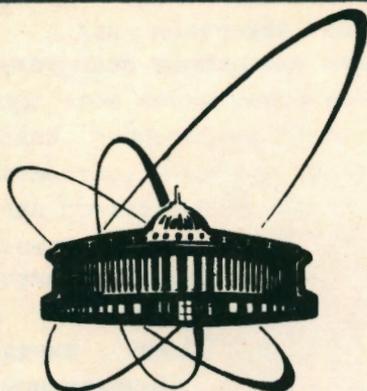


90-377



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

И-265

P4-90-377

В.К.Игнатович, М.И.Подгорецкий, М.И.Цулая *

К ВОПРОСУ О ПОЛЯРИЗАЦИИ НЕЙТРОНОВ
ПРИ ДИФРАКЦИИ НА НАМАГНИЧЕННЫХ
КРИСТАЛЛАХ

*Институт физики АН ГрССР, Тбилиси

1990

1. Введение

Для получения высокой поляризации пучков тепловых нейтронов используют отражение от магнитных кристаллов^{1,2/}. При этом достигается поляризация $P \approx 98+99\%$. Ниже обсуждается одна особенность этого процесса, которая, насколько нам известно, пока что не отмечена в литературе. По нашему мнению, она представляет самостоятельный интерес, и, кроме того, не исключено, что ее должный учет может способствовать получению пучков нейтронов с еще более высокой поляризацией ($P-1 \approx 10^{-3}$).

Рассмотрим сначала отражение хорошо коллимированного пучка нейтронов от ненамагниченного парамагнитного монокристалла в условиях геометрии Брэгга. Будем считать, что кристалл идеален (отсутствует мозаичность), его толщина значительно больше глубины затухания нейтронной волны за счет первичной экстинкции и отражающая поверхность кристалла параллельна кристаллографическим плоскостям. Спектр нейтронного пучка полагается широким и плавным. При этом те нейтроны, для которых нормальная к входной поверхности кристалла составляющая энергии соответствует условию Брэгга, будут отражаться, тогда как другие будут проходить внутрь кристалла.

Можно показать^{3/}, что амплитуда брэгговского отражения равна

$$R = \frac{\sqrt{E-E_0} - \sqrt{E-E_0-2u}}{\sqrt{E-E_0} + \sqrt{E-E_0-2u}}, \quad (1)$$

где E - нормальная составляющая энергии нейтронов, E_0 - ее значение, отвечающее условию Брэгга,

$$u = -4\pi N f (\hbar^2 / 2m) \quad (2)$$

представляет собой величину потенциала взаимодействия нейтрона с веществом, m - масса нейтрона, N - число ядер в единице объема, f - когерентная амплитуда рассеяния, которая для достаточно медленных нейтронов и в случае одноатомного ненамагниченного парамагнитного кристалла определяется только рассеянием на ядрах и не зависит от угла рассеяния.

Для многоатомных кристаллов в роли рассеивающих центров выступают элементарные кристаллические ячейки. Размеры ячеек

сопоставимы с длиной волны тепловых нейтронов, поэтому амплитуда f оказывается зависящей от угла рассеяния θ . Угловая зависимость возникает и для намагниченных одноатомных парамагнитных кристаллов из-за магнитного рассеяния нейтрона на электронной оболочке.

Интенсивность отраженного пучка нейтронов определяется коэффициентом отражения $|R|^2$, который равен единице в интервале энергий

$$E_0 < E < E_0 + 2u(\theta), \quad (3)$$

если $u(\theta) > 0$, и в интервале

$$E_0 + 2u(\theta) < E < E_0, \quad (4)$$

если $u(\theta) < 0$. Численное значение $u(\theta)$ составляет для разных кристаллов $10^{-8} + 10^{-7}$ эВ, что на 5-6 порядков меньше энергии тепловых нейтронов. Поэтому при любом сколько-нибудь плавном энергетическом спектре падающих нейтронов интенсивность отраженного пучка в области полного отражения пропорциональна величине $2|u(\theta)|$. Легко убедиться (см. приложение I), что доля интенсивности, обусловленная отражением вне указанной области также пропорциональна $|u(\theta)|$. Поскольку $u(\theta) \sim f(\theta)$, то для интенсивности J отраженного пучка можно записать выражение

$$J = \alpha |f(\theta)|, \quad (5)$$

в котором постоянная α не зависит от f .

