

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



H-429

29/хл-75

P4 - 9194

К.Неергорд, В.В.Пашкевич, С.Фрауендорф

4967/275

ОБОЛОЧЕЧНАЯ ЭНЕРГИЯ
БЫСТРО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР.

Общие положения

1975

P4 - 9194

К. Неергорд,¹ В. В. Пашкевич, С. Фрауендорф²

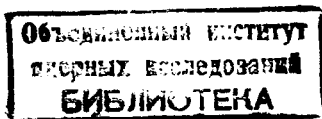
ОБОЛОЧЕЧНАЯ ЭНЕРГИЯ
БЫСТРО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР.

Общие положения

Направлено в Nuclear Physics

¹ Адрес с 1 сентября 1975 г.: Институт ядерной физики, Центр по ядерным исследованиям, Юлих, ФРГ.

² Центральный институт ядерных исследований, Россендорф, ГДР.



1. Введение

С развитием ускорителей, на которых можно получать пучки тяжелых ионов с энергией в сотни $MэВ$, стали доступными для экспериментального изучения ядра с большим угловым моментом, вплоть до максимально возможного. Быстро растет экспериментальное искусство в исследовании свойств ядер, связанных с большим угловым моментом^{1,2/}, что стимулирует теоретические попытки по выработке следствий, относящихся к этой новой области конфигурационного пространства, вытекающих из наших более или менее хорошо установленных понятий о структуре ядра. Общепринято^{3/}, что после распада продуктов слияния ядра мишени с тяжелым ионом посредством испускания нескольких легких частиц и γ -квантов достигается область конфигурационного пространства с энергией возбуждения над "яраст"-полосой порядка 1 $MэВ$. /Здесь и далее используется ставший уже общеупотребительным термин "яраст-полоса" для обозначения состояний с наименьшей энергией при заданном угловом моменте/. После этой первой, статистической, части распада, в течение которой угловой момент уменьшается только на небольшую часть, получается ядро при низкой температуре, хотя и высоковозбужденное относительно основного состояния.

В теории Струтинского^{4/} дается успешное объяснение величины деформации основного состояния и барьеров деления невращающихся ядер. В разд. 2 и 3 настоящей работы обсуждается применение этой теории к ядрам в районе "яраст"-полосы, т.е. при малой температуре и с конечным /и большим/ угловым моментом.

Зависимость "гладких" величин, которые естественно возникают в теории Струтинского, от угловой частоты изучается в разд. 2 в предположении, что можно пренебречь спином нуклона, двухчастичное взаимодействие можно аппроксимировать не зависящим от скорости локальным потенциалом и перераспределение ядерной материи в центробежном потенциале пренебрежимо мало. Это довольно грубые упрощения. В разд. 3 даются оценки эффектов, возникающих при отказе от этих предположений.

Для применимости модели принудительного вращения необходимо выполнение условия выпуклости энергии как функции углового момента. Обсуждению этого условия посвящено приложение.

Идея применения метода Струтинского в задаче о вращении ядра была предложена в работе Пашкевича и Фрауендорфа⁵, где обсуждается перенормировка, используемая в методе Струтинского, в применении к моменту инерции, даваемому формулой Инглиса.

Недавно Бенгстон и др.⁶ опубликовали вычисления, относящиеся к некоторым нейтронодефицитным редкоземельным ядрам, основанные на формализме, подобном используемому в настоящей работе. Часть результатов, представленных здесь, была приведена в предварительной публикации⁷.

2. Общая формулировка

Основные уравнения в теории Струтинского могут быть выведены из различных более фундаментальных теорий структуры ядра. Для определенности будем следовать выводу⁸, связывающему теорию Струтинского с подходом типа Хартри-Фока со связями к решению задачи о вычислении энергии деформации.

