СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 9213

В.Н.Ефимов

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ТРЕХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ.

III. Модель с зависящей от энергии логарифмической производной

1975

P4 - 9213

В.Н.Ефимов

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ТРЕХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ.

III. Модель с зависящей от энергии логарифмической производной

Ефимов В.Н. Р4 - 9213

Интегральное уравнение для волновой функции трех тождественных частиц в модели граничных условий. III. Модель с зависящей от энергии логарифмической производной

Для двух частиц рассмотрена модель граничных условий с зависящей линейно от энергии логарифмической производной. Показано, что при сохранении ортогональности волновых функций такая модель эквивалентна введению потенциала, зависящего от энергии линейным образом. Предельная форма этого потенциала соответствует модели граничных условий с постоянной логарифмической производной. На основе уравнений Фаддеева рассчитана энергия связи трех тождественных бозонов и определено ее предельное значение.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований Дубна 1975

Efimov V.N. P4 - 9213

Integral Equation for the Wave Function of Three Identical Particles in the Boundary Condition Model. III. The Model with the Energy Dependent Logarithmic Derivative.

The boundary condition model with the linearly energy dependent logarithmic derivative has been considered for two particles. It is shown that at the wave function orthogonality conserved such a model is equivalent to the introduction of a potential dependent on the energy in a linear way. The limit form of the potential corresponds to the boundary condition model with the constant logarithmic derivative. The binding energy of three identical bosons has been calculation on the basis of the Faddeev equations, and the limit value of this energy has been determined.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research Dubna 1975

§1. Введение

В предыдущих сообщениях [1,2] для двухчастичных взаимодействий, описываемых моделью граничных условий /М.Г.У./ без внешнего потенциала, непосредственно из трехчастичного уравнения Шредингера были получены интегральные уравнения (E2,22) и (E2,28)*, определяющие волновую функцию связанного состояния с нулевым полным моментом трех тождественных бозонов, взаимодействующих только в относительных s-состояниях. В работе [2] получено аналитическое решение уравнения (E2,22), что позволяет точным образом свести уравнения (E2,22) и (E2,28) для двух функций, одна из которых двухмерна, к одномерному интегральному уравнению для одной функции, которое может быть записано в виде

$$\psi(q) - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty q'^2 dq' [T(q,q') + V(q,q')]\psi(q') = 0, \qquad /1/$$

где

$$\psi(q) = e^{-ic\sqrt{E_q}} R(q).$$

Явный вид ядер $T(q,q')$ и $V(q,q')$ приведен в работе [3], где уравнение /1/ решено для значений параметров М.Г.У., соответствующих триплетному s-состоянию нейтрона и протона и определяемых по экспериментальным значениям энергии связи дейтона и триплетной длины np-рассеяния.

Численное решение уравнения /1/ связано с определенными трудностями, обусловленными медленным затуханием ядра $V(q,q')$ по переменной q' в соответствии

*Далее ссылки на формулы работ [1,2] соответственно будут указываться как (E1,...) и (E2,...).

с (E2.30) -(E2.32) и (E2.47) -(E2.49), что не позволяет применять прямой способ трансформации бесконечного интервала интегрирования в /1/ в конечный с последующим использованием гауссовских узлов. Для решения уравнения /1/ в работе [3] был использован метод, основанный на разбиении интервала интегрирования в /1/ на два участка - $(0,q_0)$ и (q_0,∞) и на введении для второго участка новой переменной $x=q'^2-q_0^2$ и формального веса $e^{-\alpha x}$. Такая процедура дает возможность при конечных α применить стандартный метод гауссовских узлов /во втором участке - узлов для веса $e^{-\alpha x}$ /, а решение уравнения /1/ будет соответствовать пределу $\alpha\to 0$. Применение изложенного метода решения уравнения /1/ привело к энергии связи трех бозонов E_0 = 7,70 *МэВ* [3], что сильно отличается от значения E_0 = 12,7 *мэВ*, полученного в [4] на основе уравнений Фаддеева для той же модельной задачи и для тех же значений параметров М.Г.У. Такое большое отличие не может быть объяснено, на наш взгляд, различием в методах решения соответствующих уравнений, и возникает вопрос о независимом способе получения указанного выше результата, что возможно при введении М.Г.У. с зависящей от энергии логарифмической производной волновой функции.

