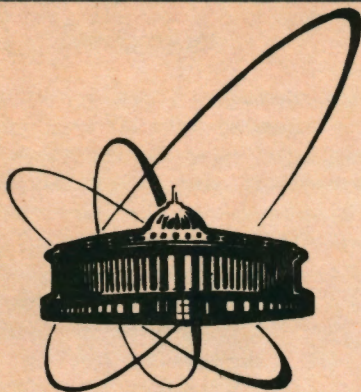


91-142



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P4-91-142

В.К.Игнатович, В.И.Луциков

ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ
СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ЩЕЛИ
С ПОМОЩЬЮ НЕЙТРОНОВ

1991

1 Введение

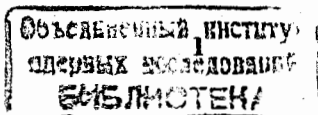
Представление о спаривании электронов и появлении щели в электронном спектре является общепринятым в теории сверхпроводимости [1]. Однако в случае высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) справедливость его иногда подвергается сомнению. Многочисленные эксперименты, в том числе эксперименты по туннельной спектроскопии [2] и эксперименты по резонансной фотоэмиссии [3], подтверждают правильность этого представления. Однако в других случаях, например в экспериментах по инфракрасной спектроскопии сверхпроводников [4], появляются указания на то, что щель в электронном спектре не наблюдается. Поэтому представляет интерес рассмотреть возможности исследования щели с помощью нейтронов. Кроме того, туннельная спектроскопия и резонансная фотоэмиссия позволяют исследовать характерные для сверхпроводников свойства только вблизи поверхности. Нейтроны же позволяют провести исследование в объеме вещества, и в этом смысле являются самым удобным инструментом для исследования щели в спектре электронов ВТСП.

При рассеянии достаточно быстрых нейтронов на электронах нейтроны замедляются. Если при этом требуется еще потратить энергию на разрыв электронной пары, то замедление увеличивается, что, в принципе, можно выявить с помощью резонансных детекторов и методики времени пролета [5]. Эксперименты по измерению температурных сдвигов нейтронных резонансов [6] показывают, что такая методика позволяет достичь достаточной чувствительности.

В данной работе мы рассмотрим рассеяние нейтронов на сверхпроводящих электронах, выясним с какой энергии падающих нейтронов возможно наблюдение разрыва куперовских пар, определим полное сечение рассеяния и угловое распределение рассеянных нейтронов и тем самым выясним, насколько реальны эксперименты по наблюдению сверхпроводящего спаривания с помощью нейтронов. При этом кроме рассеяния на сверхпроводящих электронах необходимо знать и рассеяние на неспаренных электронах проводимости. Рассчитав это рассеяние, мы можем заодно дать оценку вклада электронов проводимости в сечение нагревания ультрахолодных нейтронов [7].

2 Кинематика рассеяния

Мы будем исследовать рассеяние на нелокализованном электроне, обладающем импульсом и кинетической энергией. Рассеяние на локализованных электронах рассматривалось в работе [8]. Рассмотрим кинематику рассеяния. Будем считать сверхпроводящий электрон свободной частицей с энергией, меньше энергии Ферми на величину щели Δ . При рассеянии электрон должен обязательно получить больший импульс, кроме того, всей системе должна быть передана энергия, обусловленная разрывом пары и равная Δ . Выясним сначала, какой минимальной энергией должен обладать нейтрон. Для этого воспользуемся законами сохранения импульса.