Пусть \hat{H} означает гамильтониан ядра и пусть $\{\hat{Q}_i\}$ - некоторый набор операторов /т.е. массовых мультипольных моментов/, средние значения которых характеризуют форму ядра β . В теории Хартри-Фока со связями энергия деформации дается как минимум

$$E(\beta) \equiv \inf \{ \langle \hat{H} \rangle | \langle \hat{Q}_i \rangle = Q_i(\beta) \}, \quad /1/$$

где все средние значения понимаются как взятые по состоянию, имеющему вид детерминанта Слейтера. Подобным образом для вращающегося ядра с угловым моментом \vec{I} энергия деформации может быть определена как минимум

$$E(\beta, \vec{I}) \equiv \inf \{ \langle \hat{H} \rangle | \langle \hat{Q}_i \rangle = Q_i(\beta), \langle \hat{I} \rangle = \vec{I} \}, \quad /2/$$

где \hat{I} - квантовый угловой момент ($\hbar=1$). Далее можно определять функцию

$$R(\beta, \vec{\omega}) \equiv \inf \{ \langle \hat{H} - \vec{\omega} \cdot \hat{I} \rangle | \langle \hat{Q}_i \rangle = Q_i(\beta) \}. \quad /3/$$

Если при каждой форме β функция $E(\beta, \vec{I})$ является выпуклой функцией \vec{I} , то $E(\beta, \vec{I})$ и $R(\beta, \vec{\omega})$ связаны преобразованием Лежандра, т.е.

$$E(\beta, \vec{I}) - R(\beta, \vec{\omega}) = \vec{\omega} \cdot \vec{I}, \quad /4/$$

где

$$\vec{I} = \vec{I}(\beta, \vec{\omega}) = - \frac{\partial R(\beta, \vec{\omega})}{\partial \vec{\omega}}, \quad /5/$$

или равносильно

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}(\beta, \vec{I}) = \frac{\partial E(\beta, \vec{I})}{\partial \vec{I}}. \quad /6/$$

Соответствующие минимумы /2/ или /3/ получаются с помощью одного и того же детерминанта Слейтера.

Функцию $R(\beta, \vec{\omega})$ немедленно можно узнать как "энергию во вращающейся системе" в модели принудительного вращения. Она определяет энергию $E(\beta, \vec{I})$ в лабораторной системе посредством уравнений /4/ и /5/. Исходя из уравнения /3/, можно доказать "энергетическую теорему" для $R(\beta, \vec{\omega})$. Нужно только заменить всюду в доказательстве, проводимом в работе⁸, кинетическую энергию T на оператор $T - \vec{\omega} \cdot \hat{I}$. Разлагая $R(\beta, \vec{\omega})$, получим с точностью до первого порядка по разности

между матрицей плотности в оболочечной модели и "гладкой" матрицей плотности следующее выражение:

$$R(\beta, \vec{\omega}) = \tilde{R}(\beta, \vec{\omega}) + \delta R(\beta, \vec{\omega}), \quad /7/$$

где \tilde{R} плавно зависит от числа нуклонов, деформации β и угловой частоты $\vec{\omega}$, а δR является оболочечной поправкой первого порядка. В обычных обозначениях^{4/} последняя величина имеет вид

$$\delta R = \sum_{\text{по протонам } \epsilon_i < \lambda \text{ и нейтронам}} \left(\sum \epsilon_i - \int_{-\infty}^{\lambda} \epsilon \tilde{g}(\epsilon) d\epsilon \right). \quad /8/$$

Здесь ϵ_i означает собственные значения одночастичного оператора

$$\tau(\beta, \vec{\omega}) = t - \vec{\omega} \cdot \vec{j} + \tilde{V}(\beta, \vec{\omega}), \quad /9/$$

где t - одночастичная кинетическая энергия, \vec{j} - одночастичный угловой момент и \tilde{V} - среднее поле. Все остальные величины в уравнении /8/ определяются, как обычно, через эти одночастичные "энергии".

