Окончательный вывод может быть, однако, сделан только после надлежащего учета смешивания конфигураций /II/.

На примере необлегченных  $\alpha$  - переходов в ядрах  $^{210}\text{Bi}$  и  $^{210}\text{Po}$  исследуем зависимость отношений  $\omega_{R_{\alpha}N_{\alpha}L}$  от величин моментов  $J_{12}, J_{34}, L$ .

Рассмотрение таблицы 2 показывает, что величина  $\omega_{R_{\alpha}N_{\alpha}L}$  систематически возрастает с увеличением орбитального момента  $L$  и практически не зависит от значений  $J_{12}$  и  $J_{34}$ . Заметим, что в случае необлегченных  $\alpha$  - переходов, когда  $\alpha$  - частица формируется из неспаренных нуклонов, величины отношений  $\omega_{R_{\alpha}N_{\alpha}L}$  оказываются в среднем больше, чем для облегченных  $\alpha$  - переходов (ср. с таблицей I). Отмеченное выше возрастание  $\omega_{R_{\alpha}N_{\alpha}L}$  может нейтрализовать полученное ранее уменьшение отношений  $\Gamma_{\alpha}^{\text{exp}} / (\Gamma_{\alpha}^{\text{th}})_0$  при увеличении момента  $L$ .

Таким образом, можно надеяться, что воспроизведение экспериментальных относительных  $\alpha$  - ширин улучшится при учёте высших конфигураций в функции  $\chi_{\alpha}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$ . Что касается абсолютных величин теоретических  $\alpha$  - ширин, то из таблиц I и 2 видно, что в среднем они уменьшаются, т. е. разница с соответствующими экспериментальными значениями становится больше.

Однако при рассмотрении конкретных цифр, обсуждавшихся выше, необходимо иметь в виду, что кроме упрощений, сделанных в расчётах, на них может влиять то обстоятельство, что при получении феноменологической формы функции  $\chi_{\alpha}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$  в работе /1/ был существенно обрезан осцилляторный базис в разложении (3). Так что, в принципе, нельзя исключить существования других возможностей параметризации функции  $\chi_{\alpha}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$ , что может привести к иным численным результатам. Мы надеемся, однако, что качественные выводы, сделанные выше, существенно не изменятся.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Г.Стратана, который принимал участие в начальной стадии работы, а также А.Сандулеску и И.Тырновеану за помощь в проверке программы для ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. V.G.Aquilara-Navarro, M.Moshinsky and W.W.Yeh. *Ann. of Phys.* 51 (1969) 312.
2. V.Ceausescu, S.Holan and A.Sandulescu. *Z.Naturforsch.* 28a (1973) 275.
3. С.Г.Кадменский, В.Е.Калечиц. *ЯФ* 12 (1970) 70.
4. С.Г.Кадменский, В.И.Фурман. Сообщение ОИЯИ Р4-8729, Дубна, 1975.
5. V.I.Furman, S.Holan, S.G.Kadmensky and G.Stratan. *Nucl.Phys.* 226 (1974) 131.
6. V.I.Furman, S.Holan, S.G.Kadmensky, G.Stratan, *Nucl.Phys.* 229 (1975) 114.
7. J.A.Brody and M.Moshinsky. *Tables of Transformation Brackets*, Mexico, 1960.
8. A.Sandulescu. *Nucl.Phys.* 27 (1962) 252.
9. A.Gal. *Ann. of Phys.* 49 (1968) 341.
10. Yu.F.Smirnov. *Nucl.Phys.* 27 (1961) 177; 39 (1962) 346.
11. С.Г.Кадменский, В.И.Фурман *ЭЧАЯ* 6 (1975) 469.

Рукопись поступила в издательский отдел  
4 ноября 1975 года.