У намагниченного парамагнитного кристалла когерентная амплитуда f складывается из магнитной f_m , пропорциональной намагниченности, и ядерной f_n . Для нейтронов, поляризованных по (\uparrow) и против (\downarrow) магнитного поля, амплитуды f_m отличаются знаком. Поэтому интенсивности отраженных пучков в состояниях (\uparrow) и (\downarrow) оказываются разными:

$$J_{\uparrow} = \alpha |f_n + f_m|, \quad J_{\downarrow} = \alpha |f_n - f_m|. \quad (6)$$

Если первичный пучок, падающий на кристалл, неполяризован, то отраженный будет иметь поляризацию

$$P = \frac{J_{\uparrow} - J_{\downarrow}}{J_{\uparrow} + J_{\downarrow}} = \frac{|f_n + f_m| - |f_n - f_m|}{|f_n + f_m| + |f_n - f_m|}. \quad (7)$$

В то время как ядерная амплитуда является фиксированной для тепловых нейтронов, магнитная зависит от напряженности

внешнего магнитного поля. Если при насыщении $|f_m| > |f_n|$, то, в принципе, можно подобрать магнитное поле H так, чтобы было выполнено точное равенство $|f_m| = |f_n|$. Тогда $P=1$, т.е. отраженный пучок будет полностью поляризованным.

Для возможно более точного выполнения равенства $|f_n| = |f_m|$ требуется найти способ, позволяющий изменять f_m , и экспериментальный критерий, позволяющий контролировать степень близости двух амплитуд. Ниже показано, что такой критерий существует.

2. Экспериментальный критерий высокого уровня поляризации

Предположим, для определенности, что обе величины f_n и f_m положительны. Тогда из (7) следует, что при $f_n > f_m$

$$P = f_m / f_n. \quad (8a)$$

а при $f_n < f_m$

$$P = f_n / f_m. \quad (8b)$$

Центральный пункт настоящей заметки связан с вычислением полного потока отраженных нейтронов $J = J_{\uparrow} + J_{\downarrow}$ (для его измерения требуется детектор, нечувствительный к поляризации нейтронов). Из формул (6) следует

$$J = 2\alpha f_n \text{ при } f_n > f_m, \text{ и } J = 2\alpha f_m \text{ при } f_n < f_m. \quad (9)$$

Следовательно, при $f_n > f_m$ полная интенсивность J не зависит от f_m , т.е. никак не меняется при возрастании напряженности магнитного поля. Однако, начиная с некоторого значения H , при котором $f_n = f_m$, дальнейшее увеличение напряженности поля приводит к росту J . Иными словами, имеет место разрыв производной dJ/dH , приводящий к излому в зависимости J от H в точке $f_n = f_m$. Отсюда следует искомый экспериментально наблюдаемый критерий, выполнение которого в рассматриваемых идеальных условиях гарантирует равенство $f_n = f_m$ и полную поляризацию отраженных нейтронов.

Легко убедиться, что полученный результат никак не связан с выбранными выше знаками амплитуд f_n и f_m . Разрыв производной dJ/dH в точке $f_n = f_m$ остается при любых знаках этих амплитуд.

Выше предполагалось, что направление исходного пучка жестко фиксировано, в то время как реально всегда имеется некоторый угловой разброс. Это обстоятельство приводит,

конечно, к соответствующему энергетическому разбросу отраженного пучка, но фактически не влияет на наличие и положение "излома" в зависимости $J(H)$, потому что и магнитная и ядерная амплитуды рассеяния зависят не от угла рассеяния как такового, а от переданного импульса. Последний же в условиях дифракции Брэгга почти точно фиксирован и практически не зависит от угла падения.

Аналогичные результаты получаются и в геометрии Лауэ. Здесь амплитуда отражения отличается от (1) (см., например, /4,5/), но интегральная интенсивность отражения, как нетрудно убедиться с помощью вычислений, приведенных в приложении I, также представима в виде (6).