В принципе, "гладкие" величины \tilde{R} и \tilde{V} связаны^{4.8/} с "гладкой" частью оболочечной матрицы плотности, соответствующей одночастичному оператору τ . В приложениях теории необходимо сделать, как это обычно делается в задаче без вращения, конкретное предположение о виде \tilde{R} и \tilde{V} . При $\vec{\omega} = 0$ эти величины совпадают с обычными энергией жидкой капли и потенциалом оболочечной модели соответственно.

Легко получить явное выражение для функции $I(\beta, \vec{\omega})$. Из уравнений /5/, /7/ и /8/ получаем

$$\vec{I}(\beta, \vec{\omega}) = \tilde{I}(\beta, \vec{\omega}) + \delta \vec{I}(\beta, \vec{\omega}), \quad /10/$$

где

$$\tilde{I}(\beta, \vec{\omega}) = - \frac{\partial \tilde{R}(\beta, \vec{\omega})}{\partial \vec{\omega}}, \quad /11/$$

$$\delta \vec{I}(\beta, \vec{\omega}) = - \frac{\partial (\delta R(\beta, \vec{\omega}))}{\partial \vec{\omega}} = \sum_{\text{по протонам } \epsilon_i < \lambda \text{ и нейтронам}} \left(\sum \langle \vec{j} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \vec{\omega}} \rangle_i - \sum_i \tilde{n}_i \langle \vec{j} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \vec{\omega}} \rangle_i \right). \quad /12/$$

Здесь \tilde{n}_i - "гладкие" числа заполнения^{4/}.

В заключение этого раздела вернемся к предположению, сделанному выше, о выпуклости функции $E(\beta, \vec{I})$, которое необходимо для применения модели принудительного вращения. Если оно нарушается, то будут существовать некоторые значения \vec{I} , для которых из уравнений /3/-/5/ минимум /2/ не получается. В приложении показано, что более специализированные свойства функции $R(\beta, \vec{\omega})$, определяемые /7/-/9/, совместно с неявным предположением о плавной зависимости потенциала $V(\beta, \vec{\omega})$ от $\vec{\omega}$ в действительности обеспечивают выпуклость $E(\beta, \vec{I})$. В этом смысле развиваемая теория внутренне согласована.

С другой стороны, можно себе представить положение, когда "гладкая" плотность частиц и, следовательно, потенциал $\tilde{V}(\beta, \vec{\omega})$ /10/ меняются скачкообразно с изменением $\vec{\omega}$. Такая ситуация возникает в случае детерминантов Слейтера, подчиненных таким связям, что квадрупольный момент Q_2 имеет определенное значение. Тогда в ядрах области актинидов кривая энергии деформации не является выпуклой на барьере между первым и вторым минимумами, что приводит к разрывной зависимости одночастичного потенциала от соответствующего множителя Лагранжа.

В подобной ситуации, относящейся к угловому моменту, было бы необходимо выйти за рамки модели принудительного вращения и рассматривать приближения непосредственно к /2/.

Для выпуклой $E(\beta, \vec{I})$ функция

$$E(I) \equiv \inf \{ \langle \hat{H} \rangle \mid |\langle \hat{I} \rangle| = I \} = \inf \{ E(\beta, \vec{I}) \mid |\vec{I}| = I \}, \quad /13/$$

описывающая "нраст"-полосу, является монотонной. Ло-

кальные минимумы вдоль "ирист"-полосы в данной модели исключаются.

3. Зависимость \bar{R} и \bar{V} от $\vec{\omega}$

Как \bar{R} , так и \bar{V} , в принципе, зависят от угловой частоты $\vec{\omega}$. Эта зависимость проистекает от зависимости $r(\beta, \vec{\omega})$ от $\vec{\omega}$ и условия самосогласования Струтинского

$$\bar{\rho} \approx \bar{\rho}_{sh},$$

где величина справа означает усредненную часть плотности частиц в оболочечной модели ρ_{sh} . С этой точки зрения простые предположения о \bar{V} и \bar{R} , согласно которым \bar{V} не зависят от $\vec{\omega}$, а зависимость \bar{R} от $\vec{\omega}$ определяется членом $-1/2 J_{rig} \omega^2$ с твердотельным моментом инерции, соответствуют ситуации, когда пренебрегается спином нуклона, двухчастичное взаимодействие аппроксимируется не зависящим от скорости локальным потенциалом и перераспределение ядерной материи в центробежном поле считается пренебрежимо малым. Очевидно, что это довольно грубые упрощения. В этом разделе обсуждаются некоторые дополнительные эффекты, возникающие при более реалистических предположениях о ядерной системе.