§2. Модель граничных условий с зависящей от энергии логарифмической производной

Выражения для полумассовых (E1,9) и внемассовых (E1.10) t-матриц в М.Г.У. без внешнего потенциала были получены в работе [1] на основе граничных условий (E1.6) и (E1.7) для двухчастичных волновых функций. При таком подходе в условии (E1.7) логарифмическую производную f_ℓ можно считать в принципе зависящей от энергии Z. Однако это предположение при сохранении условия (E1.6) приводит к тому, что волновые функции на массовой поверхности, соответствующие различным физическим состояниям двух частиц, оказываются неортогональными. Действительно, введем

массовые волновые функции $\psi_k^{(\pm)}(r)$ *, имеющие в соответствии с (E1.8) в области $r>c$ вид $(Z=E\pm i0$, $E=k^2)$:

$$\psi_k^{(\pm)}(r)=j_0(kr)+i\sqrt{Z}F^{(\pm)}(k)\,h_0^{(1)}(r\sqrt{Z}) \qquad /2/$$

и удовлетворяющие условиям (E1.6) и (E1.7) с зависящей от энергии $f(E)$:

$$\psi_k^{(\pm)}(r)=0,\quad r<c, \qquad /3/$$

$$c\left[\frac{d}{dr}r\psi_k^{(\pm)}(r)\right]_{r=c+0}=f(E)\left[r\psi_k^{(\pm)}(r)\right]_{r=c+0}. \qquad /4/$$

Из /2/ и /4/ непосредственно следует выражение для амплитуды рассеяния $F^{(\pm)}(k)$:

$$F^{(\pm)}(k)=t(k,k,k^2\pm i0)=\frac{ce^{\mp ikc}}{f(E)\mp ikc}\left[\cos kc-f(E)\,j_0(kc)\right]. \qquad /5/$$

Известно, что волновые функции $\psi_k^{(\pm)}(r)$ должны удовлетворять соотношению ортогональности:

$$\int_0^\infty r^2dr\,\psi_{k'}^{(-)*}(r)\,\psi_k^{(+)}(r)=\frac{\pi}{2k^2}e^{2i\delta(k)}\delta(k-k'), \qquad /6/$$

где $\delta(k)$ - s - фаза рассеяния, определяемая, согласно /5/, выражением:

$$k\,\mathrm{ctg}\,\delta(k)=k\,\frac{f(E)+kc\,\mathrm{tg}\,kc}{kc-f(E)\,\mathrm{tg}\,kc}. \qquad /7/$$

Подстановка в /6/ выражений /2/ для $\psi_k^{(\pm)}(r)$ при учете /3/ и /5/ приводит к результату:

---

*Далее будем рассматривать только относительные s-состояния и индекс $\ell=0$ будем всюду опускать.

$$\int_0^\infty r^2\,dr\,\psi_k^{(-)*}(r)\,\psi_{k'}^{(+)}(r) = \frac{\pi}{2k^2}\,e^{2i\delta(k)}\,\delta(k-k') +$$

$$+\ \frac{c e^{-ikc-ik'c}[\,f(E)-f(E')\,]}{(k^2-k'^2)\,[\,f(E)-ikc][f(E')-ik'c]}\,. \qquad /8/$$

Таким образом, граничные условия /3/ и /4/ несовместимы с условием /6/ ортогональности массовых волновых функций.

