92-165

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-92-165

Е.Б.Бальбуцев, А.В.Унжакова *

ГИГАНТСКИЙ ДИПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС С СИЛАМИ СКИРМА

Направлено в журнал "Известия РАН, серия физическая"

*НИИФ Санкт-Петербургского университета

1992

1. Введение

Использование сил Скирма при изучении свойств коллективных возбуждений в рамках метода моментов было начато в работах [1, 2]. Это были изоскалярные и изовекторные электрические резонансы $0^+, 2^+$ и 3^-, а также магнитные моды 1^+ и 2^-. Тогда же возникла проблема определения тока, решение которой представляется важным для метода моментов. Дело в том, что из-за нелокальности взаимодействия уравнение непрерывности существенно модифицируется, позволяя эффективно учитывать обменные эффекты [3]. Простым переопределением тока можно вернуться к классическому выражению для уравнения непрерывности, однако при этом существенно меняются основные параметризации применяемые в методе моментов. В данной статье рассчитываются энергии и вероятности возбуждения гигантского дипольного резонанса (ГДР) и на его примере обсуждается сформулированная проблема.

2. Формализм

Коллективное движение в нашем подходе описывается в терминах плотности нуклонов $n_q(\vec{r}, t)$ (q -индекс, отличающий нейтроны и протоны), их средней скорости $\vec{u}_q(\vec{r}, t)$, тензора давлений P_{qij} и других тензоров более высокого ранга [4]. Динамические уравнения для них получаются интегрированием по импульсам с различными весами уравнения для функции Вигнера $f_q(\vec{r}, \vec{p}, t)$:

$$\frac{\partial f_q}{\partial t} - \frac{2}{\hbar} \sin \left(\frac{\hbar}{2} (\nabla_r^H \cdot \nabla_p^f - \nabla_p^H \cdot \nabla_r^f) \right) (H_q)_w \cdot f_q = 0 \qquad (1)$$

где $(H_q)_w$ - Вигнер-образ самосогласованного гамильтониана H_q. Интегрирование с единичным весом дает уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + div(n_q \vec{u}_q + \eta n_q n_{q'} (\vec{u}_q - \vec{u}_{q'})) = 0, \qquad (2)$$

где $\eta = \frac{m t_+}{2\hbar^2}$, t_+ и t_- параметры сил Скирма, ответственные за нелокальную часть взаимодействия. Интегрирование с весом p_i приводит к уравнению для средней скорости:

$$
\begin{aligned}
F(u_{qi}) \equiv n_q \frac{\partial u_{qi}}{\partial t} + \frac{n_q}{m}\frac{\partial W_q}{\partial x_i} + \sum_s \frac{\partial}{\partial x_s}\left(\frac{P_{qis}}{m_q^*}\right) + \\
+ n_q \vec{u}_q : \frac{\partial \vec{B}_q}{\partial x_i} + \frac{\partial C_q}{\partial x_i}\left(\sum_s P_{qss} + m n_q u_q^2\right) + \\
+ n_q\left(\vec{u}_q \frac{m}{m_q^*} + \vec{B}_q\right)\cdot \nabla u_{qi} - \frac{\hbar^2}{4m}\Delta\left(\frac{\partial C_q}{\partial x_i} n_q\right) = 0.
\end{aligned} \qquad (3)
$$

Здесь $\frac{1}{m^*} = (\frac{1}{m} + 2C_q)$, m - масса нуклона, $C_q = \frac{1}{4\hbar^2}(t_+ n - \frac{t_-}{2} n_q)$, $n = n_n + n_p$, $\vec{B}_q = -\frac{m}{2\hbar^2}(t_+ n\vec{u} - \frac{t_-}{2} n_q \vec{u}_q)$, $n\vec{u} = n_n \vec{u}_n + n_p \vec{u}_p$, $W_q = U_q + \frac{\hbar^2}{4}\Delta C_q$. Выражение для самосогласованного потенциала U_q вместе с определениями n_q, $\vec{u}_q$, P_{qij} и P_{qijk} через $f_q(\vec{r}, \vec{p}, t)$ можно найти в [4].