Обсуждение будет далеко не полным. В основном его следует рассматривать только намечающим контуры будущих более систематических исследований.

Выберем в качестве двухтельного взаимодействия короткодействующие силы со спин-обменным и спин-орбитальным членами

$$v_{12} = -\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) (a + \beta \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) + \gamma (\vec{\nabla} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2),$$

$$(\vec{p}_1 - \vec{p}_2), (\vec{s}_1 + \vec{s}_2)).$$

/Здесь $\vec{\nabla} \delta$ означает градиент дельта-функции и использовано обычное обозначение для смешанного произведения

трех векторов/. Делая классические приближения для "гладкой" плотности и усреднения по импульсу и спину второй частицы, получаем в качестве соответствующего одночастичного потенциала

$$\begin{aligned} \bar{V}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) = & -\bar{\rho}(\vec{r}) (a + \beta \langle \vec{s} \rangle \cdot \vec{s}) + \\ & + \gamma \{ (\vec{\nabla} \bar{\rho}(\vec{r}), \vec{p}, \vec{s}) - \text{rot}(\bar{\rho}(\vec{r}) \langle \vec{p} \rangle) \cdot \vec{s} - \\ & - \text{rot}(\bar{\rho}(\vec{r}) \langle \vec{s} \rangle) \cdot \vec{p} - \text{div}(\bar{\rho}(\vec{r}) \langle [\vec{p}, \vec{s}] \rangle) \}. \end{aligned} \quad /14/$$

Внутри ядра мы делаем замену

$$\bar{\rho}(\vec{r}) = \text{const} = \rho_0 \equiv \left(\frac{4\pi}{3} r_0^3 \right)^{-1} \equiv \frac{2}{3\pi^2} (2M \epsilon_F)^{3/2},$$

$$\langle \vec{p} \rangle = M [\vec{\omega}, \vec{r}], \quad /15/$$

$$\langle \vec{s} \rangle = \text{const} \equiv \vec{s}_0, \quad /16/$$

$$\langle [\vec{p}, \vec{s}] \rangle = [\langle \vec{p} \rangle, \langle \vec{s} \rangle]. \quad /17/$$

Тогда полный оператор r /ур. /9// становится равным

$$r = \frac{p^2}{2M} + V_0 - \vec{\omega} \cdot \vec{l} - \vec{\omega}_s \cdot \vec{s}, \quad /18/$$

где

$$V_0 = -\rho_0 (a + 2\gamma M \vec{\omega} \cdot \vec{s}_0), \quad /19/$$

$$\vec{\omega}_s = (1 + 2\gamma M \rho_0) \vec{\omega} + \beta \rho_0 \vec{s}_0. \quad /20/$$

В приближении Томаса-Ферми орбитальная часть ко-риолисова взаимодействия, $V_{cor} = -\vec{\omega} \cdot \vec{l}$, приводит

к сдвигу ^{9/} среднего импульса $\langle \vec{p} \rangle$. Результат дается уравнением /15/. Распределение нуклонов по пространственным и спиновым координатам определяется эффективным потенциалом

$$V_{\text{eff}} = V_0 - \frac{1}{2} M [\vec{\omega}, \vec{r}]^2 - \vec{\omega} \cdot \vec{s}_0.$$

Третий член в этом выражении и приводит к спиновой поляризации

$$\vec{s}_0 \equiv \langle \vec{s} \rangle = \frac{1}{4} \frac{\vec{\omega}_s}{\rho_0} \frac{d\rho_0(\epsilon_F)}{d\epsilon_F} = \frac{3}{8} \frac{\vec{\omega}_s}{\epsilon_F}. \quad /21/$$

Подставляя выражение /21/ в /20/, получаем

$$\vec{\omega}_s = \frac{1 + 2\gamma M \rho_0}{1 - \frac{3}{8} \frac{\beta \rho_0}{\epsilon_F}} \vec{\omega}.$$

Поскольку импульсное распределение изотропно вокруг $\langle \vec{p} \rangle$ при каждом направлении спина, все уравнения /15/-/17/, таким образом, подтверждаются a posteriori.