Для выполнения условия /6/ необходимо предположить, что $\psi_k^{(\pm)}(r)$ в области $r<c$ отлична от нуля и в простейшем случае может быть представлена следующим образом:

$$\psi_k^{(\pm)}(r) = A_\pm(k)\,\frac{1}{r}\,\mathrm{sh}\,\beta r,\quad r<c\,. \qquad /9/$$

Конкретная зависимость логарифмической производной $f(E)$ от E

$$f(E) = f(0) - \gamma c^2 E \qquad /10/$$

с произвольным параметром $\gamma \ge 0$ обеспечивает выполнение условия $\partial f/\partial E \le 0$, вытекающего из принципа причинности[6]**, а при выборе $A_\pm(k)$ в /9/ в виде**

$$A_\pm(k) = \frac{c e^{\mp ikc}}{\mathrm{sh}\,\beta c\,[\,f(E) \mp ikc\,]} \qquad /11/$$

будет выполнено условие ортогональности /6/, если для γ в /10/ будет иметь место соотношение

$$\gamma = \frac{1}{2\,\mathrm{sh}^2\beta c}\left(\frac{\mathrm{sh}\,2\beta c}{2\beta c} - 1\right). \qquad /12/$$

Для волновой функции дейтона $\phi_d(r)$ с энергией связи $\epsilon_d = \alpha^2$ в соответствии с /2/ и /9/ будем иметь:

$$\phi_d(r) = A(\alpha)\,\frac{1}{r}\,\mathrm{sh}\,\beta r,\quad r<c, \qquad /13/$$

$$\phi_d(r) = N\,\frac{e^{-\alpha(r-c)}}{r},\qquad r>c. \qquad /14/$$

При $f(E)$, определяемой выражением /10/, выбор $A(\alpha)$ в виде

$$A(\alpha) = N\,\frac{1}{\mathrm{sh}\,\beta c}$$

приводит к условию

$$\int_0^\infty r^2 dr\,\phi_d(r)\,\psi_k^{(\pm)}(r) = 0\,, \qquad /15/$$

а из (E1.12) **и /10/ следует**

$$f(0) + \gamma c^2\alpha^2 + \alpha c = 0\,. \qquad /16/$$

Внемассовую t-матрицу в дальнейшем получим не с помощью метода, описанного в[1]**, а введем для этого на вещественной оси энергии $Z=E$ некоторый потенциал, для которого массовые волновые функции удовлетворяют граничному условию /4/ с $f(E)$ (10), условиям ортогональности /6/ и /15/ и соответственно при $r>c$ имеют вид /2/ и /14/, а при $r<c$ - /9/ и /13/. Таким потенциалом является зависящий от энергии E потенциал** (E1.17):

$$V(r,E) = V_0(E)\,\theta(c-r) - cV_1(E)\,\delta(r-c)\,, \qquad /17/$$

где

$$V_0(E) = \beta^2 + E\,, \qquad /18/$$

$$c^2 V_1(E) = \beta c\,\mathrm{cth}\,\beta c - f(0) + \gamma c^2 E. \qquad /19/$$

Для определения внемассовой t-матрицы $t(k,p,Z)$ необходимо ввести продолжение потенциала /17/ на комплексную плоскость $Z = E \pm i\epsilon$, которое определим следующим образом:

$$V(r,Z) = V(r,\mathrm{Re}\,Z) = V(r,E)\,. \qquad /20/$$

Такое продолжение не является аналитическим, тем не менее для t -матрицы будет иметь место уравнение Липпманна-Швингера, так как в нем переменная Z рассматривается как параметр, но оно будет определять t -матрицу как неаналитическую функцию Z, что обусловлено определением /20/ потенциала /17/ в комплексной плоскости Z. Следовательно, вводимая нами модель непригодна для описания таких эффектов или для вывода таких соотношений, когда важную роль играет аналитичность t -матрицы как функции Z. Однако в дальнейшем мы будем применять получаемую t -матрицу только при решении уравнений Фаддеева [7], при выводе которых не используется аналитичность t -матрицы, и в связи с этим будут необходимы значения t -матрицы на отрицательной вещественной полуоси $Z = E < 0$ и на верхнем и нижнем берегах $Z = E \pm i0$ разреза вдоль вещественной положительной полуоси $Z = E > 0$. Условие /20/ и вид потенциала /17/ обеспечат выполнение некоторых важных соотношений для t -матрицы. По поводу использования в уравнениях Фаддеева двухчастичных t-матриц с "ненормальными" свойствами по переменной Z см. работу [8] и связанную с ней дискуссию [9].