3. Факторы, понижающие поляризацию

Перейдем к мешающим факторам. Рассмотрим проблемы, связанные с конечной толщиной образца, поглощением на ядрах кристалла, и с процессами намагничивания.

а) Конечная толщина кристалла

При конечных размерах образца производная dJ/dH , вообще говоря, не имеет разрыва. Это следует из того, что по мере приближения суммарной ядерной и магнитной амплитуды к нулю кристалл для соответствующим образом поляризованных нейтронов оказывается все более и более прозрачным, и формула (6) для J_{\downarrow} , справедливая для бесконечно толстого кристалла, становится неприменимой.

В общем случае для кристалла конечной толщины L амплитуда отражения в геометрии Брэгга записывается в виде /3/

$$R_L = R[1 - \exp(2iqL)] / [1 - R^2 \exp(2iqL)], \quad (10)$$

где R амплитуда отражения от полубесконечного кристалла, а q — блоховское волновое число /3/. Полная интенсивность отражения

$$J = \int |R_L|^2 dE \quad (11)$$

является сложной функцией, отличающейся от (5). При брэгговском отражении блоховское число q становится мнимым и величина $\text{Im}q$ определяет глубину проникновения нейтрона внутрь кристалла:

$$l = 1 / \text{Im}q \approx a^2 / f, \quad (12)$$

где a — межатомное расстояние. Для $f \sim 10^{-12}$ см l имеет величину

порядка 1 мкм и кристалл толщиной $L \gg l$ можно считать бесконечно толстым. В этом случае формула (11) переходит в (5). Однако, по мере приближения f к нулю, для состояния (+) глубина проникновения l увеличивается, и, когда она становится больше L , формула (11) аппроксимируется выражением

$$J_{\downarrow} \sim (f_n - f_m)^2. \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) показывают, что, строго говоря, производная $\partial J / \partial H$ в точке $f_n = f_m$ не имеет разрыва, но ошибка в определении положения точки $f_n = f_m$ тем меньше, чем толще кристалл. Как следует из (12), при толщине кристалла $L \approx 1$ см переход от формулы (5) к формуле (13) происходит при $|f_n - f_m| < 10^{-16}$ см, что составляет примерно 10^{-4} от величины $(|f_n| + |f_m|)$. Поэтому для получения высокой поляризации отраженного пучка, отличающейся от полной поляризации на величину порядка 10^{-3} , нельзя пользоваться более тонкими кристаллами.

Отсюда, вероятно, следует, что кристаллы с мозаичной структурой не могут служить для получения высокой поляризации, если размеры мозаичных блоков малы. К сожалению, увеличение размеров мозаичных блоков приводит к уменьшению интенсивности отражения, поэтому область применимости описываемого здесь метода получения высокой поляризации может оказаться ограниченной.

б) Поглощение

До сих пор мы полагали амплитуды f чисто вещественными. При наличии поглощения, некогерентного и неупругого рассеяния амплитуда f в силу оптической теоремы приобретает мнимую часть $\text{Im}f$. Мнимая часть тоже сглаживает излом, поскольку, как показано в приложении II, интегральная по спектру интенсивность отражения в этом случае по-прежнему пропорциональна $|f|$, но

$$|f| = \sqrt{(\text{Re}f)^2 + (\text{Im}f)^2} \quad (14)$$

плавно переходит от $\text{Re}f > 0$ к $\text{Re}f < 0$, нигде не обращаясь в ноль. Вблизи "излома" действительная часть амплитуды рассеяния $(f_n - f_m)$ для состояния (+) может быть меньше или даже много меньше ее мнимой части. Поэтому в точке "излома" коэффициент отражения для нейтронов со спином (+) определяется мнимой частью амплитуды и также нигде не обращается в ноль. Однако

поскольку отношение $\text{Im}f/\text{Re}f$ мало ^{/6-8/} и обычно составляет величину $< 10^{-4}$ ($\text{Im}f \sim 10^{-16}$ см), то в обсуждаемой области доля нейтронов со спином (\uparrow) в отраженном пучке также равна примерно 10^{-4} от доли нейтронов со спином (\downarrow) и на столько же за счет этого фактора полная поляризация в точке излома отличается от единицы.