Так как при $\omega = 0$ третий член в /14/ является просто обыкновенным одночастичным спин-орбитальным потенциалом, то ^{9/} $\gamma \rho_0 / r_0^2 \approx 20 \text{ МэВ}$. Беря $\alpha \rho_0 = 45 \text{ МэВ}$, $\beta/\alpha = 0,7$, как в случае сил Скирма ^{11/} и $\epsilon_F = 37 \text{ МэВ}$, получаем

$$\omega_s / \omega \approx 3,3. \quad /22/$$

Таким образом, спин-обменное и спин-орбитальное взаимодействия приводят к значительному усилению эффективной угловой частоты $\vec{\omega}_s$ в спиновой части корiolисова взаимодействия. Более того, спиновая поляризация дает вклад в момент инерции:

$$J_{\text{spin}} = A \vec{s}_0 / \vec{\omega} = \frac{3}{8} \frac{\vec{\omega}_s}{\vec{\omega}} \frac{A}{\epsilon_F} \approx 0,033 A \text{ МэВ}^{-1},$$

или $2,2 A^{-2,3}$, умноженное на $J_{\text{rig}} \approx 0,015 A^{5/3} \text{ МэВ}^{-1}$. Вклад в V_0 /19/, зависящий от $\vec{\omega}$,

$$\begin{aligned} -2\gamma\rho_0 M \vec{\omega} \cdot \vec{s}_0 &= -\frac{3}{4} \frac{M\gamma\rho_0}{\epsilon_F} \frac{\vec{\omega}_s}{\vec{\omega}} \omega^2 \approx \\ &\approx -0,042 \omega^2 \text{ МэВ}^{-1} \approx -50 A^{-4/3} \text{ МэВ} \end{aligned}$$

пренебрежимо мал /неравенство получено на основе оценки $\omega_s \leq (A/2) / J_{\text{rig}}$, вытекающей из приблизительного выражения ^{10/} для верхнего предела: $l \leq A/2$ при $A \leq 100$ /.

Центробежный потенциал

$$V_{\text{cf}} = -\frac{1}{2} M [\vec{\omega}, \vec{r}]^2$$

приводит к перераспределению ядерной материи. Для оценки этого эффекта приближение Томаса-Ферми непригодно. Нужно учесть короткодействующие отталкивательные силы, которые обеспечивают насыщение ядерной материи.

Изменение плотности дается выражением

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\lambda - V_{\text{cf}}}{1/9 K},$$

где $K \approx 130 \text{ МэВ}$ - сжимаемость ядерной материи ^{9/}. Константа λ определяется исходя из того требования, что среднее изменение давления по поверхности ядра /которое пропорционально $\rho - \rho_0$ / должно равняться нулю. /Это условие соответствует тому, что в вычислениях по методу Струтинского оболочечные поправки учитываются явным образом, так что в "гладкой" части плотности частиц только общий множитель должен соответствовать равновесию/. Получаем, таким образом,

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{9}{2} \frac{M}{K} ([\vec{\omega}, \vec{r}]^2 - \frac{2}{3} \omega^2 R^2)$$

и, следовательно,

$$\left| \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right| \leq \frac{3MR^2 \omega^2}{K} \approx 0,00075 A^{2/3} \omega^2 \text{ МэВ}^{-2} \leq A^{-2/3}$$