Для потенциала /17/-/20/ внемассовые волновые функции $\psi_p(r,Z)$, согласно [10], имеют вид $(Z = E \pm i0)$:

$$\psi_p(r,Z) = \frac{p^2 - E}{p^2 + \beta^2} j_0(pr) + A(p,Z)\frac{1}{r}\operatorname{sh}\beta r, \quad r < c, \qquad /21/$$

$$\psi_p(r,Z) = j_0(pr) + i\sqrt{Z}\, t(\sqrt{Z},p,Z)\, h_0^{(1)}(r\sqrt{Z}), \quad r > c, \qquad /22/$$

где

$$A(p,Z) = \frac{c}{\operatorname{sh}\beta c\,[f(E) - ic\sqrt{Z}]}\Big\{c^2 V_1(E)\, j_0(pc)\,\frac{p^2 - E}{p^2 + \beta^2} +$$

$$+ \frac{\beta^2 + E}{\beta^2 + p^2}[\cos pc - ic\sqrt{Z}\, j_0(pc)]\Big\}, \qquad /23/$$

$$t(\sqrt{Z},p,Z) = \frac{c e^{-ic\sqrt{Z}}}{f(E) - ic\sqrt{Z}} \times$$

$$\times\Big\{\frac{\beta^2 + E}{\beta^2 + p^2}[\cos pc - \beta c \operatorname{cth}\beta c\, j_0(pc)] + c^2 V_1(E)\, j_0(pc)\Big\}. \qquad /24/$$

Явные выражения /21/ и /22/ для внемассовых волновых функций позволяют с помощью (Е1.5) определить t-матрицу:

$$t(k,p,Z) = -(k^2 - Z)\frac{\beta^2 + E}{\beta^2 + p^2} F_0(k,p) -$$

$$-(k^2 - Z)\frac{\operatorname{sh}\beta c}{\beta^2 + k^2}[\cos kc - \beta c \operatorname{cth}\beta c\, j_0(kc)]A(p,Z) +$$

$$+ e^{ic\sqrt{Z}}[\cos kc - ic\sqrt{Z}\, j_0(kc)]\, t(\sqrt{Z},p,Z), \qquad /25/$$

где

$$F_0(k,p) = \int_0^c r^2 dr\, j_0(kr)\, j_0(pr). \qquad /26/$$

Соотношения /11/ и /12/ обеспечивают ортогональность массовых волновых функций, однако остается вопрос о симметрии и унитарности t-матрицы /25/. В работе [11] показано, что эти свойства t-матрицы являются следствием двух свойств оператора $R(Z) = (H - Z)^{-1}$, где H - двухчастичный гамильтониан:

$$R^*(Z) = R(Z^*), \qquad /27/$$

$$R(Z_1) - R(Z_2) = (Z_1 - Z_2)\, R(Z_1)\, R(Z_2), \qquad /28/$$

причем последнее соотношение известно как тождество Гильберта. Так как потенциал /17/ вещественный, то /20/ приводит к тому, что условие /27/ выполняется автоматически. Тождество Гильберта, вообще говоря, не будет иметь места при $E_1 \neq E_2$. Однако для доказательства унитарности t-матрицы соотношение /28/ используется при $Z_1 = E + i\epsilon$, $Z_2 = E - i\epsilon$, $\epsilon \to 0$, но в этом случае для потенциала /17/, /20/ тождество Гильберта /28/ будет справедливым. Таким образом, t-матрица /25/ симметрична и удовлетворяет условию унитарности:

$$t(k,p,E+i0) - t(k,p,E-i0) = 2i\sqrt{E}\, t(k,\sqrt{E},E+i0)\, t(\sqrt{E},p,E-i0),$$

частным случаем которого является унитарность амплитуды рассеяния $F^{(\pm)}(k)$ /5/.