в) Процессы намагничивания

Для выявления принципиальных особенностей предлагаемого метода удобно было ограничиться наиболее простым случаем парамагнитного монокристалла. На практике поляризованные нейтроны получают с помощью ферромагнитных кристаллов, поэтому необходимо рассмотреть особенности, связанные с процессами намагничивания ферромагнетиков.

Очевидно, что магнетик должен быть однодоменным, поэтому необходимо прикладывать к кристаллу большое внешнее поле, обеспечивающее так называемое техническое насыщение. Известно, что возникающая при этом намагниченность I_s еще не равна максимальному возможному значению. Увеличение внешнего поля приводит к дальнейшему росту I вплоть до полного насыщения I_0 за счет так называемого пара-процесса (см. ^{/9/}, стр. 12). Разность $(I_0 - I_s)$ может быть довольно большой, поскольку она возрастает по мере приближения температуры образца к точке Кюри. По этой причине при использовании ферромагнитного кристалла остается возможность регулировки величины когерентной магнитной амплитуды для обеспечения равенства $f_m = f_n$.

Из-за анизотропии магнитных свойств ферромагнетика вектор намагниченности I может составлять некоторый угол φ с направлением внешнего поля H . Поэтому даже при точном выполнении равенства $f_m = f_n$ в отраженном пучке нейтронов возникает небольшая деполаризация ^{/10/}, не превышающая величины $(1 - \cos\varphi) \approx \varphi^2/2$. Оценки (см. приложение III) показывают, что вполне достижимы условия, в которых $\varphi < 10^{-2}$, т.е. деполаризация не превышает 10^{-4} . Малость этой величины в совокупности с обсуждаемой выше возможностью плавной регулировки магнитной амплитуды f_m показывает, что в принципе достижение высокой поляризации возможно не только с помощью парамагнитных, но также и с помощью ферромагнитных монокристаллов.

4. Заключение

а) Описанный выше метод получения высокой поляризации путем привязки к "излому" в интенсивности отраженного пучка может быть применен и при дифракции в геометрии Лауэ. В этом случае нейтроны проходят сквозь кристалл, и вероятность дифракции от кристаллических плоскостей записывается в виде ^{/4,5/}

$$J = \sin^2(Lu\sqrt{1+y^2}/2k_B)/(1+y^2), \quad (15)$$

где L — толщина кристалла,

$$y = (E - E_0)/u, \quad (16)$$

и k_B — брэгговский волновой вектор, который характеризует переданный импульс при точном выполнении условия дифракции.

В случае Лауэ нет области, аналогичной области полного отражения, когда коэффициент отражения постоянен и равен единице. Тем не менее, в силу того, что, как показано в приложении I, интенсивность отражения снова пропорциональна модулю амплитуды рассеяния, излом интенсивности по-прежнему имеет место, и это дает возможность получать высоко поляризованные пучки также и в геометрии Лауэ. Все выше приведенные рассуждения, касавшиеся геометрии Брэгга, фактически переносятся и на геометрию Лауэ. Здесь, вероятно, возможны и дополнительные критерии получения высокой поляризации, связанные с вариацией интенсивности на выходной поверхности (т.н. маятниковые колебания).

б) Явления, описанные выше, могут иметь место и в немагнитных кристаллах, в которых роль поляризации электронов переходит к поляризации ядер. В частности, для поляризованных ядер со спином $j=1/2$ амплитуды рассеяния нейтронов в состояниях (\uparrow) и (\downarrow) равны соответственно $a + bP_n$ и $a - bP_n$, где величины a и b определяются структурой ядра, а P_n — ядерная поляризация. Если, например, a и b положительны и $a < b$, то при некотором промежуточном значении P_n выполнено условие $a = bP_n$. В этой точке полная интенсивность отраженного пучка нейтронов испытывает "излом", а отраженные нейтроны оказываются полностью поляризованными.