Отметим, что центробежные силы приводят к общему растяжению ядерной материи, соответствующему /пренебрежимо малому/ возрастанию радиуса

$$\frac{R-R_0}{R_0} = \frac{2}{5} MR^2 \omega^2 / K \approx 0,0001 A^{2/3} \omega^2 \leq A^{-2/3}$$

Это перераспределение ядерной материи также приводит к вкладу в эффективный момент инерции, пропорциональному ω^2 , максимальный порядок величины которого равен $A^{-2/3} J_{rig}$. Этот вклад сравним, следовательно, с J_{spin} при максимальных спинах, но в основном он значительно меньше в силу квадратичной зависимости от ω . Таким образом, влияние перераспределения ядерной материи в центробежном потенциале, вообще говоря, можно считать пренебрежимо малым.

До сих пор рассматривался только объемный эффект. На поверхности в связи с быстрым изменением плотности возникают дополнительные эффекты. Рассмотрим в качестве примера слагаемое в выражении /14/

$$-\gamma \operatorname{rot}(\vec{\rho}(\vec{r}) \langle \vec{s} \rangle) \cdot \vec{p}$$

и предположим, что спиновая плотность уменьшается равномерно от значения $\rho_0 \vec{s}_0$ внутри ядра до нуля снаружи на интервале порядка толщины поверхностного слоя $t \approx 3$ ферми. Тогда вклад в орбитальное кориолисово поле в поверхностном слое равен

$$\delta V_{cor}^l = -\delta \omega_{\ell}^{\vec{\rho}} \cdot \vec{\ell},$$

где

$$\delta \omega_{\ell}^{\vec{\rho}} = \frac{\gamma \rho_0}{tR} \vec{s}_0 = \frac{3}{8} \frac{\gamma \rho_0}{tR} \frac{\vec{\omega}_s}{\vec{\omega}} \frac{\vec{\omega}}{\epsilon_F} = \frac{0,27}{A^{1/3}} \vec{\omega}.$$

Так как для нуклона вероятность находиться в поверхностном слое приблизительно равна $\frac{1}{2}(t/(1/3 R)) \approx 3,8 A^{-1/3}$, эффективное отношение $\delta \omega_{\ell}^{\vec{\rho}}$ к $\vec{\omega}$ равно приблизительно $A^{-2/3}$. Таким образом, этот эффект приведет к небольшо-

му изменению потенциала на поверхности и к новому вкладу в момент инерции, относительный порядок которого равен $A^{-2,3}$.

Поверхностный вклад в $\vec{\omega}_s$, полученный аналогичным образом, имеет тот же самый относительный порядок величины и, следовательно, менее важен, чем большой объемный вклад в ту же самую величину /22/.

Видно, таким образом, что для потенциала \bar{V} рассмотренные эффекты могут быть представлены эффективными угловыми частотами $\vec{\omega}_{\ell}$ и $\vec{\omega}_s$. Следует отметить, что численно они различны и имеют /различную/ радиальную зависимость. Влияние этих эффектов на оболочечную поправку трудно предсказать на основе простых качественных оценок. Их следует рассматривать как объект будущего численного изучения.

Что касается величины \bar{R} , то все эффекты дают положительный вклад в момент инерции. Среди этих вкладов наиболее важны те, которые являются результатом общей поляризации спина нуклона. Эти вклады доходят до $\approx 3,2 J_{rig} A^{-2,3}$ или до $\approx 0,1 J_{rig}$ в редкоземельной области. Таким образом, обычное предположение о том, что среднее поведение "ирист"-полосы определяется твердотельным моментом инерции, нуждается в коррекции в связи с поляризацией спина нуклонов.

Изменение момента инерции, по существу, приводит только к переинтерпретации рассчитанного "рельефа" энергии деформации, как относящегося к несколько другому значению спина I .

4. Заключение

Таким образом, вычисление энергии вращающегося ядра $E(\beta, \vec{I})$ сводится к вычислению функции $R(\beta, \vec{\omega})$ /7/ и спина ядра $\vec{I}(\beta, \vec{\omega})$ /10/ при определенной частоте вращения $\vec{\omega}$. Связь функций $E(\beta, \vec{I})$ и $R(\beta, \vec{\omega})$ /4/ однозначна, если $E(\beta, \vec{I})$ выпукла как функция \vec{I} .

