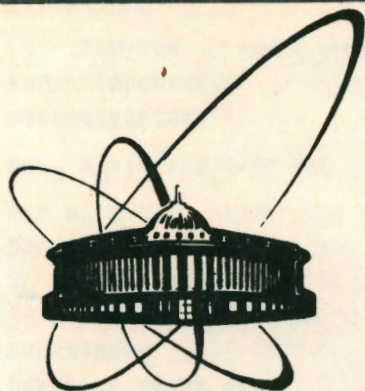


90-378



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

И-265

P4-90-378

В. К. Игнатович

**НЕЙТРОННАЯ РАДУГА В СВЕРХПРОВОДНИКАХ
ВТОРОГО РОДА**

Направлено в "Журнал экспериментальной
и теоретической физики"

1990

1. ВВЕДЕНИЕ

Упругое когерентное рассеяние нейтронов в конденсированных средах описывается потенциалом взаимодействия^{/1/}

$$u = u_N + u_m = (\hbar^2/2m) 4\pi N b - \mu B, \quad (1)$$

где u_N и b - потенциал и амплитуда когерентного ядерного рассеяния соответственно, N - число атомов в единице объема, u_m - магнитный потенциал, μ - магнитный момент нейтрона, а B - магнитное поле в точке рассеяния. В соответствии с выражением (1) сверхпроводник второго рода, содержащий вихревые линии магнитного поля, представляет собой вещество с неоднородным потенциалом, который приводит к малоугловому рассеянию нейтронов.

Большинство экспериментов по рассеянию проводится с помощью тепловых нейтронов. Для этих нейтронов потенциал (1) мал по сравнению с их кинетической энергией, поэтому рассеяние на нем с большой точностью может быть рассчитано по теории возмущений. Именно так и поступают в большинстве работ, посвященных изучению малоуглового рассеяния^{/2/}. Однако при этом упускаются некоторые детали, о которых и пойдет здесь речь.

Малоугловое рассеяние, описываемое по теории возмущений, представляет собой дифракционное рассеяние, и характеризуется углами $\vartheta \approx \lambda/l$, где $\lambda = \lambda/2\pi$, λ - длина волны рассеиваемого нейтрона а l - характерный размер неоднородностей. В частности, неоднородности, создаваемые магнитными вихревыми трубками в сверхпроводниках второго рода, характеризуются диаметром $l \approx 100$ нм, и угол дифракции для нейтронов с длиной волны $\lambda \approx 0.6$ нм составляет 10^{-3} рад. Мы покажем, что в случае крупных неоднородностей кроме дифракционного рассеяния необходимо учитывать также и рефракционное, которое характеризуется значительно большими углами.

Вследствие магнитного взаимодействия потенциал магнитных трубок для нейтронов со спином по (против) поля оказывается больше (меньше) потенциала окружающей среды. Это должно сказываться на поляризации рассеянных нейтронов. Дифракционное рассеяние нечувствительно к знаку потенциала неоднородности и потому не приводит к поляризации рассеянного

пучка. Рефракционное же рассеяние чувствительно к знаку, поэтому рассеянный пучок оказывается поляризованным.

Рефракционное рассеяние в обычной оптике приводит к таким явлениям, как радуга и gloria. Аналогичные явления имеют место и в нейтронной физике. При рассеянии на крупной неоднородности часть нейтронов зеркально отражается от границы раздела. Мы будем называть такое рассеяние отраженным. Другая часть преломляется на границе раздела и после распространения внутри неоднородности выходит из нее, вторично преломившись на границе раздела в другой точке. Это рассеяние мы будем называть преломленным. Наконец, третья часть, попав внутрь неоднородности, может несколько раз отразиться изнутри от границы раздела, прежде чем, преломившись, выйти из неоднородности. Именно это рассеяние называется радужным. Количество внутренних отражений перед выходом из неоднородности определяет порядок радужного рассеяния. Заметим, что все эти три типа рассеяния имеют место для неоднородностей и с положительным, и с отрицательным потенциалом, однако интенсивность отраженного рассеяния наиболее выражена для положительных потенциалов, для которых при определенных условиях имеет место полное отражение, а радужное рассеяние наиболее эффективно для отрицательных потенциалов. Gloria - это частный случай радужного рассеяния, когда вышедшее из неоднородности излучение распространяется почти точно назад.

Заметим, что понятие радужного рассеяния давно используется в молекулярной физике и проникло даже в ядерную, где под этим углом зрения рассматриваются не только упругие процессы, но и процессы с перезарядкой^{/3/}.