Интегрируя (1) с весом $p_i p_j$, получаем уравнение для тензора давлений $P_{qij}(\vec{r}, t)$:

$$
\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} P_{qij} + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{m}{m_q^*}(P_{qijk} + P_{qij}u_{qk}) + B_{qk}P_{qij}\right) + \\
+ & \left[\sum_k P_{qjk}\left(\frac{m}{m_q^*}\frac{\partial u_{qi}}{\partial x_k} + \frac{\partial B_{qk}}{\partial x_i}\right) + m\frac{\partial C_q}{\partial x_i}\sum_k (P_{qjkk} + 2u_k P_{qkj}) - \right. \\
- & \left. \frac{\hbar^2}{4}\left(\Delta u_{qj} + 2\nabla u_{qj}\nabla\left(n_q \frac{\partial C_q}{\partial x_i}\right)\right)\right]_{ij} - \\
- & \frac{\hbar^2}{4m}\nabla\left(n_q\left(\frac{\partial^2 \vec{B}_q}{\partial x_i \partial x_j} + 2m\vec{u}_q \frac{\partial^2 C_q}{\partial x_i \partial x_j}\right)\right) = 0,
\end{aligned} \qquad (4)
$$

где $[\ldots]_{ij}$ означает симметризацию по индексам i, j.

Обычно ток определяется следующим образом [3]:

$$\vec{J}_q(\vec{r}, t) = \frac{1}{m}\int f_q(\vec{r}, \vec{p}, t)\vec{p}\, d\vec{p}$$

а средняя скорость связана с ним соотношением $\vec{u}_q = \vec{J}_q / n_q$. Уравнение непрерывности (2) можно привести к классическому виду, модифицировав очевидным образом определение тока:

$$\vec{J}_q^* = n_q \vec{u}_q + \eta n_q n_{q'}(\vec{u}_q - \vec{u}_{q'})) = \vec{J}_q + \eta(n_{q'}\vec{J}_q - n_q \vec{J}_{q'}), \qquad (5)$$

что, в свою очередь, приводит к переопределению бесконечно малых смещений, с помощью которых мы описываем движения малой амплитуды. В [1] смещения определяются как $\vec{\xi}_q = \vec{u}_q\, dt = (\vec{J}_q / n_q)\, dt$. Естественной модификацией будет, очевидно, $\vec{\xi}_q^* = \vec{u}_q^*\, dt = (\vec{J}_q^* / n_q)\, dt$. Еще одним следствием переопределения тока является новое выражение для вариации плотности: $\delta n_q = -div(n_q \vec{\xi}_q^*)$. Динамическим уравнением для новой скорости будет естественная комбинация уравнений (3):

$$F(\vec{u}_{qi}) + \eta(n_{q'}F(u_{qi}) - n_q F(u_{q'i})) = 0. \qquad (6)$$

3. Гигантский дипольный резонанс

Согласно методу моментов для описания самых простых движений системы с мультипольностью $\lambda = 1$ достаточно иметь уравнения движения для декартовых тензоров 1-го ранга, т.е. фактически для координат центра тяжести системы. Разумеется, движение центра масс ядра не представляет интереса, а вот относительное движение центров масс протонов и нейтронов может быть связано с ГДР. Требуемые уравнения получаются интегрированием по координатам с единичным весом динамического уравнения для средней скорости и последующим его варьированием.

Проанализируем сначала вариант со старым определением тока, т.е. будем интегрировать и потом варьировать уравнение (3). Заметим сразу же, что при интегрировании обращается в нуль член, пропорциональный $\hbar^2$, т.е. квантовая поправка. Равновесное значение $\vec{u}_q^{(0)}$ положим равным нулю. Вспоминая также [1] ,что $\delta u_{qi} = \dot{\xi}_{qi}$, находим

$$
\begin{aligned}
& \frac{\eta}{2}\int(\delta P_q \nabla_i n_{q'} - \delta P_{q'} \nabla_i n_q)\, d\vec{r} + \\
+ & \int\left(\frac{\eta}{2}\nabla_i P + V\nabla_i n - \frac{t_-}{4}\nabla_s \Delta n\right)\delta n_q\, d\vec{r} = -m\int n_q \ddot{\xi}_q\, d\vec{r}.
\end{aligned} \qquad (7)
$$

Здесь

$$
\begin{aligned}
V &= t_0(1 + x_0/2) + \frac{t_3}{24}\Big(2\sigma(\sigma - 1)(1 + 2x_3)n_q n_{q'} n^{\sigma-2} + \\
&+ (\sigma + 1)n^\sigma[\sigma(1 - x_3) + 2(2 + x_3)]\Big),
\end{aligned}
$$