Пусть начальный импульс нейтрона равен k , а импульс электрона p , тогда суммарный импульс $P = k + p$. В системе центра масс импульс нейтрона равен

$$q_n = k - Pm/(m + M) = (mk - Mp)/(m + M),$$

а импульс электрона -

$$q_e = -q_n = -(km - pM)/(m + M).$$

После рассеяния импульсы в сдм равны $q'_e = -q'_n$, и их величина определяется из соотношения

$$q_e^2/2m + q_n^2/2M = q_e'^2/2m + q_n'^2/2M + \Delta, \quad (1)$$

из которого следует

$$q_e' = (q_e^2 - 2mM\Delta/(m + M))^{1/2}.$$

В лабораторной системе импульс электрона после рассеяния равен

$$p_e' = q_e' + Pm/(m + M).$$

Импульс p' принимает максимальное значение при $q_e' \parallel P$. Поэтому, чтобы было возможно рассеяние с $p' > p$, необходимо выполнение неравенства

$$Pm/(m + M) + q_e' > p. \quad (2)$$

Поделим обе части на p и перейдем к безразмерным величинам $k = k/p$, $\Delta = 2m\Delta/p^2$ и $m = m/M$. Неравенство (2) можно представить в виде

$$((mk - \hat{p})^2 - \Delta(m + 1))^{1/2} + m(k^2 + 2k\hat{p} + 1)^{1/2} > 1 + m, \quad (3)$$

где \hat{p} - единичный вектор вдоль направления начального импульса электрона. Левая часть максимальна при

$$k\hat{p} = -k,$$

откуда следует

$$[(mk + 1)^2 - \Delta(m + 1)]^{1/2} + m(k - 1) > 1 + m,$$

и при $\Delta/4 < 1$ получаем $k > \Delta/4m + 1$, или

$$k^2 > (\Delta + 4m)^2/16m^2. \quad (4)$$

В размерном виде порог реакции начинается с

$$E > E_e(\Delta + 4m)^2/16m,$$

где Δ и m по-прежнему безразмерны. Поскольку начальная энергия электрона лежит вблизи энергии Ферми, то порог реакции можно оценить величиной

$$E > E_F(\Delta + 4m)^2/16m.$$

Если $\Delta = 0,01$; $E_F = 1$ эВ, получаем $E_0 > 0,018$ эВ. При $E_F = 0,1$ эВ; $\Delta = 0,1$ получаем $E_0 = 0,125$ эВ.

3 Дифференциальное сечение

Оценим теперь сечение рассеяния. Потенциал магнитного взаимодействия с одним электроном равен

$$v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -\gamma\mu_n\vec{\sigma}\mathbf{H}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = [\vec{\nabla}[\vec{\mu}_e\mathbf{R}/R^3]]. \quad (5)$$

Уравнение Шредингера, описывающее рассеяние нейтрона на свободном электроном с учетом спаривания можно представить в виде

$$[\Delta_n + \Delta_e/m - v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \mathcal{H}_1 + E + k^2 + p^2/m]\Phi\psi(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_e) = 0, \quad (6)$$

где гамильтониан \mathcal{H}_1 и энергия E относятся к системе, в которую входит рассматриваемый электрон и которая описывается волновой функцией Φ , $v(\mathbf{r})$ - потенциал (5), причем \mathcal{H}_1 , E и v отнесены к $\hbar^2/2M$. Введем относительные координаты \mathbf{r} и координаты центра тяжести \mathbf{R} системы нейтрон-электрон:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e, \quad \mathbf{R} = (\mathbf{r}_n + \mathbf{r}_e m)/(1 + m).$$

В этих координатах уравнение (6) переписывается в виде

$$\{[\nabla_r + \nabla_R/(1 + m)]^2 + [-\nabla_r + \nabla_R m/(1 + m)]^2/m -$$

$$v(\mathbf{r}) - \mathcal{H}_1 + E + k^2 + p^2/m\}\Phi\psi(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_e) = 0,$$

или

$$[\Delta_r/\mu + \Delta_R/(1 + m) - v(\mathbf{r}) - \mathcal{H}_1 + E + k^2 + p^2/m]\Phi\psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0. \quad (7)$$

где введена эффективная масса $\mu = m/(m + 1)$. Будем искать волновую функцию нейтрона и электрона в виде

$$\psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \exp(i\mathbf{P}\mathbf{R})\phi(\mathbf{r}),$$