Поскольку нас здесь будут интересовать цилиндрические трубки вихревого магнитного поля внутри сверхпроводников второго рода, то для этих неоднородностей следует рассмотреть еще один тип рассеяния - волноводное рассеяние, которое связано с проникновением нейтрона внутрь трубки через ее торец и последующим распространением внутри трубки как в нейтронноводе. Этот тип рассеяния характерен для случая, когда потенциал внутри трубки ниже потенциала окружающей среды. Оно названо волноводным потому, что в направлении, перпендикулярном оси, нейтрон можно рассматривать как

локализованную частицу с дискретными квантовыми состояниями^{/4/}. При больших диаметрах нейтронновода в нем возможны очень высокие волновые моды, которые можно рассматривать в приближении геометрической оптики, отвлекаясь от волновой природы нейтрона. Низкие волноводные моды приводят к чисто дифракционному рассеянию с характерным углом рассеяния λ/D , где $D=2R$ - диаметр нейтронновода.

В однородном сверхпроводнике второго рода неоднородности имеют магнитный характер. Для нейтронов со спином вдоль магнитного поля потенциал вихря является отталкивающим, а для нейтронов со спином против поля - притягивающим. В дальнейшем при исследовании рефракционного рассеяния мы будем отвлекаться от ядерного потенциала как внутри неоднородности, так и снаружи, поскольку он всюду одинаков, и под потенциалом и вихревой трубки понимать чисто магнитный потенциал u_m (1).

2. РЕФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НА БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБКЕ ПРИ ПАДЕНИИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ЕЕ ОСИ

Рассмотрим рефракционное рассеяние на бесконечно длинной цилиндрической области с потенциалом u . При рассеянии плоской волны на такой области компонента волнового вектора, параллельная образующей цилиндра, не меняется. Поэтому можно отвлечься от движения вдоль образующей и ограничиться рассеянием нейтронов, падающих перпендикулярно оси цилиндра.

Дифференциальное сечение рассеяния цилиндрической области радиуса R длиной L равно

$$d\sigma = Ldlw(l), \quad (2)$$

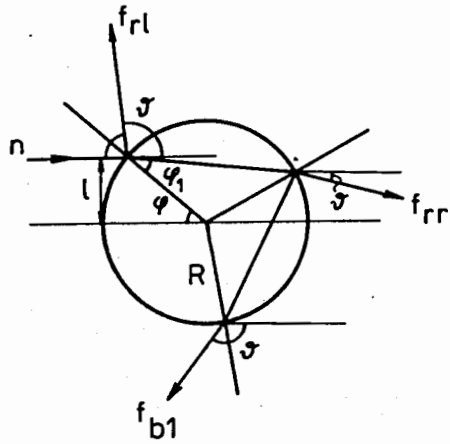
где l - прицельный параметр относительно оси цилиндра:

$$l = R \sin \varphi, \quad (3)$$

φ - азимутальный угол точки соударения нейтрона с цилиндром (см. рис.), и w характеризует вероятность рассеяния при заданном прицельном параметре падения l . Из соотношения (2) следует

$$dl = R \cos \varphi d\varphi. \quad (4)$$

Угол φ однозначно связан с углом рассеяния^{/5/} θ (рисунок). В отраженном рассеянии $\theta = \pi - 2\varphi$, в преломленном - $\theta = -2(\varphi - \varphi_1)$, где φ_1 угол преломления. Знак минус здесь означает, что



отклонение от первичного направления происходит в соответствии с рисунком по часовой стрелке, если потенциал притягивающий ($\varphi > \varphi_1$), и против часовой стрелки ($\varphi < \varphi_1$), если потенциал отталкивающий. Множитель 2 показывает, что отклонение луча происходит на угол $-(\varphi - \varphi_1)$ при каждом пересечении границы раздела. При радужном рассеянии p -го порядка происходит внутреннее отражение от границы