σ, t_0, t_3, x_0, x_3 - параметры SKM^*. $P_q = \sum_s P_{qss}$, $P = P_q + P_{q'}$. Смещения нуклонов считаем не зависящими от координат, как и в модели Гольдхабера-Теллера: $\xi_{qi}(\vec{r},t) = L_{qi}(t)$. Требование неподвижности центра масс ядра приводит к соотношению $\delta n_q = -\delta n_{q'}$, из которого в свою очередь следует $Z_q L_{qi} = -Z_{q'} L_{q'i}$. Как видно, кроме тензора первого ранга ξ_{qi} в (7) входит также тензор второго ранга δP_{qss}. Он появляется здесь только из-за нелокальности взаимодействия (члены, пропорциональные t_+, t_-) и должен играть небольшую роль. Его вклад можно довольно точно оценить. Для этого нужно проварьировать уравнение (4), исключив из него тензор третьего ранга P_{qijk}. В результате δP_q выражается через L_{qi}:

$$\begin{aligned} \delta P_q &= \sum_s \left(\frac{-mt_-}{2\hbar^2} \left[\frac{1}{3} P_q \nabla_s n_q + \frac{1}{2} \nabla_s (P_q n_q) \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{t_+}{8} \nabla_s (n_q \nabla n) - 2 n_q \nabla_s U_q \right) L_{qs} + \\ &+ \frac{\hbar^2}{2} \sum_s \left[2 \sum_j \nabla_j n_q \cdot \nabla_j + \Delta n_q \right] \nabla_s (C_q - C_{q'}) L_{qs}. \qquad (8) \end{aligned}$$

Расчеты показывают, что вклад δP_q пренебрежимо мал. Окончательная формула для центроида энергии ГДР имеет вид

$$E^2 = \frac{-4\pi}{3A} \frac{\hbar^2}{m} \int \mathcal{K} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (n + \eta n^2) r^2 \, dr, \qquad (9)$$

где

$$\mathcal{K} = \frac{\eta}{2} \frac{\partial P}{\partial r} + V \cdot \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{t_-}{4} \frac{\partial \Delta n}{\partial r}.$$

Мы используем приближение Томаса-Ферми для тензора давлений $P_q(r) = const \cdot n_q(r)^{5/3}$ и Ферми-распределение для плотности с параметрами из [9]. Как видно, главные члены в подынтегральном выражении (с t_0 и t_3) содержат $(\frac{\partial n}{\partial r})^2$. Это означает, что интеграл имеет четко выраженный поверхностный характер и должен быть пропорционален $R^2 = r_0^2 A^{2/3}$, откуда следует, что $E \sim A^{-1/6}$. Результаты расчета представлены на рисунке пунктирной кривой. Учет δP_q приводит к ничтожным изменениям в пределах толщины линии.

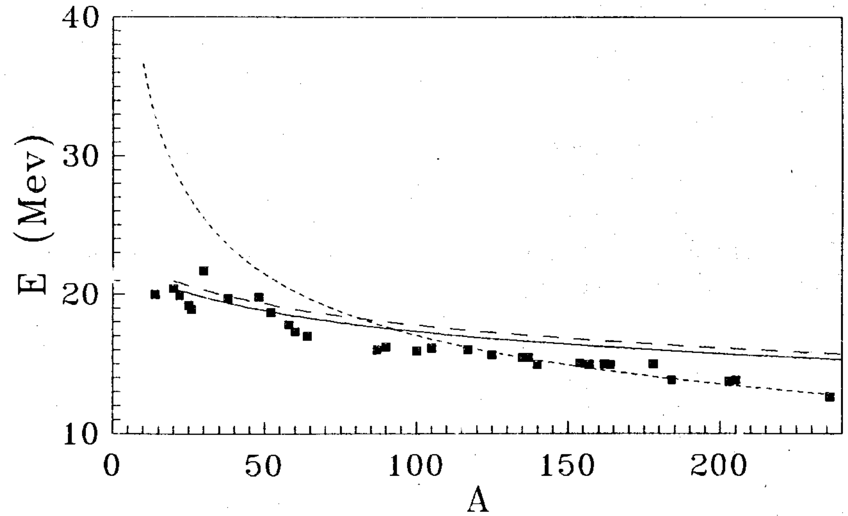
Формула (9) получена для старого определения тока. Чтобы вычислить энергию при новом определении тока, надо проинтегрировать по координатам с единичным весом уравнение (6) и проварьировать результат. Формула для энергии получается существенно сложнее, чем (9). Опуская члены с δP имеем

$$E^2 = \frac{-4\pi}{3A} \frac{\hbar^2}{m} \int \left(\mathcal{K} \cdot (1 + \eta n) - \eta \cdot (G_q + G_{q'}) \right) \frac{\partial n}{\partial r} r^2 \, dr,$$