тогда уравнение (7) переписывается следующим образом:

$$[\Delta_r/\mu - v(\mathbf{r}) - \mathcal{H}_1 + E + k^2 + p^2/m - P^2/(1 + m)]\Phi\phi(\mathbf{r}) = 0,$$

или

$$[\Delta_r - \mu v(\mathbf{r}) - \mu\mathcal{H}_1 + \mu E + q^2]\Phi\phi(\mathbf{r}) = 0.$$

Рассеянная волна описывается функцией

$$\delta\psi = \mu \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')v(\mathbf{r}')\phi(\mathbf{r}')d^3r', \quad (8)$$

где $G(\mathbf{r})$ — функция Грина

$$G(\mathbf{r}) = \Phi_n^*[\Delta_r - \mu\mathcal{H}_1 + \mu E + q^2]^{-1}\Phi_0, \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), получим

$$\delta\phi = \int \exp(i\mathbf{q}'\mathbf{r})\mathcal{M}(\mathbf{Q})d^3q'/(2\pi)^3(q'^2 + \mu\Delta - q^2 - i\epsilon),$$

где Δ - переданная системе энергия, а

$$\mathcal{M}(\mathbf{Q}) = \mu \int v(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{r})d^3r = 4\pi\mu r_0 F(\mathbf{Q}) \quad (10)$$

- матричный элемент перехода, $\mathbf{Q} = \mathbf{q} - \mathbf{q}'$ - переданный импульс, r_0 — амплитуда магнитного взаимодействия нейтрона с электроном, а $F(\mathbf{Q})$ — формфактор:

$$F(\mathbf{Q}) = [\vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_e - (\vec{\sigma}_n \mathbf{Q})(\vec{\sigma}_e \mathbf{Q})/Q^2],$$

который для оценки можно аппроксимировать единицей.

Поток на детектор, расположенный вдали от рассеивателя по оси z , отнесенный к плотности падающего потока, равен сечению рассеяния

$$\sigma = \int \int \int \exp[i(\mathbf{q}'\mathbf{r} - \mathbf{q}''\mathbf{r})] \mathcal{M}^*(\mathbf{Q}') \mathcal{M}(\mathbf{Q}) d^2r \cdot \frac{(d^3q' d^3q''/(2\pi)^6 (q'^2 + \mu\Delta - q^2 - i\epsilon) \cdot q''^2 + \mu\Delta - q^2 + i\epsilon) dx dy (q'_1 + q''_1)/2k}{(11)}$$

Интегрирование по координатам дает

$$(2\pi)^2 \delta(\mathbf{q}'_{\parallel} - \mathbf{q}''_{\parallel}) \exp[i(q'_1 + q''_1)z].$$

Множитель

$$1/(q'^2 + \mu\Delta - q^2 - i\epsilon)(q''^2 + \mu\Delta - q^2 + i\epsilon)$$

представляется в виде

$$1/(q''^2 - q^2 + i\epsilon)[1/(q'^2 + \mu\Delta - q^2 - i\epsilon) - 1/(q''^2 + \mu\Delta - q^2 + i\epsilon)].$$

После интегрирования по q'' сечение (11) аппроксимируется выражением

$$d\sigma = 2\mu^2 r_0^2 \delta(q'^2 + \mu\Delta - q^2) d^3q'/k. \quad (12)$$

Далее, необходимо усреднять по начальному состоянию электронов проводимости и учесть распределение их в конечном состоянии. Это приводит к дополнительному интегрированию в (12) вида

$$d^3p f_1(p)[1 - f_2(p')]/N, \quad (13)$$

где N — норма

$$N = \int d^3p f_1(p).$$

В случае нормальных электронов $f_1(x) = f_2(x) = f(x)$ — фермиевское распределение

$$f(p) = 1/\{\exp[-(p_F^2 - p^2)/mT] + 1\}, \quad (14)$$

а T — температура образца, отнесенная к $\hbar^2/2M$.