раздела p раз. При каждом таком отражении луч отклоняется по часовой стрелке на угол $\pi - 2\varphi_1$. Таким образом, полный угол рассеяния можно представить в виде единой формулы

$$\vartheta = \pi(1-m) + 2(m\varphi_1 - \varphi), \quad (5)$$

где $m=p+1$ - число пробегов нейтрона внутри цилиндра до выхода из него. При $m=0$ ($p=-1$) имеем отраженное рассеяние. Вероятность w в сечении (2), которая в этом случае будет обозначаться w_{r_l} , определяется коэффициентом отражения

$$w_{r_l}(\vartheta) = |r(\varphi)|^2, \quad (6)$$

где амплитуда отражения $r(\varphi)$ равна

$$r(\varphi) = [\cos\varphi - (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}] / [\cos\varphi + (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}], \quad \alpha = u/k^2, \quad (7)$$

u - потенциал цилиндра относительно окружающей среды, k - волновой вектор нейтрона снаружи цилиндра. (Всюду ниже потенциал приводится в единицах $\hbar^2/2m$, т.е. величина α безразмерна.) Заметим, что u , а значит и α , могут быть отрицательными.

При $m=1$ ($p=0$) имеем преломленное (рефракционное) рассеяние, и вероятность w в сечении (2), обозначаемая как w_{r_r} , записывается в виде

$$w_{r_r}(\vartheta) = |1 - r^2(\varphi)|^2 = 16\cos^2\varphi(\cos^2\varphi - \alpha) / [\cos\varphi + (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}]^4. \quad (8)$$

При $m \geq 2$ ($p \geq 1$) имеем радужное рассеяние порядка p . Для него

вероятность рассеяния равна

$$w_{b_p}(\vartheta) = |1 - r^2(\varphi)|^2 |r(\varphi)|^{2p}. \quad (9)$$

Чтобы выразить сечение (2) через угол рассеяния, воспользуемся соотношением (4) для дифференциала прицельного параметра и заменим $d\varphi$ на $(d\varphi/d\vartheta)d\vartheta$. Из выражения (5) для угла рассеяния следует

$$d\varphi/d\vartheta = -1/2(1 - d\varphi_1/d\varphi) = -1/2(1 - m\cos\varphi / (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}). \quad (10)$$

С помощью всех этих соотношений сечение (2) представляется в виде:

$$d\sigma = 2RLf(\vartheta)d\vartheta, \quad (11)$$

где для отраженного, преломленного и радужного рассеяния имеем

$$f_{r_l}(\vartheta) = \cos\varphi |r(\varphi)|^2/2, \quad (12)$$

$$f_{r_r}(\vartheta) = \cos\varphi |1 - r^2(\varphi)|^2/2(1 - \cos\varphi / (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}), \quad (13)$$

$$f_{b_p}(\vartheta) = \cos\varphi |1 - r^2(\varphi)|^2 |r(\varphi)|^{2p}/2(1 - (p+1)\cos\varphi / (\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2}), \quad (14)$$

а угол φ выражается через угол рассеяния ϑ с помощью соотношения (5), в котором

$$\varphi_1 = \arccos[(\cos^2\varphi - \alpha)^{1/2} / (1 - \alpha)^{1/2}]. \quad (15)$$

В выражении для дифференциального сечения (11) на основании симметричных соображений введен дополнительный множитель 2, чтобы в дальнейшем рассматривать только область углов $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, т.е. когда освещена только верхняя часть цилиндра.

Если учесть угловое распределение $N(\chi)$ падающих нейтронов, то сечение рассеяния будет иметь вид:

$$d\sigma = 2RL \int d\chi N(\chi) f(\vartheta - \chi) d\vartheta. \quad (16)$$

Рассмотрим два предельных случая. Если потенциал u равен нулю, то $r(\varphi) = 0$, $\varphi_1 = \varphi$, и отличным от нуля оказывается только рефракционное рассеяние, определяемое выражением (13), которое, как и следовало ожидать, приводится к виду

$$f(\vartheta) \equiv f_{r_r}(\vartheta) = \delta(\vartheta). \quad (17)$$

Наоборот, при $u \rightarrow \infty$ имеем $|r(\varphi)| \equiv 1$, и отличным от нуля оказывается только отраженное рассеяние, определяемое выражением (12), которое приводится к виду

$$f(\vartheta) = f_{r1}(\vartheta) = 0.5 \sin(\vartheta/2). \quad (18)$$

Интегрирование (18) по ϑ от 0 до π приводит к единице, как и должно быть при отсутствии потерь падающего пучка.

