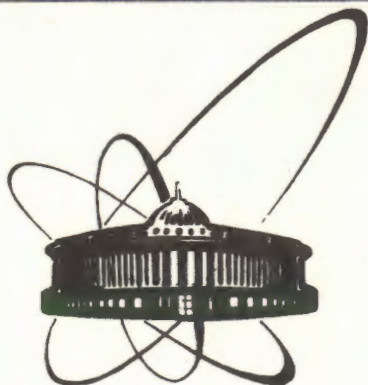


90-209



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

P4-90-209



М.Гмитро, Ф.Шимковиц

НОВОЕ В ТЕОРИИ  
ДВОЙНОГО БЕТА-РАСПАДА

Направлено в журнал "Известия АН СССР, серия физическая" и в Оргкомитет 40 Совещания по ядерной спектроскопии и теории атомного ядра, Ленинград, апрель 1990 г.

1990

## ВВЕДЕНИЕ

Теорией слабого взаимодействия предсказывается существование нескольких мод двойного бета-распада. Экспериментально подтверждено лишь существование двухнейтринного двойного бета-распада ( $2\nu 2\beta$ ):

$$A(Z) \rightarrow A(Z+2) + 2e^- + 2\tilde{\nu}_e. \quad (1)$$

Эллиотт, Хан и Мо<sup>/1/</sup> наблюдали в изящном эксперименте для реакции



период полураспада

$$T_{1/2} (^{82}\text{Se}; 2\nu 2\beta) = (1.1 \pm \frac{0.8}{0.3}) \times 10^{20} \text{ лет}. \quad (3)$$

Эта величина придает вес ранним геохимическим данным.

Для реакции безнейтринного двойного бета-распада ( $0\nu 2\beta$ ):



экспериментально определена лишь нижняя граница<sup>/2/</sup>:

$$T_{1/2} (^{76}\text{Ge}; 0\nu 2\beta) \geq (5 - 10) \times 10^{23} \text{ лет}. \quad (5)$$

Среди более экзотических мод  $2\beta$ -распада наиболее часто обсуждается двойной бета-распад с испусканием нейтральной частицы "майорана":



Сообщение об экспериментальном обнаружении этой моды не нашло подтверждения в последующих работах.

Двухнейтринный двойной бета-распад<sup>/3-7/</sup> представляет собой очень редкий процесс. Однако существование такого распада не нарушает представлений теории Вайнберга — Салама о физике слабого взаимодействия. Процесс в современном понимании интересен сам по себе

виду своей исключительной редкости, и главным образом представляет возможность проверить адекватность методов теории ядра, применяемых в аналогичных ситуациях, в частности, для извлечения физической информации из данных по  $(0\nu 2\beta)$ -распаду.

Двойной бета-распад с испусканием майорона возникает в некоторых специальных моделях несохранения лептонных чисел<sup>3-6</sup>. Экспериментальное обнаружение такого процесса привело бы к достаточно глубоким изменениям наших представлений о природе слабого взаимодействия.

Наиболее интенсивно в настоящее время исследуется, однако,  $(0\nu 2\beta)$ -распад<sup>3-7</sup>. Его наблюдение в природе равносильно утверждениям:

- 1) лептонные числа не сохраняются,
- 2) хотя бы один вид нейтрино является майорановской частицей ( $\bar{\nu} = \nu$ ) с ненулевой массой.

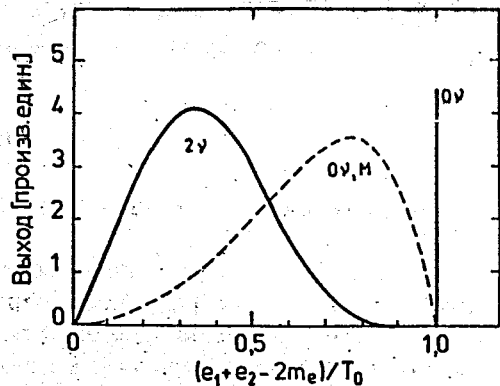
Мы здесь не будем касаться вопроса о существовании так называемых правых токов.

Таким образом, наблюдение  $(0\nu 2\beta)$ -распада представляло бы первый выход за рамки стандартной модели. Для иллюстрации сказанного отметим, что существование нижней границы (5) позволяет установить пределы массы (майорановского) нейтрино. В зависимости от использованной модели расчеты дают ограничения (верхняя граница) порядка нескольких эВ.