Приложение I

Для определенности будем считать $u > 0$. Вычислим интеграл

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \left| \frac{\sqrt{E-E_0} - \sqrt{E-E_0-2u}}{\sqrt{E-E_0} + \sqrt{E-E_0-2u}} \right|^2 \quad (I.1)$$

Замена переменных $E-E_0=2ux$ дает

$$J = 2u \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right|^2 \quad (I.2)$$

На интервале $0 < x < 1$ подынтегральное выражение равно единице, поэтому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right|^2 = 1 + \int_{-\infty}^0 dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right|^2 + \int_1^{\infty} dx \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right)^2 \quad (I.3)$$

$$\int_{-\infty}^0 dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right|^2 = \int_0^{\infty} dx \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \right)^2 \quad (I.4)$$

После замены $x+1=y$ этот интеграл переходит в

$$\int_1^{\infty} dy \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{y-1}}{\sqrt{y} + \sqrt{y-1}} \right)^2 \quad (I.5)$$

Поэтому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right|^2 = 1 + 2 \int_1^{\infty} dx \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right)^2 \quad (I.6)$$

После замены $x=(z+1)/2$ последний интеграл преобразуется следующим образом:

$$\int_1^{\infty} dx \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \right)^2 = \frac{1}{2} \int_1^{\infty} dz \left(\frac{z - \sqrt{z^2-1}}{z + \sqrt{z^2-1}} \right)^2 \quad (I.7)$$

Произведем еще одну замену $z = \operatorname{ch} \varepsilon$, тогда последнее выражение примет вид

$$\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{sh} \varepsilon \frac{\operatorname{ch} \varepsilon - \operatorname{sh} \varepsilon}{\operatorname{ch} \varepsilon + \operatorname{sh} \varepsilon} d\varepsilon = (1/4) \int_0^{\infty} (e^{-\varepsilon} - e^{-3\varepsilon}) d\varepsilon = 1/6 \quad (I.8)$$

В результате получаем формулу (5), в которой

$$\alpha = 16\pi h^2 N / 3m \quad (I.9)$$

В случае геометрии Лауэ требуется вычислить интеграл

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(Lu\sqrt{1+y^2}/2k_B) / (1+y^2) dE = \\ = u \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(Lu\sqrt{1+y^2}/2k_B) / (1+y^2) dy \quad (I.10)$$

Введем обозначение $p = Lu/k_B$, воспользуемся соотношением

$$\sin^2 x = (1 - \cos 2x) / 2 \quad (I.11)$$

и, сделав замену переменной $x = \sqrt{1+y^2}$, преобразуем интеграл к виду:

$$J = u \int_1^{\infty} [1 - \cos(px)] dx / x\sqrt{x^2-1} \quad (I.12)$$

В случае больших p это выражение удобно представить в виде

$$J = (\pi/2)u[1 - g(p)], \quad (I.13)$$

где функция $g(p)$ равна

$$g(p) = 2 \int_1^{\infty} \cos(px) dx / \pi x \sqrt{x^2-1} \quad (I.14)$$

Представим $\cos x = [\exp(ix) + \exp(-ix)]/2$ и сделаем замену переменных $z = \sqrt{x^2-1}$. Тогда интеграл представится в виде

$$g(p) = \int [\exp(tp)\exp(tpz^2) + \exp(-tp)\exp(-tpz^2)] dz / \pi(1+z^2)\sqrt{2+z^2} \quad (I.15)$$

При больших p можно получить асимптотическое выражение

$$g(p) \sim \sqrt{2/\pi p} \cos(p + \pi/4) \quad (I.16)$$

Из (I.16) и (1.19) следует, что в случае толстого кристалла вдали от точки $f=0$ интенсивность отраженных нейтронов пропорциональна $|u|$, и потому точку $f=0$ снова можно определять по разрыву производной $\partial J / \partial H$.