Отраженное рассеяние

При конечной и положительной величине потенциала и только часть нейтронов отражается полностью. Эта часть определяется из условия $|r(\varphi)|=1$, из которого следует $\cos^2 \varphi \leq \alpha$. При $\alpha \ll 1$ запишем индикатрису этой части рассеянных нейтронов в виде

$$f_{r1}(\vartheta) = 0.5 \sin(\vartheta/2) \theta(\sin^2(\vartheta/2) \leq \alpha) \approx (\vartheta/4) \theta(\vartheta^2 < 4\alpha). \quad (19)$$

Интегрируя (19) по углам рассеяния ϑ , получаем долю частиц, рассеянных путем полного отражения:

$$\nu_{r1} = \sigma/2RL = \int f_{r1}(\vartheta) d\vartheta = \alpha/2. \quad (20)$$

При рассеянии на M трубках оно возрастает в M раз. Максимальный угол полного отражения равен $2\sqrt{\alpha}$.

Среди отраженных нейтронов имеются также и те, для которых $r^2 < 1$. При малых α выражение (12) для индикатрисы отраженного рассеяния можно аппроксимировать следующим образом:

$$f_{r1}(\vartheta) = (\vartheta/4) \{ (4\alpha)^2 / [\vartheta + (\vartheta^2 - 4\alpha)^{1/2}]^4 + \theta(\vartheta^2 < 4\alpha) \}. \quad (21)$$

Интегрирование по ϑ приводит к $\nu_{r1} = 7\alpha/12$, что отличается от интенсивности полного отражения (20) только на $\alpha/12$. Средний угол отраженного рассеяния $\bar{\vartheta} \approx 1.6\sqrt{\alpha}$ близок к $2\sqrt{\alpha}$, поэтому без большой ошибки интенсивность отраженного рассеяния M трубками длиной L в случае идеально коллимированных монохроматических падающих нейтронов можно представить в виде

$$N_{r1}(\vartheta) = J_0 2RLM\alpha \delta(\vartheta^2 - 4\alpha) d\vartheta. \quad (22)$$

До сих пор мы полагали потенциал и положительным. В случае $u < 0$ область полного отражения отсутствует, индикатриса отражения дается выражением

$$f_{r1}(\vartheta) = (\vartheta/4) (4\alpha)^2 / [\vartheta + (\vartheta^2 + 4\alpha)^{1/2}]^4, \quad (23)$$

и вся интенсивность отраженного рассеяния составляет 1/6 от величины интенсивности полного отражения, указанной в (20).

При падении под углом φ , близким к нулю, имеет место частичное отражение назад. Это дает вклад в рассеяние,

аналогичное глории. Однако вероятность такого рассеяния при малых α пропорциональна $\alpha^2/32$, что значительно меньше величины интенсивности полного отражения, указанной в (20).

Преломленное рассеяние

Рассмотрим теперь индикатрису преломленного рассеяния (13). Воспользуемся вероятностью преломленного рассеяния (8) и перепишем (13) в виде

$$f_{rr}(\vartheta) = 8 \cos^3 \varphi (\cos^2 \varphi - \alpha)^{3/2} / \alpha [\cos \varphi + (\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2}]^3, \quad (24)$$

где φ связан с углом рассеяния ϑ уравнением (5) с $m=1$. Воспользовавшись уравнением (5), в котором для угла преломления справедливо соотношение (15), получим

$$\cos[\varphi - \arccos((\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2})] = \cos(\vartheta/2), \quad (25)$$

откуда следует уравнение

$$\sin^2 \varphi + \cos \varphi (\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2} = A, \quad (26)$$

где введены обозначения $A = B \cos(\vartheta/2)$, $B = (1-\alpha)^{1/2}$. Уравнение (26) имеет решение

$$\cos \varphi = (1-A) / [2(1-A) - \alpha]^{1/2}. \quad (27)$$

Отсюда следует, что

$$(\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2} = (1-A-\alpha) / [2(1-A) - \alpha]^{1/2}. \quad (27a)$$

Подставив эти соотношения в индикатрису преломленного рассеяния (24), получим

$$f_{rr}(\vartheta) = 8(1-A)^3 (1-A-\alpha)^3 / [2(1-A) - \alpha]^9. \quad (28)$$

Из (28) следует, что преломленное рассеяние характеризуется малыми углами $\vartheta \approx \alpha$.