Вернемся теперь к выражению (12), проинтегрированному в соответствии с (13). Учтем, что

$$\mathbf{q}' = \mathbf{k}' - \mathbf{P}/(1 + \mu), \quad p'^2 = p^2 + m(\omega - \Delta), \quad \omega = k^2 - k'^2.$$

Заменим интегрирование по \mathbf{q}' интегрированием по \mathbf{k}' , в результате получаем

$$d\sigma = 2 \int d^3p \mu^2 r_0^2 \delta(q^2 + \mu\Delta - q^2) d^3k' f_1(p)[1 - f_2(p')]/Nk. \quad (15)$$

Поскольку

$$q^2 = 2\mu[k^2/2 + p^2/2m - P^2/2(1 + \mu)],$$

то аргумент δ -функции в (15) можно представить в виде

$$\mu[\omega - \Delta + p^2/m - (\mathbf{p} + \mathbf{Q})^2/m] = \mu[\omega - (Q^2 + 2\mathbf{p}\mathbf{Q})/m], \quad (16)$$

где $\omega = k^2 - k'^2$. Отсюда можно найти дважды дифференциальное сечение

$$d^2\sigma/d\Omega d\omega = k' \mu r_0^2 \int d^3p \delta[\omega - \Delta - (Q^2 + 2\mathbf{p}\mathbf{Q})/m] f_1(p)[1 - f_2(p')]/Nk. \quad (17)$$

В случае сверхпроводников примем, что

$$f_1(p) = \theta(p^2 < p_F^2 - m\Delta),$$

$$f_2(p') = 1/\{\exp[-(p_F^2 - p'^2)/mT] + 1\},$$

Проинтегрировав по углам $d\Omega_p$, получим

$$d^2\sigma/d\Omega d\omega = m\mu r_0^2 (\pi k'/2kQ) I,$$

где

$$I = \int dp^2 \theta\{[m(\omega - \Delta) - Q^2]^2/4Q^2 < p^2\} f_1(p)[1 - f_2(p')]/N, \\ N = 4\pi p_F^3/3.$$

Аппроксимируем $f_2(x) = \theta(x > x_F)$, тогда I можно представить в виде

$$I = (3/4\pi p_F) \int dx \theta\{x < [m(\omega - \Delta) - Q^2]^2/4Q^2\} \cdot \theta(x < 1 - m\Delta) \theta[x > 1 - m(\omega - \Delta)],$$

где все импульсы выражаются в единицах p_F . Произведение двух последних θ -функций можно записать как

$$m(\omega - 2\Delta)\delta(x - 1),$$

Поэтому весь интеграл сводится к выражению

$$I = \theta\{[m(\omega - \Delta) - Q^2]^2/4Q^2 < 1\} m(\omega - 2\Delta).$$

Окончательно, поскольку $\mu \approx m$, имеем

$$d^2\sigma/d\Omega d\omega = (3/8)m^3(k'/k p_F^3 Q) r_0^2 \theta\{[m(\omega - \Delta) - Q^2]^2/4Q^2 < 1\} (\omega - 2\Delta). \quad (18)$$

4 Оценка угла рассеяния

Ограничения на угол рассеяния определяются неравенством

$$[m(\omega - \Delta) - Q^2]^2 / 4Q^2 < 1 \quad (19)$$

в аргументе θ -функции. Выясним, в каком диапазоне углов и переданных энергий сечение рассеяния отлично от нуля.