При малых p удобно представить интенсивность в виде

$$J = u \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sin q x dx / 2\sqrt{x^2-1} \quad (I.17)$$

и воспользоваться формулой (3.753.3) из справочника^{11/}:

$$\int_1^{\infty} \sin q x dx / \sqrt{x^2 - 1} = \pi J_0(q) / 2. \quad (I.18)$$

где $J_0(q)$ - функция Бесселя. При малых q имеем $J_0(q) \approx 1$, поэтому

$$J \approx \pi |u| p / 4 = 4\pi^3 N^2 (J_N - J_m)^2 L / R. \quad (I.19)$$

Отсюда следует, что в точке $u=0$ интенсивность нейтронов в состоянии (\dagger) равна нулю и излом, как и в случае геометрии Брэгга, исчезает. Вдали же от этой точки в случае толстого кристалла (~ 1 см) интенсивности нейтронов в состояниях (\dagger) и (\ddagger) выходят на асимптотические значения, определяемые формулами типа (6). Экстраполяция по этим асимптотикам позволяет определить точку, в которой достигается значение $J=0$.

Приложение II

Если амплитуда рассеяния имеет мнимую часть, то формула (2) может быть представлена в виде

$$u + iv = -4\pi\lambda^2 N (\text{Re}f + i \text{Im}f) / m,$$

и интенсивность отраженного пучка равна

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \left| \frac{\sqrt{E - E_0} - \sqrt{E - E_0 - 2(u + iv)}}{\sqrt{E - E_0} + \sqrt{E - E_0 - 2(u + iv)}} \right|^2.$$

Запишем комплексный потенциал в виде

$$\sqrt{u^2 + v^2} \exp(i\varphi), \quad \varphi = \arctg(v/u) = \arctg(\text{Im}f/\text{Re}f),$$

и сделаем замену переменных $E - E_0 = 2x\sqrt{u^2 + v^2}$. В результате получим

$$J = 2\sqrt{u^2 + v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} \exp(i\varphi)}{\sqrt{x} + \sqrt{x} \exp(i\varphi)} \right|^2 = 2\sqrt{u^2 + v^2} A(\varphi). \quad (II.1)$$

С помощью теории вычетов можно показать, что

$$A(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left| \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} \exp(i\varphi)}{\sqrt{x} + \sqrt{x} \exp(i\varphi)} \right|^2 = -\pi \sin|\varphi| \cos 2|\varphi| - 8/3 + 4\cos^2|\varphi| +$$

$$+ 4\cos|\varphi| \sin^2|\varphi| \ln|\text{ctg}(|\varphi|/2)|. \quad (II.2)$$

Окончательно получаем

$$J = (4\pi\lambda^2 N/m) \sqrt{(\text{Re}f)^2 + (\text{Im}f)^2} A(\varphi). \quad (II.3)$$

При $\varphi=0$, т.е. когда амплитуда чисто вещественная, из (II.3) получаем $A(0) = 4/3$, и J определяется выражением (5), в котором $\alpha = 16\pi\lambda^2 N/3m$. Если амплитуда чисто мнимая, то $\varphi = \pi/2$ и $A = (\pi - 8/3) \approx 0,47$. Тогда для интенсивности отраженного пучка получаем

$$J = \gamma |f|, \quad \gamma \approx 0,36\alpha.$$

Для дальнейшего уточнения зависимости J от мнимых частей амплитуд $(J_n + J_m)$ и $(J_n - J_m)$ можно воспользоваться приведенными ниже выражениями для производных J по u и по v :

$$\partial J / \partial u = [uA(\varphi) - vA'(\varphi)] / \sqrt{u^2 + v^2},$$

$$\partial J / \partial v = [vA(\varphi) + uA'(\varphi)] / \sqrt{u^2 + v^2},$$

$$\partial^2 J / \partial u^2 = v^2 [A(\varphi) + A''(\varphi)] / (u^2 + v^2)^{3/2},$$

$$\partial^2 J / \partial v^2 = u^2 [A(\varphi) + A''(\varphi)] / (u^2 + v^2)^{3/2},$$

$$\partial^2 J / \partial u \partial v = -uv [A(\varphi) + A''(\varphi)] / (u^2 + v^2)^{3/2}.$$

В частности,

$$(\partial J / \partial v)_{u \neq 0, v=0} = A'(0) = -\pi, \quad (\partial J / \partial u)_{v \neq 0, u=0} = -A'(\pi/2) = 0.$$