Введение модели /17/ и /20/ можно рассматривать как некоторую вспомогательную процедуру, которая позволяет получить простым и наглядным способом предельный случай, когда взаимодействие частиц описывается М.Г.У. Действительно, если в выражении /10/ $\gamma \to 0$, то $f(E) \to \mathrm{const}$. и из /12/ следует, что $\beta c \to \infty$. При этих условиях, согласно /18/ и /19/, потенциал /17/ совпадает с предельной формой (E1.18), (E1.19) потенциала (E1.17), выражения /24/ и /25/ для t-матрицы переходят соответственно в выражения (E1.9) и (E1.10) при $\ell = 0$, а внемассовые функции /21/ и /22/ удовлетворяют граничным условиям (E1.6) и (E1.7). Таким образом, значение $\gamma = 0$ полностью соответствует М.Г.У. без внешнего потенциала с постоянной логарифмической производной.

Зависящий от энергии потенциал /17/ содержит четыре параметра: c, $f(0)$, β и γ. Параметр γ удобно считать произвольным, что будет приводить, согласно /10/, к различной зависимости от энергии логарифмической производной $f(E)$. Остальные параметры могут быть определены для конкретного случая триплетного np-потенциала из соотношения /12/ и уравнения /16/ и из выражения для длины рассеяния, следующего из /7/. В *табл. 1* для ряда значений γ приведены параметры потенциала /17/ для триплетного s-состояния нейтрона и протона, согласованные с экспериментальными значениями энергии связи дейтона ϵ_d = **2,2246** ***МэВ*** и триплет-

Таблица 1

Значения параметров триплетного потенциала (17), согласованные с энергией связи дейтона ϵ_d = 2,2246 МэВ и триплетной длиной рассеяния a_t = 5,414 Ф /12/. Указаны также соответствующие значения эффективного радиуса r_{0t}, экспериментальное значение которого r_{0t} = 1,750 Ф

γ	C (Ф)	f(0)	β^2 (МэВ)	r_{0t} (Ф)
0	I,0965	-0,2540	∞	I,7788
0,03	I,I30I	-0,2638	90I9	I,7788
0,06	I,I653	-0,2743	2I2I	I,7788
0,09	I,2020	-0,2854	885,8	I,7788
0,I2	I,2403	-0,2972	464,6	I,7788
0,I5	I,2803	-0,3097	272,3	I,7789
0,I8	I,32I9	-0,3230	I67,8	I,7790

ной длины рассеяния a_t = 5,414 Ф[12], причем в последнем столбце указаны величины получающегося из /7/ эффективного радиуса r_{0t}, экспериментальное значение которого r_{0t} = 1,750 Ф. Из *табл. 1* видно, что набор потенциалов /17/, соответствующих различным значениям $\gamma \neq 0$, а также М.Г.У. без внешнего потенциала с $f = const.$ $(\gamma = 0)$ одинаковым образом описывают триплетные s-фазы np-рассеяния в области энергий, для которых справедливо приближение эффективного радиуса.

§3. Энергия связи трех тождественных бозонов

Для потенциала /17/ при $\gamma \neq 0$ волновые функции /21/ в области $r < c$ не обращаются в нуль, т.е. в этом случае не выполняется необходимое условие, приводящее к неоднозначности решений уравнений Фаддеева [13]. Таким образом, энергия связи трех тождественных бозонов E_0 в рассматриваемом частном случае /нулевой полный угловой момент, парные взаимодействия только в s-состояниях/ может быть получена для любого $\gamma \neq 0$ непосредственно из уравнения Фаддеева, а результат, соответствующий М.Г.У. без внешнего потенциала и с $f = const$, будет следовать из экстраполяции в точку $\gamma = 0$ значений при $\gamma \neq 0$.