Радужное рассеяние

Индикатриса радужного рассеяния дается выражением (14). Рассмотрим p -й порядок радужного рассеяния. Интенсивность его отчасти определяется знаменателем

$$1 - (p+1) \cos \varphi / (\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2}.$$

Определим, при каких p и φ знаменатель обращается в ноль. Из получающегося при этом уравнения находим

$$\cos^2 \varphi_p = -\alpha/p(2+p). \quad (29)$$

Отсюда, в частности, следует, что знаменатель обращается в ноль только при отрицательных α , т.е. в случае притягивающего потенциала. Выразим с помощью уравнения (5) угол φ через угол радужного рассеяния p -го порядка ϑ_p , в результате получим:

$$\vartheta_p = 2[p(p+2)\alpha]^{1/2}. \quad (30)$$

Для оценки интенсивности рассеяния запишем индикатрису радужного рассеяния в следующем виде:

$$df_{bp}(\vartheta) = \int d\varphi \cos \varphi |1-r^2(\varphi)| r^p(\varphi) |\delta(\vartheta + \pi p - 2(p+1)\varphi_1 + 2\varphi)| d\varphi. \quad (31)$$

Величина $\varphi = -\pi p + 2(p+1)\varphi_1 - 2\varphi$ имеет максимум в точке $\varphi = \varphi_p$ (29). Разложим ее вблизи этой точки. В результате аргумент δ -функции примет вид

$$\vartheta - \vartheta_p - (p+1)\varphi_1''(\varphi - \varphi_p)^2, \quad (32)$$

где φ_1'' - вторая производная по φ в точке $\varphi = \varphi_p$:

$$\varphi_1'' = -\alpha \sin \varphi / (\cos^2 \varphi + \alpha)^{3/2} < 0. \quad (33)$$

Выполним в интеграле (31) интегрирование по φ . В результате получим индикатрису радужного рассеяния в виде

$$f_{bp}(\vartheta) = \cos \varphi_p |1-r^2(\varphi_p)| r^p(\varphi_p) |2/(p+1)|\varphi_1''|(\vartheta_p - \vartheta)|^{1/2}. \quad (34)$$

Проинтегрируем (34) по ϑ от 0 до ϑ_p , получим полную интенсивность p -го порядка радужного рассеяния:

$$\int d\vartheta f_{bp}(\vartheta) = \cos \varphi_p |1-r^2(\varphi_p)| r^p(\varphi_p) |2\vartheta_p/(p+1)|\varphi_1''|^{1/2}. \quad (35)$$

Для $\cos \varphi_p = [\alpha/p(p+2)]^{1/2}$ имеем

$$(\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2} = (p+1)[\alpha/p(p+2)]^{1/2}, \quad \vartheta_p = 2[\alpha p(p+2)]^{1/2},$$

$$r(\varphi_p) = p/(2+p), \quad |\varphi_1''| \approx [\alpha p(p+2)]^{1/2} p(2+p)/(p+1)^3 \alpha. \quad (36)$$

Подставив все эти соотношения в интегральную интенсивность (35), получим

$$\sigma_{bp} = 2RL\alpha C, \quad C = 2^{9/2} (p+1)^3 p^{2p-1} / (2+p)^{2p+5}. \quad (37)$$

При $p=1$ имеем $2C = (2/3)^{7/2} 2^{3/2} \approx 0,15$.

Для отталкивающего потенциала угол радужного рассеяния определяется не особенностью знаменателя (10), а максимумом всего выражения $f_{bp}(\vartheta)$:

$$\{d[\cos \varphi |1-r^2(\varphi)| r^p(\varphi)|^2]/d\varphi\} \varphi'^2 + \cos \varphi |1-r^2(\varphi)| r^p(\varphi)|^2 \varphi'' = 0,$$

где $\varphi' = d\varphi/d\vartheta$, $\varphi'' = d^2\varphi/d\vartheta^2$. Из общих соображений ясно, что и характерный угол рассеяния и интенсивность радужного рассеяния p -го порядка для отталкивающего рассеяния меньше соответствующих величин для притягивающего потенциала.

При наличии M трубок рассеяние пропорционально M , а в случае строго упорядоченного их расположения при некоторых длинах волн может происходить когерентное усиление, и тогда полная интенсивность пропорциональна M^2 . Это утверждение справедливо и для преломленного и для отраженного рассеяний.

При рассеянии строго назад, что характерно для глории, угол ϑ равен $-\pi$, и тогда для первого порядка радужного рассеяния из выражения для угла рассеяния (5) следует, что $\varphi = 0$. В этом случае, как и при отражении от первой границы раздела $r(\varphi) = \alpha/4$, что приводит к множителю $\alpha^2/16$ в интенсивности рассеяния. Однако знаменатель (10) оказывается малым ($\approx \alpha$), и потому интенсивность глории оказывается пропорциональной $\alpha/16$:

$$d\sigma = 2RL\alpha d\vartheta/16. \quad (38)$$

Знаменатель (10), однако, мал при углах $\Delta\varphi$, не превышающих $\alpha^{1/2}$, поэтому и интервал углов $\Delta\vartheta$ ограничен такой же величиной, и значит полная интенсивность глории имеет порядок $\alpha^{3/2}$.