Приложение III

Поскольку речь идет только об оценках, достаточно ограничиться простейшим случаем, когда ферромагнитный кристалл имеет одно направление легкого намагничивания. Пусть φ - угол между внешним полем H и направлением магнитного момента I , отнесенного к единице объема ферромагнетика, α - угол между H и направлением легкого намагничивания. Тогда термодинамический потенциал (см. ^{10/}, стр. 195) равен

$$\tilde{\Phi} = \Phi_0(I) - K \cos^2(\varphi - \alpha) - HI \cos \varphi - H^2 / 8\pi, \quad (III.1)$$

где K - константа, характеризующая магнитную анизотропию кристалла. При термодинамическом равновесии величина угла φ определяется, как известно, условием $\partial \tilde{\Phi} / \partial \varphi = 0$, которое в данном случае принимает вид

$$K \sin(2\varphi - 2\alpha) + HI \sin\varphi = K(\sin 2\varphi \cos 2\alpha - \cos 2\varphi \sin 2\alpha) + HI \sin\varphi = 0. \quad (\text{III.2})$$

При достаточно большой напряженности поля H величина $\varphi \ll 1$. Тогда из (III.2) следует

$$\varphi = K \sin 2\alpha / (HI + 2K \cos 2\alpha), \quad (\text{III.3})$$

т.е. при любом значении угла α имеем

$$\varphi \ll K / (HI + 2K \cos 2\alpha). \quad (\text{III.4})$$

Для не слишком жестких ферромагнетиков можно положить $K \sim 10^5$ эрг/см³ (см./10/, стр. 156). В условиях насыщения $I \sim 10^3$ Гс. Тогда при $H \sim 10^4$ Гс из формулы (III.4) следует $\varphi \ll 10^{-2}$.

Литература

1. Абов Ю.Г., Гулько А.Д., Крупчицкий П.А. Поляризованные медленные нейтроны. - М.: Атомиздат, 1966.
2. Крупчицкий П.А. Фундаментальные исследования с поляризованными медленными нейтронами. - М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Игнатович В.К. Эюд об одномерном периодическом потенциале. УФН, 1986, т. 150, с. 145
4. Rauch H. and Petraschek D. Dynamical Neutron Diffraction and its Application. in Neutron Diffraction. Topics in Current Physics. Ed. Duchs H. Berlin: Springer-Verlag, 1978, chapt. 9.
5. Игнатович В.К. Новый подход к динамической теории дифракции на идеальном трехмерном кристалле. Препринт ОИЯИ Р4-88-693, Дубна, 1988.
6. Marshall W. and Lovesey S.W. Theory of thermal neutron scattering. - Oxford: Clarendon Press, 1971.
7. Lovesey S.W. Theory of neutron scattering for condensed matter. - Oxford: Clarendon Press, 1984, v. 2.
8. Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика нейтронов низких энергий. - М.: Наука, 1965, с. 31.
9. Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений. - М.: Изд-во МГУ, 1985.
10. Игнатович В.К.: Физика ультрахолодных нейтронов. М.: Наука, 1986, гл. 7.
11. Градштейн И.С. и Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел

4 июня 1990 года.

Игнатович В.К., Подгорецкий М.И.,
Цулай М.И.

P4-90-377

К вопросу о поляризации нейтронов
при дифракции на намагниченных кристаллах

Обсуждается процесс когерентного отражения нейтронов от намагниченного кристалла. Показано, что зависимость полной интенсивности отраженного пучка от величины намагниченности испытывает "излом" при достижении полной поляризации, когда ядерная и магнитная амплитуды рассеяния совпадают. Это явление может быть использовано для получения пучков нейтронов, поляризация которых отличается от единицы на величину порядка 10^{-3} .

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1990

Перевод авторов

Ignatovich V.K., Podgoretskii M.I., Tsulaya M.I. P4-90-377
About the Polarization of Neutrons
Diffracted on Magnetized Crystals

The process of coherent reflection of neutrons from a magnetized crystal is discussed. The dependence of the total intensity of the reflected beam on the crystal magnetization is shown to have a "bend" at the point where nuclear and magnetic scattering amplitudes are equal in magnitude and the beam is completely polarized. This phenomena can be used for preparing of neutron beams with polarization differing from unity by an amount of order 10^{-3} .

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1990