Уравнение Фаддеева было решено обычным методом приближенной факторизации двухчастичной t-матрицы. Нефакторизованное слагаемое в t-матрице /25/ содержит функцию $F_0(k,p)$ /26/, которую удобно факторизовать с помощью метода Бубнова-Галеркина [14,15]. Для этого необходимо ввести полную систему ортонормированных функций $\phi_n(r)$, определенных в интервале $(0,c)$. Такой системой будет система функций $\phi_n(r)$ в виде полиномов степени n, выражающихся через полиномы Якоби:

$$\phi_n(r) = \frac{(2n+3)^{1/2}}{c^{3/2}} P_n^{(0,2)}\left(\frac{2r}{c} - 1\right), \quad n = 0,1,2,\ldots ,$$

а для $F(k,p)$ /26/ будет иметь место хорошо сходящееся разложение [15]:

$$F_0(k,p) = \sum_n M_n(k)\, M_n(p), \qquad /29/$$

где
$$M_n(k) = \int_0^c r^2 dr\, j_0(kr)\, \phi_n(r).$$

В *табл. 2* для некоторых значений $\gamma \neq 0$ приведены энергии связи E_0, полученные на основе уравнения Фаддеева при учете N слагаемых в /29/ $(N=1,2)$ и указаны значения E_0, соответствующие пренебрежению в /25/ нефакторизованным членом с $F_0(k,p)$ $(N=0)$. Указанные в *табл. 2* результаты для $\gamma = 0$ получены путем параболической экстраполяции, что, естественно, ставит вопрос об ошибке, связанной с такой процедурой. Для оценки этой ошибки было решено уравнение Фаддеева с приближенной факторизованной t-матрицей, получающейся из t-матрицы (E1.10) в М.Г.У. при выбрасывании члена с $F_0(k,p)$, что привело к значению E_0 = 13,21 *МэВ*. Сопоставление этого результата с E_0 = 14,45 *МэВ* $(\gamma = 0,$ $N = 0)$ в *табл. 2* дает величину ΔE = 1,24 *МэВ*, которую можно рассматривать как ошибку экстраполяции. По поводу вычисления E_0 с помощью уравнения Фаддеева необходимо сделать следующее замечание. В уравнение Фаддеева входит энергия $E_q = E - \frac{3}{4}q^2$, поэтому для того чтобы заведомо обеспечить сходимость некоторых интегралов, фактически использовалась при $\gamma \neq 0$ не t-матрица /25/, соответствующая $f(E)$ (10) и $V(r,E)$ /17/, а предполагалось, что при $E \leq -\beta^2 f(E)$ и $V_0(E)$ соответственно принимают значения

$$f(E) = f(0) + \gamma c^2 \beta^2, \quad V_0(E) = 0,$$

что никак не влияет на ортогональность волновых функций реальных состояний нейтрона и протона и на предельный вид потенциала $V(r,E)$ при $\gamma \to 0$.

§4. Заключение

Результаты, приведенные в *табл. 1* и *2*, интересны в двух отношениях. Во-первых, из *табл. 1* видно, что

Таблица 2

Зависимость энергии связи трех тождественных бозонов E_0 от значений γ в (10) и от числа N слагаемых в (29). Значение $N=0$ соответствует пренебрежению в (25) членом с $F_0(k,p)$. Результаты при $\gamma=0$ получены с помощью параболической экстраполяции

γ	E_0 (МэВ)		
	N = 0	N = 1	N = 2
0,09	25,26	I3,69	I3,67
0,06	I9,70	I2,05	II,95
0,03	I6,09	I0,53	I0,4I
0	I4,45	9,I2	9,07

существует целый набор потенциалов /17/, которые соответствуют экспериментальным значениям энергии связи дейтона и триплетной длины рассеяния и одинаковым образом воспроизводят триплетный эффективный радиус. Для этих потенциалов внемассовое поведение t -матрицы /25/ различно, и это обстоятельство приводит к существенно различным значениям энергии связи трех бозонов E_0 /*табл. 2*/. Отметим, что для $\gamma=0{,}18$ было получено $E_0=$ 20,73 *МэВ* и был обнаружен второй уровень с энергией E_1 = 2,266 *мэВ*, что очень хорошо согласуется с результатами работы /16/ / E_0 = 20,64 *МэВ*, E_1 = = 2,293 *МэВ*/ для статического потенциала прямоугольной формы. Во-вторых, значение E_0 = 9,07 *МэВ* /$\gamma=0$, $N=2$, *табл. 2*/ с учетом ошибки экстраполяции ΔE = = 1,24 *МэВ* подтверждает значение E_0= 7,70 *МэВ*, полученное в /3/ при непосредственном решении одномерного уравнения /1/. Относительно этого уравнения заметим, что оно однозначно /2/ и безмодельно на трехчастичном уровне, так как при его выводе используются лишь граничные условия (E1.6) и (E1.7) для двухчастичных волновых функций и не вводится никаких дополнительных условий.