3. ПАДЕНИЕ ПОД ОСТРЫМ УГЛОМ К ОСИ ЦИЛИНДРА

В этом случае величина α , введенная ранее, представляет собой $\alpha_{\perp} = u/k_{\perp}^2$, где k_{\perp} - компонента волнового вектора падающего нейтрона, перпендикулярная оси цилиндра. Косинус угла рассеяния определяется величиной

$$\cos \vartheta = (k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta_{\perp})^{1/2} / (k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2)^{1/2}.$$

Если обозначить

$$k_{\parallel} = k \cos \xi, \quad k_{\perp} = k \sin \xi,$$

то

$$\cos \vartheta = (\cos^2 \xi + \sin^2 \xi \cos^2 \vartheta_{\perp})^{1/2} = [1 - \sin^2 \xi \sin^2(\vartheta_{\perp})]^{1/2}.$$

При малых α углы рассеяния ϑ_{\perp} также малы ($\vartheta_{\perp} \approx B\alpha_{\perp}$), поэтому малы и углы ϑ , для которых получаем $\vartheta \approx B\alpha_{\perp} \sin \xi = B\alpha$. Отсюда

следует, что при малых α угол рассеяния выражается одинаковым образом через величину α , независимо от того, под каким углом к оси цилиндра распространяется падающий нейтрон.

4. СРАВНЕНИЕ С МАЛОУГЛОВЫМ РАССЕЯНИЕМ

Амплитуда дифракционного малоуглового рассеяния для такой же цилиндрической неоднородности имеет вид

$$f_{sa}(\vartheta) = u f \exp(iqr) d^3r = (2\pi)^2 \delta(q_{\parallel}) (u/q_{\perp}^2) q_{\perp} R J_1(q_{\perp} R),$$

где $J_1(x)$ - функция Бесселя первого порядка, а

$$q_{\perp} = 2k_{\perp} \sin(\vartheta/2).$$

Дифференциальное сечение рассеяния равно

$$d\sigma_{sa}(\Omega) = (2\pi)^3 L (Ru/q_{\perp})^2 J_1^2(q_{\perp} R) d\Omega \delta(q_{\parallel}). \quad (39)$$

При малых углах рассеяния ϑ (в данном случае, поскольку углы рассеяния азимутальны, было бы традиционно называть их φ , но поскольку угол рассеяния на рисунке обозначен ϑ , то мы будем продолжать придерживаться этого обозначения) выражение (39) представляется в виде

$$d\sigma_{sa}(\Omega) = (2\pi)^3 L (u/k_{\perp}^2 \vartheta^2) (R^2 u) J^2(k_{\perp} R \vartheta) d\Omega \delta(q_{\parallel}). \quad (40)$$

Для сравнения с радужным рассеянием представим $d\vartheta$ в выражении для дифференциального сечения (11) в виде

$$d\vartheta = 2\delta(k^2 - k_0^2) \delta(k_{\parallel} - k_{0\parallel}) d^3k.$$

Проинтегрируем по dk , в результате получим

$$d\vartheta = \delta(q_{\parallel}) k_0 d\Omega.$$

Подставим это выражение в дифференциальное сечение (11) и опустим значок 0 у k_0 . С учетом выражений (34-37) для полного сечения радужного рассеяния p -го порядка получим дифференциальное сечение в виде

$$d\sigma_{bp} = 2\tilde{C}_p R L \alpha^{3/4} k \delta(q_{\parallel}) d\Omega / (\vartheta_p - \vartheta)^{1/2}, \quad (41a)$$

$$2\tilde{C}_p = 16p^{2p-5/4} (p+1)^3 / (2+p)^{2p+5+1/4}, \quad (41b)$$

причем при $p=1$ имеем $2\tilde{C}_p = 0,04$, $\vartheta_p \approx 2,5\alpha^{1/2}$, а при $p=2$ имеем

$$2\tilde{C}_p = 0,08, \quad \vartheta_p \approx 5,7\alpha^{1/2}.$$

Отношение радужного рассеяния к малоугловому равно

$$v = 2\tilde{C}_p \alpha^{3/4} k / [(\vartheta_p - \vartheta)^{1/2} (2\pi)^3 R (u/k_{\perp} \vartheta)^2 J_1^2(k_{\perp} R \vartheta)]. \quad (42)$$