Экспериментальный сигнал, указывающий на наблюдение одной из трех упомянутых разновидностей  $2\beta$ -распада, достаточно однозначен (см. рис. 1): суммарная энергия двух испущенных электронов образует непрерывный спектр, в котором положение максимума характеризует  $(2\nu 2\beta)$ ,  $(0\nu 2\beta M)$  процесс или, для  $(0\nu 2\beta)$ -распада, выделяет отдельную

линию, соответствующую максимальной, кинематически разрешенной энергии. Огромные экспериментальные трудности, сопровождающие работы по  $2\beta$ -распаду, связаны с тем, что приходится выделять исключительно редкий сигнал на фо-

Рис. 1. Суммарная энергия электронов, испускаемых при двойном бета-распаде для  $2\nu$  и  $0\nu$  мод и моды, связанной с испусканием майорона.



не разнообразных достаточно быстро протекающих реакций.

Цель настоящей работы — обсудить современные теоретические подходы для оценки скорости  $(2\nu 2\beta)$ -распада.

## 1. МЕТОД СЛУЧАЙНЫХ ФАЗ В РАСЧЕТАХ $(2\nu 2\beta)$ -РАСПАДА

Амплитуда двухнейтринного  $\beta\beta$ -распада имеет вид

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = \frac{i}{2} \left( \frac{G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^6} (16 p_{10} p_{20} k_{10} k_{20})^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \bar{U}(p_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) U^c(k_1) \cdot \bar{U}(p_2) \gamma_\beta (1 + \gamma_5) U^c(k_2) J_{\alpha\beta} - \\ - (p_1 \leftrightarrow p_2) - (k_1 \leftrightarrow k_2) + (p_1 \leftrightarrow p_2)(k_1 \leftrightarrow k_2), \quad (7)$$

где

$$J_{\alpha\beta} = i \int e^{-i(p_1 + k_1)x_1 - i(p_2 + k_2)x_2} \langle p_f | T(J_\alpha(x_1) J_\beta(x_2)) | p_i \rangle dx_1 dx_2. \quad (8)$$

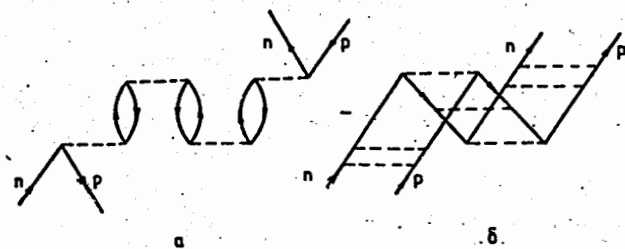
Здесь через  $p_1$  и  $p_2$  ( $k_1$  и  $k_2$ ) обозначены 4-импульсы электронов (антинейтрино),  $p_i$  и  $p_f$  — 4-импульсы начального и конечного ядра, а  $T(J_\alpha(x_1) J_\beta(x_2))$  обозначает хронологический оператор ядерных адронных слабых токов  $J_\alpha$  и  $J_\beta$ .

Используя определение

$$T(J_\alpha(x_1) J_\beta(x_2)) = \theta(x_0 - y_0) J_\alpha(x) J_\beta(y) + \theta(y_0 - x_0) J_\beta(y) J_\alpha(x) \quad (9)$$

и интегрируя по временной координате, получаем

$$J_{\alpha\beta} = 2\pi \delta(E_f - E_i + p_{10} + k_{10} + p_{20} + k_{20}) \int e^{-i(\vec{p}_1 + \vec{k}_1)\vec{x}_1} e^{-i(\vec{p}_2 + \vec{k}_2)\vec{x}_2} \\ \times \sum_n \left\{ \frac{\langle p_f | J_\alpha(0, \vec{x}_1) | p_n \rangle \langle p_n | J_\beta(0, \vec{x}_2) | p_i \rangle}{E_n - E_i + p_{20} + k_{20}} + \right. \\ \left. + \frac{\langle p_f | J_\beta(0, \vec{x}_2) | p_n \rangle \langle p_n | J_\alpha(0, \vec{x}_1) | p_i \rangle}{E_n - E_i + p_{10} + k_{10}} \right\} d\vec{x}_1 d\vec{x}_2. \quad (10)$$



ствия, приводящий к компенсации вклада отталкивающего частично-дырочного члена.

Многочисленные попытки использования полноты ( $\sum_n |p_n\rangle \langle p_n| = 1$ ) системы состояний промежуточного ядра (после выбора некоторой средней энергии  $\bar{E}$  в энергетических знаменателях в формуле (10)) привели к выводу о невозможности ответственного выбора  $\bar{E}$ , так как результат очень чувствителен к этой величине.