Большое отличие результата работы /3/ также от значения E_0 = 18,4 *МэВ*, полученного в работе /5/, объясняется, на наш взгляд, следующим. Уравнения работы /5/ являются фактически модельными трехчастичными уравнениями. Это связано с тем, что при их выводе для придания этим уравнениям однозначности используются дополнительные существенно трехчастичные условия, не вытекающие из характера двухчастичных взаимодействий и заключающиеся в том, что трехчастичные функции каналов при фиксированной энергии W_0 независимо удовлетворяют тем же граничным условиям (E1.6) и (E1.7), что и двухчастичные волновые функции. Указанные условия для функций каналов гарантируют выполнение соотношений унитарности для трехчастичных T-матриц, что существенно улучшает модель, однако все же соответствующие уравнения остаются модельными и, следовательно, результат E_0 = 18,4 *МэВ* работы /5/ нельзя считать соответствующим "пустотным" двухчастичным взаимодействиям, описываемым

М.Г.У. без внешнего потенциала. Близкий результат /E_0= 18,5 *МэВ*/ получен нами при решении уравнения Фаддеева с t-матрицей/25/, соответствующей потенциалу /17/ при γ = 0,15. В отношении результата работы /5/ можно сделать дополнительное замечание. Трехчастичный параметр W_0 произволен, и выбор $W_0 < 0$ заведомо обеспечивает выполнение условий унитарности для трехчастичной T-матрицы. Однако в/5/ рассмотрены только значения $W_0 < -\epsilon_d$, и не исследована область значений $-\epsilon_d < W_0 < 0$, что необходимо было бы сделать для полноты и подкрепления вывода о слабой зависимости результатов от W_0.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В.Б.Беляеву, Р. Ван Вагенингену, Ю.А. Симонову, Д.А.Тйону и Г.Шульцу за ряд весьма полезных и плодотворных дискуссий, а также И.И.Шелонцеву и Н.Ю.Шириковой за большую помощь в проведении расчетов.

Литература

1. *В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-8580, Дубна, 1975.*
2. *В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-8707, Дубна, 1975.*
3. *В.Н.Ефимов, Г.Шульц. ОИЯИ, Р4-8895, Дубна, 1975.*
4. *Y.E.Kim, A.Tubis. Phys.Lett., 38B, 354 (1972).*
5. *D.D.Brayshaw. Phys.Rev., D 8,2572 (1973).*
6. *H.Feshbach, E.L.Lomon. Ann.Phys., 29, 18 (1964).*
7. *Л.Д.Фаддеев. ЖЭТФ, 39, 1459 /1960/.*
8. *M.J.Haftee, E.L.Peterson. Phys.Rev.Lett., 33, 1229 (1974).*
9. *D.D.Brayshaw. Phys.Rev.Lett., 34, 1478 (1975). M.J.Haftee, E.L.Peterson. Phys.Rev.Lett., 34, 1480 (1975).*
10. *Y.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev., C1, 414 (1970).*
11. *Л.Д.Фаддеев. Труды Математического института АН СССР, 69, /1963/.*
12. *E.Lomon, R.Wilson. Phys.Rev., C9, 1329 (1974).*
13. *D.D.Brayshaw. Phys.Rev.Lett., 26, 659 (1971).*
14. *V.N.Efimov. Comptes Rendus du Congres International de Physique Nucleaire, v. II, p. 258, Paris, 1964. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р-2546, Дубна, 1966.*
15. *В.Н.Ефимов. ОИЯИ, 4-5741, Дубна, 1971.*
16. *V.F.Kharchenko, S.A.Storozhenko, V.E.Kuzmichev. Nucl.Phys., A188, 609 (1972).*

Рукопись поступила в издательский отдел
3 октября 1975 года.