При заданной энергии падающего нейтрона

$$Q^2 = k'^2 + k^2 - 2k'k \cos \vartheta = k^2[2 - \omega/E - 2\sqrt{1 - \omega/E} \cos \vartheta] \approx (k\vartheta)^2.$$

Условие (19) приводит к

$$[m(\omega - \Delta) - (k\vartheta)^2]^2 < (2k\vartheta)^2.$$

Из полученного неравенства при $m(\omega - \Delta) \ll 1$ следует, что

$$m(\omega - \Delta) < (k\vartheta)^2 < 4,$$

или приближенно

$$0 < \vartheta < 2p_F/k.$$

5 Численная оценка сечения

Будем считать, что $\omega - 2\Delta \approx \Delta$, тогда $k'/k \approx 1$ и

$$d^2\sigma/d\Omega d\omega = (3/8)(m^2/Q)r_0^2\theta\{[m(\omega - \Delta) - Q^2]^2/4Q^2 < 1\}m\Delta.$$

Интеграл $\int d\Omega/Q = \int 2\pi\vartheta d\vartheta/Q$ дает $4\pi/k^2$. Учитывая, что

$$(m/M)(2M/\hbar^2)\Delta/p_F^2 = \Delta/E_F,$$

где все величины взяты в безразмерном виде, получаем

$$d\sigma/d\omega = (3\pi/2)(m/M)^2(1/k^2)r_0^2(\Delta/E_F),$$

где все величины имеют обычную размерность. Дополнительное интегрирование по ω дает еще один множитель $2M\Delta/\hbar^2$, в результате полное сечение представляется величиной

$$\sigma = (3\pi/2)(m/M)^2r_0^2(\Delta/E_F)(\Delta/E).$$

Таким образом, если принять величину $4\pi r_0^2$ равной 16, то при $\Delta/E_F \approx 0,1$ и $\Delta/E \approx 1$ полное сечение рассеяния не превышает 0,1 мкб.

Для сопоставления с рассеянием на электронах проводимости нормального металла, Δ в последнем выражении следует заменить на T , в результате получается

$$\sigma = 6\pi(m/M)^2r_0^2(T/E_F)(T/E). \quad (20)$$

При $T \approx \Delta$ это сечение тоже не превышает 0,1 мкб. Относительный эффект от сверхпроводящих электронов пропорционален еще отношению плотности сверхпроводящих электронов к плотности нормальных, которое зависит от температуры и может дополнительно сильно уменьшить вклад сверхпроводящих электронов.

6 Нагревание УХН на электронах проводимости

Рассмотрим рассеяние ультрахолодных нейтронов (УХН) на электронах проводимости. Здесь имеет место соотношение $k \ll p_F$. Переданный импульс можно оценить величиной $Q \approx -k'$, а поскольку $k' \gg k$, то, соответственно, переданная энергия $\omega \approx -k'^2$. Сечение рассеяния теперь представляется в виде

$$\sigma = 2 \int d^3p \mu r_0^2 \delta(k'^2/\mu - 2pk'/m) d^3k' f(p)[1 - f(p')]/Nk.$$

Отсюда для дифференциального сечения следует выражение

$$d^3\sigma/d^3k' = \pi m \mu r_0^2 \int dp^2 \theta(k' < 2p\mu/m) f(p)[1 - f(p')]/Nkk', \quad (21)$$

где $p'^2 = p^2 - mk'^2$, а в качестве $f(x)$ принимается распределение Ферми (14). Для приближенной оценки интеграла воспользуемся аппроксимацией

$$f(p)[1 - f(p')] \approx \exp[-|p^2 - p_F^2|/mT]/4.$$

Тогда выражение (21) приведет к виду

$$d^3\sigma/d^3k' = \pi m^2 \mu T r_0^2 \theta(k' < 2p_F\mu/m)/4Nkk',$$

после чего для полного сечения рассеяния получаем выражение

$$\sigma = (3/2)\pi r_0^2 m^2 (T/E_F)(p_F/k),$$

и вклад в коэффициент потерь $\eta = k\sigma/4\pi b$, где b - когерентная амплитуда ядерного рассеяния, составляет

$$\eta = (3/8)(r_0^2 k_T/b)m^2(T/E_F)(p_F/k_T).$$

Здесь введен импульс теплового нейтрона

$$k_T = \sqrt{2mT/\hbar^2} \approx p_F.$$

Множитель $r_0^2 k_T/b \approx 10^{-4}$, множитель $T/E_F \approx 10^{-2}$, поэтому вклад электронов в коэффициент потерь УХН можно оценить величиной $\eta \approx 10^{-12}$, что пренебрежимо мало по сравнению с другими потерями.