Будем считать, что $k \approx k_{\perp}$ и введем два параметра: $x = \vartheta/\alpha^{1/2}$ и $y = kR\vartheta$. Соотношение (42) можно записать в виде

$$v = 1,6 \times 10^{-4} x^3 / (2,5 - x)^{1/2} y J_1^2(y). \quad (43)$$

Наиболее выгодными для наблюдения радуги являются параметры $x \approx 2,5$ и $y \approx 3,83$, поскольку в этих точках знаменатель (43) имеет особенность (квадратный корень и функция Бесселя^{6/} обращаются в ноль), и выражение (43) может стать больше единицы. Этим двум соотношениям можно удовлетворить одновременно, если потенциал неоднородности удовлетворяет соотношению $Ru^{1/2} = 3,83/2,5 = 1,55$. В случае сверхпроводников второго рода величина $Ru^{1/2}$ равна

$$Ru^{1/2} = [(2m/\hbar^2) \mu \Phi_0 / \pi]^{1/2} = 1,361, \quad (44)$$

где m и μ - масса и магнитный момент нейтрона, а Φ_0 - квант потока. Из (44) следует, что радуга в сверхпроводниках лучше всего наблюдается в области первого минимума малоуглового рассеяния, где отношение радужного рассеяния к малоугловому может стать больше единицы. При этом выделение радужного рассеяния производится по поляризации рассеянного пучка.

Радужное рассеяние может использоваться и при исследовании других неоднородностей, например, пор^{7/}. Если вещество, как это обычно бывает, обладает положительной длиной рассеяния, то пору можно рассматривать как неоднородность с отрицательным потенциалом. Этот потенциал составляет величину^{8/} порядка 10^{-7} эВ, поэтому при энергии падающих нейтронов ~ 1 мэВ угол радужного рассеяния первого порядка составляет 0,03 рад, т.е. $1,5^\circ$, причем этот угол не зависит от размера неоднородности. Малоугловое рассеяние критично к размеру неоднородности. Например, при радиусе сферической поры ≈ 1000 а и энергии нейтрона ≈ 1 мэВ характерный угол малоуглового рассеяния составляет всего 0,0015 рад. Однако даже в области 0,03 рад радужное рассеяние, как следует из отношения (43), в общем случае составляет долю малоуглового фона. Если поры имеют одинаковые размеры, то малоугловое рассеяние имеет минимумы, в которых радужное рассеяние может превалировать. Если же размеры пор характеризуются достаточно широким распределением, то

малоугловое рассеяние описывается достаточно гладкой монотонной кривой, и выделить радужное рассеяние на фоне малоуглового оказывается трудно, так как даже в асимптотической области больших θ отношение (43) для p -го порядка радужного рассеяния, которое, пользуясь асимптотическим разложением $J_1(x)$, можно представить выражением

$$v_p \approx 0,01 / [p(\theta_p - \theta)]^{1/2},$$

оказывается в общем случае значительно меньше единицы, кроме очень узкой области углов вблизи θ_p . Эта узкая область, однако, сглаживается экспериментальным разрешением и потому не выделяется на общем фоне малоуглового рассеяния.

5. ВОЛНОВОДНОЕ РАССЕЯНИЕ

Следует рассмотреть еще один особый случай, когда первичный нейтрон падает на торец вихревой нити. В этом случае нить, если ее потенциал ниже потенциала окружающей среды, представляет собой нейтроновод. Если нейтрон влетает внутрь нейтроновода под углом ζ к оси, таким, что $\sin \zeta < \alpha$, то он полностью отражается от стенок нейтроновода и распространяется в нем до выходного отверстия. Вышедшее излучение при чисто зеркальном отражении от стенок также направлено под узким углом ζ' по отношению к оси нейтроновода, таким, что $\sin \zeta' \leq \alpha$. При этом угол рассеяния θ зависит от длины трубки и заключен в интервале $0 \leq \theta \leq 2\alpha$. Если отражение зеркально, то вышедшее из трубки излучение равно вошедшему в нее. Таким образом, при коллимации первичного пучка $\zeta \leq \alpha$ интенсивность рассеянного составляет

$$dN_w(k, \chi, \theta) = J_0 \pi R^2 M_0 \theta (0 \leq \theta \leq 2\alpha),$$

где M_0 - число вихревых трубок, пересекающих единичную площадь входной поверхности.