где

$$\begin{aligned} G_q &= n_q \frac{\partial U_q}{\partial r} + m P_q \frac{\partial C_q}{\partial r} - \frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial n_q}{\partial r} \frac{\partial^2 C_q}{\partial r^2} - \frac{\hbar^2}{4} \frac{\partial C_q}{\partial r} \Delta n_q \\ &+ \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (P_q \cdot (1 + 2mC_q)) + \frac{1}{3} \frac{mt_-}{4\hbar^2} P_q \frac{\partial n_{q'}}{\partial r}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Результаты расчета показаны на рисунке сплошной кривой. Они, как видно, не очень сильно отличаются от предыдущих и немного лучше согласуются с экспериментальными данными.



Центроид гигантского дипольного резонанса. Пунктирная кривая - старое определение тока, сплошная кривая - новое определение тока. Точечная кривая - модель жидкой капли, $E \simeq 70 A^{-1/3}$ Мэв. Экспериментальные данные из [8].

Для расчета $B(E1)$-факторов мы применяем вариант теории линейного отклика, предложенный Лейном [5] - правила его использования в методе моментов описаны в [1]. Следуя изложенной там процедуре получаем:

$$B(E1) = \frac{9}{8\pi}\frac{\hbar^2}{m}\frac{Z \cdot N}{A}(1+\eta\tilde{n})\frac{1}{E}\ e^2 \cdot fm^2,$$

где $\tilde{n} = \frac{1}{A}\int n^2\, d\vec{r}$.

Вклад резонанса в правило сумм получается умножением этого выражения на E. С другой стороны вычисляя двойной коммутатор дипольного оператора с гамильтонианом находим правило сумм

$$S(E1) = \frac{9}{8\pi}\frac{\hbar^2}{m}\frac{Z \cdot N}{A}(1+\eta\tilde{n})\ e^2 \cdot fm^2,$$

которое отличается от классического множителем $(1+\eta\tilde{n})$, возникающим из-за нелокальности взаимодействия (так называемый фактор усиления [6]). Как видно, изучаемый нами резонанс исчерпывает полностью правило сумм. Фактор усиления меняется от 1.25 при A = 20 до 1.42 при A = 240 и очень заметно улучшает согласие теории с экспериментом [7], хотя было бы лучше, если бы он был несколько меньше (менялся бы, скажем, от 1.1 до 1.3). Величина B(E1) факторов немного меняется в зависимости от определения тока, но отдать предпочтение какому либо из них сравнивая теорию с экспериментом в данном случае нельзя, так как экспериментально известны лишь полные сечения, которые пропорциональны правилу сумм, а оно от определения тока не зависит.

4. Заключение

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что метод моментов функции Вигнера дает хорошее описание глобальных свойств ГДР (центроида энергии и правила сумм). Причем достигается это весьма простыми средствами, независимо от сложности взаимодействия. Нелокальность взаимодействия приводит к некоторым проблемам, связанным с необходимостью выбора определения тока. К

счастью, метод в этом смысле оказывается достаточно устойчивым - центроид ГДР сдвигается при переопределении тока незначительно, а правило сумм от него вообще не зависит. Надо заметить, что энергия резонанса мало чувствительна к нелокальной части взаимодействия. Так, расчет с $t_+ = t_- = 0$ (в этом случае оба определения тока совпадают, т.к. $\eta = 0$) дает результаты, практически совпадающие со сплошной кривой на рисунке. Таким образом, можно сделать вывод, что выбор определения тока не имеет принципиального значения и может быть сделан из соображений удобства.

Литература

[1] Бальбуцев Е.Б., Пиперова Й. // ЯФ. 1989, т.50, с.961.

[2] Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В., Пиперова Й. // ЯФ. 1991, т.53, с.670.

[3] Engel Y.M. et al.// Nucl. Phys., 1975, v.A249, p.215.

[4] Бальбуцев Е.Б.// ЭЧАЯ. 1991, т.22, вып.2, с.333.

[5] Lane A.M.// Nuclear Theory. Ed. Benjamin. New York, 1964.

[6] Krivine H., Treiner J., Bohigas O.// Nucl. Phys., 1980, v.A336, p.155.

[7] Berman B. L., Fultz S.C.//Rev. Mod. Phys., 1975, v.47, 3, p.713.

[8] Бор О., Моттельсон Б. Р.// Структура атомного ядра. М.:Мир. 1971, т.2.

[9] Bernstein A.M.//Adv. Nucl. Phys., 1969, v.3, p.325

Рукопись поступила в издательский отдел
10 апреля 1992 года.