7 Заключение

Проведенное исследование показывает, что магнитное взаимодействие нейтрона с электронами может приводить как к разрыву куперовских пар, так и к нагреванию ультрахолодных нейтронов, однако сечение рассеяния настолько мало, что наблюдать эти эффекты при существующих интенсивностях нейтронных источников практически невозможно.

Литература

- [1] Gor'kov L.P. *Harmless survey of the theoretical situation in the high temperature superconductivity*. Proc. Int. Conf on Material and mechanisms of superconductivity High Temperature Superconductors. II Stanford University California, USA, July 23-28, 1989 (ed-s R.N. Shelton et al) North Holland, v. 1, p. 12, 1989.
- [2] Ichimura K. et al. *Scanning Tunneling Spectroscopy of an Oxide Superconductor* $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8-\delta}$. J of Pys. Condensed matter 1990, v. 2, N. 49, p. 9961.
- [3] Olson C.G. et al. *Superconducting Gap in Bi-Sr-Ca-Cu-O by High-Resolution Angle-Resolved Photoelectron Spectroscopy*. Science 1989, v. 245, n. 4919, p. 732-33.
- [4] Chandra P. et al. *In a Clean High-Tc Superconductor you do not see the Gap*. Phys. Rev. Lett. 1990, v. 64, N. 1, p. 84-87.
- [5] Katsuhei Kobayashi, Shuji Yamamoto and Yoshiaki Fujita. *Application of a resonance capture detector to the precise measurement of neutron total cross sections*. Nucl. Instr. & Meth. 1990, v. A287, p. 570-575.
- [6] Zeidel K., Zeeliger D., Ignatovich V.K. et al. *Temperature Shift of Neutron Resonances*. Yad. Phys. 1985, v. 42, N. 5, p. 1041.
- [7] Игнатович В.К. *Физика ультрахолодных нейтронов* М: Наука, 1986.
- [8] Sushkov O.P. *The Possibility of Investigation of High T_c -Superconductors Spin Structure Using the Neutrons with Energies 1-10 eV*. Preprint 90-128, INR, Novosibirsk, 1990.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1991 года.

Игнатович В.К., Лушиков В.И.

P4-91-142

Возможности исследования сверхпроводящей щели
с помощью нейтронов

Теоретически рассмотрено рассеяние нейтронов на электронах проводимости в нормальных металлах и на спаренных электронах в сверхпроводниках. Найден порог энергии нейтронов, начиная с которого можно видеть щель в спектре неупругого рассеяния. Оценена величина сечения неупругого рассеяния с разрывом электронной пары (0,1 мкб) в ВТСП, его угловая ширина и энергетическая зависимость. Дается также оценка вклада электронов проводимости в нагревание ультрахолодных нейтронов ($\eta \approx 10^{-12}$).

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод авторов

Ignatovich V.K., Lushikov V.I.

P4-91-142

A Possibility to Investigate the Superconducting Gap
with the Help of Neutrons

The neutron scattering on conduction electrons in normal metals and paired electrons in superconductors is theoretically considered. The minimal energy, at which the superconducting gap in the spectrum of inelastically scattered neutrons can be seen, is found. The value of the inelastic cross section for breaking of an electron pair in HTSC, ($< 0.1 \mu\text{b}$), its angular width and energy dependence is estimated. The contribution of conduction electrons of metals to heating of ultracold neutrons is also estimated ($\eta \approx 10^{-12}$).

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1991