Условие выпуклости функции $E(\beta, \vec{I})$ обсуждается в приложении.

Предварительные оценки эффектов, связанных со спиновой поляризацией быстро вращающегося ядра, зависи-

мостью среднего потенциала от угловой частоты вращения и перераспределением ядерной материи в центробежном потенциале, показали, что эти эффекты в основном малы. Изменение эффективного момента инерции не превосходит 10% от твердотельного момента инерции для ядер редкоземельной области. Влияние этих эффектов на среднее поле может быть представлено эффективными угловыми частотами $\vec{\omega}_\ell$ и $\vec{\omega}_s$ /см. разд. 3/. В первых ориентировочных расчетах этими эффектами можно пренебречь.

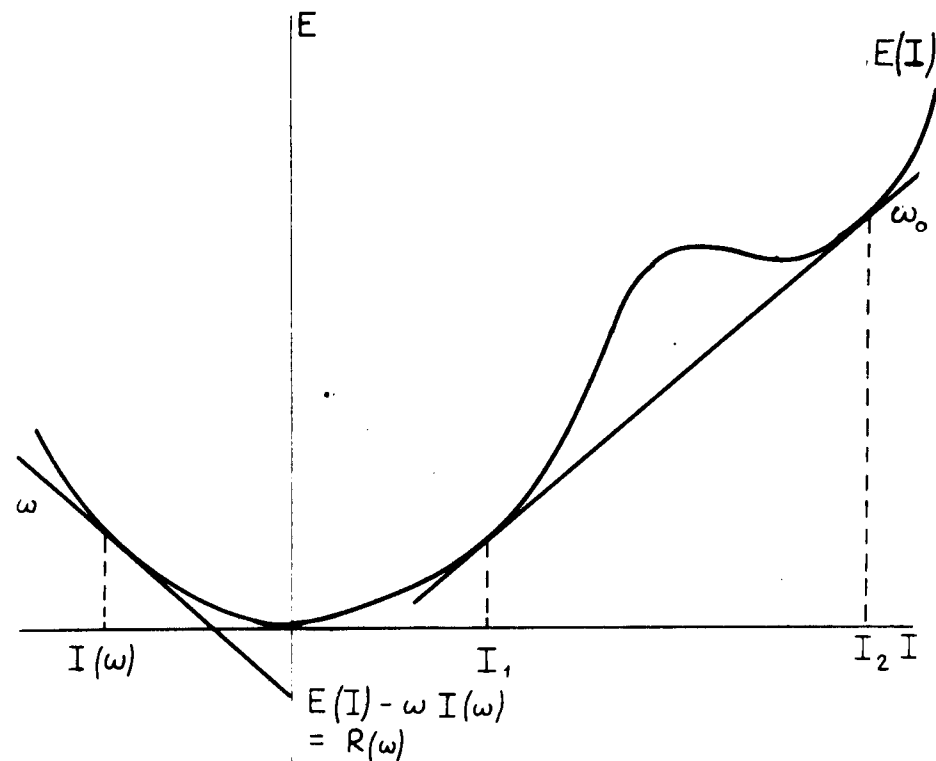
В процессе настоящей работы мы имели полезные обсуждения с коллегами из Варшавы, Дубны, Копенгагена, Лунда и Россендорфа. Один из авторов /К.Н./ благодарен Объединенному институту ядерных исследований за гостеприимство, оказанное ему во время его пребывания в Дубне.

Приложение

Условие выпуклости

Докажем, что уравнения /7/-/9/ и условие непрерывной зависимости $V(\beta, \vec{\omega})$ от $\vec{\omega}$ обеспечивают выпуклость функции $E(\beta, \vec{I})$, определяемой /2/. Функция $R(\beta, \vec{\omega})$, по определению, вогнута. А именно, это общее преобразование Лежандра выпуклой оболочки $E(\beta, \vec{I})$. Следовательно, основным требованием является то, что $\vec{R}(\beta, \vec{\omega})$ и $\vec{V}(\beta, \vec{\omega})$ должны быть выбраны так, чтобы обеспечить эту выпуклость.