Распространение в трубке можно рассмотреть и с чисто волноводной точки зрения. В этом случае движение нейтрона вдоль оси является свободным, в то время как движение, перпендикулярное оси, - связанным^{4/}. Волновая функция нейтрона записывается в виде

$$\psi = C \exp(ik_z z) \exp(in\phi) [J_n(k_\perp \rho) \theta(\rho < R) + c I_n(k_\perp \rho) \theta(\rho > R)],$$

где k_z - компонента волнового вектора вдоль оси z , направленной параллельно оси нейтроновода, ρ - радиальное расстояние от оси нейтроновода, J и I - функция Бесселя n -го порядка и ее модифицированный вариант, k_\perp , k_\perp'' - радиальные компоненты волнового вектора внутри и вне волновода соответственно, c - константа, определяемая граничными условиями, а C - нормировочная постоянная. Компоненты k_\perp , k_\perp'' связаны друг с другом соотношением

$$k_\perp'' = (v - k_\perp^2)^{1/2},$$

где v разность потенциалов вне и внутри трубки, т.е. в рассматриваемом случае сверхпроводника это магнитный потенциал внутри трубки. Энергия связанного состояния k_\perp^2 определяется из условия непрерывности на границе трубки:

$$J_n'(k_\perp \rho) / J_n(k_\perp \rho) = I_n'(k_\perp'' \rho) / I_n(k_\perp'' \rho), \quad J_n'(x) = dJ_n(x) / dx.$$

Очевидно, что $k_\perp^2 < v$, поэтому угловое распределение выходящих нейтронов характеризуется величиной $\theta \approx k_\perp / k_\perp'' \approx \lambda / D \approx \alpha^{1/2}$.

По отношению к малоугловому это рассеяние по интенсивности проигрывает в отношении L/R , но оно отличается по угловым характеристикам. Если в малоугловом рассеянии ось симметрии распределения рассеянных нейтронов является волновой вектор падающих, то в волноводном - ось цилиндрических неоднородностей. Средняя же величина угла рассеяния в обоих случаях одинакова. В случае сверхпроводников выделение волноводного рассеяния из малоуглового опять же возможно по поляризационным признакам.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Доля радужного рассеяния в малоугловом достаточно мала, чтобы ее можно было легко заметить при существующей технике. Ее выделение требует определенного искусства, и здесь можно рассчитывать на успех, если заранее известно, где искать это рассеяние и каким свойством оно должно обладать. При достаточно высокой интенсивности источника нейтронов выделение радужного рассеяния в сверхпроводниках второго рода может оказаться не безнадежно трудным. Это рассеяние, будучи измеренным, позволяет: во-первых, измерить величину α и тем самым получить информацию о размерах вихревых трубок; во-вторых, исследовать форму трубок и обнаружить трубки с

кратным числом флюксонов; и, в-третьих, с помощью процессов с переворотом спина частично исследовать распределение поля внутри вихревых трубок (см., например, процессы перезарядки в работе^{/3/}). Естественно, что наиболее чувствительными с рассматриваемой точки зрения являются холодные нейтроны с длиной волны порядка 10Å.

Литература

1. Гуревич И.И., Тарасов А.В. Физика нейтронов низких энергий. - М.: Наука, 1965.
2. Proc. of international conf. on Small-Angle Scattering, Argonne, 26-29 October, 1987. J. of Appl. Cryst. 1988, v. 21, part 6, pp. 581 - 1009.
3. Dem'yanova A.S. et al. Investigation of the Nucleus-Nucleus interaction at small distances in elastic scattering of ${}^6\text{Li}$ and reaction (${}^6\text{Li}, {}^6\text{He}$) on carbon isotopes. - Nucl. Phys. 1989, A501, p. 336.
4. Рудько В.Н. и др. Локализация нейтронов на неоднородностях магнитного поля в сверхпроводниках. Препринт КИЯИ-89-34, Киев, 1989.
5. Пономарев Л.И. Числа радуги. - Химия и жизнь. 1981, № 10, с. 43.
6. Справочник по специальным функциям (ред. Абрамовиц М., Стиган И.). М.: Наука, 1979.
7. Черемский П.Г., Слезов В.В., Бетехтин В.И. Поры в твердом теле. - М.: Энергоатомиздат, 1990.
8. Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. - М.: Наука, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 июня 1990 года.