Возможные значения \vec{I} , для которых $E(\beta, \vec{I})$ отклоняется от своей выпуклой оболочки, соответствуют разрывам функции $\vec{I}(\beta, \vec{\omega})$. Графическая иллюстрация такой ситуации дана на рис. 1. В показанном там одномерном случае $I(\omega)$ дается абсциссой точки касания кривой $E(I)$ и прямой с наклоном ω , которая везде расположена ниже кривой. /Если такая касательная имеет более одной точки касания, функция $I(\omega)$ является многозначной в этой точке/. В точке $\omega = \omega_0$ /см. рисунок/ функция $I(\omega)$ терпит разрыв и ее значение скачком меняется от I_1 до I_2 . Этот разрыв отражает невыпуклость $E(I)$ в



Геометрическая иллюстрация соотношения между величинами E , R , I и ω .

интервале $I_1 < I < I_2$. Обратно, если $\vec{I}(\beta, \vec{\omega})$ непрерывна при всех $\vec{\omega}$, то функция $E(\beta, \vec{I})$ является выпуклой. В соответствии с /10/, $\vec{I}(\beta, \vec{\omega})$ действительно непрерывна при всех таких значениях β и $\vec{\omega}$, при которых последний заполненный уровень $r(\beta, \vec{\omega})$ является невырожденным. Но в полном деформационном пространстве множество значений β , при которых происходит такое вырождение, образует множество меры нуль. /Заметим, что полное пространство деформаций является многомерным, оно включает все типы нерегулярных форм. Для таких нерегулярных форм любая симметрия нарушается и, следовательно, пересечения уровней не происходит/. Таким образом, $E(\beta, \vec{I})$ является выпуклой функцией \vec{I} везде, кроме этих особых значений β .

По определению, функция $E(\beta, \dot{\Gamma})$ является непрерывной. Следовательно, $E(\beta, \dot{\Gamma})$ - выпуклая функция и при этих особых значениях β .

Литература

1. M.V.Banashik, R.S.Simon, P.Colombani, D.P.Soroka, F.S.Stephens and R.M.Diamond. *Phys.Rev.Lett.*, 34, 892 (1975).
2. G.B.Hagemann, R.Broda, B.Herskind, M.Ishikara, S.Ogaza and H.Ryde. *Nucl.Phys.*, A245, 166 (1975).
3. B.R.Mottelson. *Proc.Nuclear Structure Symp. of the Thousand Lakes, Joutsa, 1970 (Sept. of Phys., University of Jyvaskyla, Res. Rep 4/1971), part II, p. 148.*
4. M.Brack, J.Damgaard, A.S.Jensen, H.C.Pauli, V.M.Strutinsky and C.Y.Wong. *Rev.Mod.Phys.*, 44, 320 (1972).
5. В.В.Пашкевич, С.Фрауендорф. *ЯФ*, 20, 1122 /1974/.
6. R.Bengtsson, S.E.Larsson, G.Leander, P.Moller, S.G.Nilsson, S.Aberg and Z.Szymanski. *Preprint June, 1975.*
7. К.Неергорд, В.В.Пашкевич. *ОИЯИ, Р4-8947, Дубна, 1975.*
8. V.M.Strutinsky. *Nucl. Phys.*, A218, 169 (1974).
9. A.Bohr and B.R.Mottelson. *Nucl. Struct.*, vol. I (Benjamin, New York, 1969), vol. II (in press).
10. S.Cohen, F.Plasil and W.J.Swiatecki. *Ann.Phys.*, 82, 557 (1974).
11. D.Vauterin and D.M.Brink. *Phys.Rev.*, C5, 625 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 сентября 1975 года.