Большинство теоретических работ по  $2\beta$ -распаду, опубликованных в последние годы, см., например, <sup>/8-11/</sup>, посвящены вычислению спектра  $\{E_n, |p_n\rangle\}$  в рамках одной из ядерных моделей. Для  $(2\nu 2\beta)$ -распада, как правило, ограничиваются вычислением спектра состояний с  $J^\pi = 1^+$ . Суммирование по состояниям промежуточного ядра в уравнении (10) после этого проводится численно. Типичные результаты, полученные в рамках оболочечной модели (модели случайных фаз), приводят к оценкам периода полураспада в  $10 \div 100$  раз ниже экспериментальных нижних пределов <sup>/12-13/</sup>.

Анализ такой неблагоприятной ситуации <sup>/8-11/</sup> показал, что приведенная схема вычисления ядерного матричного элемента  $2\beta$ -распада предельно чувствительна к выбору остаточного нуклон-нуклонного взаимодействия. Оказалось, что наряду с привычным взаимодействием протона и нейтронной дырки (рис. 2а)  $\langle p_1 n_1^{-1} | V | p_2 n_2^{-1} \rangle_J$  необходимо учитывать также частично-частичное взаимодействие (рис. 2б)  $\langle p_1 n_1 | V | p_2 n_2 \rangle_J$ , которым в других задачах структуры ядра можно пренебречь ввиду его малости. Обратимся к более подробному описанию возникающей ситуации.

В расчетах <sup>/10-11/</sup> использовались реалистические взаимодействия в форме боннского и парижского потенциалов. Такие потенциалы характеризуют взаимодействие свободных нуклонов и для применения в задачах ядерной структуры нуждаются в перенормировке, учитывающей эффекты ядерной среды, а также перенормировке, связанной с выбором конечного (а фактически — очень ограниченного) модельного пространства, в котором проводится расчет ядерных волновых функций. Конкретно для этого проводят замену

Рис. 2. Частично (нейтрон)-дырочное (протон) (а) и частично-частичное взаимодействие (б). Знак минус, связанный со вторым членом, указывает на притягивающий характер частично-частичного взаимодей-

$$\langle p_1 n_1^{-1} | V | p_2 n_2^{-1} \rangle_J \rightarrow g_{ph} \langle p_1 n_1^{-1} | V | p_2 n_2^{-1} \rangle_J, \quad (11)$$

$$\langle p_1 n_1 | V | p_2 n_2 \rangle_J \rightarrow g_{pp} \langle p_1 n_1 | V | p_2 n_2 \rangle_J, \quad (12)$$

а величины  $g_{ph}$  и  $g_{pp}$  интерпретируют как свободные параметры. Можно ожидать, что  $g_{ph}$  и  $g_{pp}$  будут лишь ненамного отличаться от единицы.

Величину  $g_{ph}$  фиксируют <sup>/8-11/</sup> таким образом, чтобы рассчитанные в рамках приближения случайных фаз возбуждения гамов-теллеровского гигантского резонанса воспроизводили экспериментальные данные для реакции перезарядки (p, n) на материнском ядре  $2\beta$ -распада.

Ядерный матричный элемент  $(2\nu 2\beta)$ -распада, если его рассчитывать, используя только что зафиксированное значение константы  $g_{pp}$  является быстро убывающей функцией  $g_{pp}$ . Значение матричного элемента меняет знак в окрестности  $g_{pp} = 1$ . Такое поведение дает возможность понять большие времена полураспада, наблюдаемые на эксперименте для  $(2\nu 2\beta)$ -распада. Потребовав, например, правильного описания гамов-теллеровской силовой функции  $\beta^+$  возбуждений  $p \rightarrow n$  из дочернего в промежуточное ядро, удастся зафиксировать некоторый интервал допустимых значений  $g_{pp}$  (в окрестности  $g_{pp} = 1$ ). Интервал этот включает, однако, во всех рассмотренных случаях также значение  $g_{pp}$ , зануляющее матричный элемент  $(2\nu 2\beta)$ -распада.

Таким образом, видно, что хотя мы и прояснили природу проблемы теоретических оценок вероятностей  $(2\nu 2\beta)$ -распада, убеждаемся одновременно, что теория на этом пути теряет предсказательную силу и позволяет вычислить лишь нижний предел периода  $(2\nu 2\beta)$ -полураспада. Примеры теоретических и экспериментальных результатов, взятые из работы <sup>/7/</sup>, приведены на рис. 3.

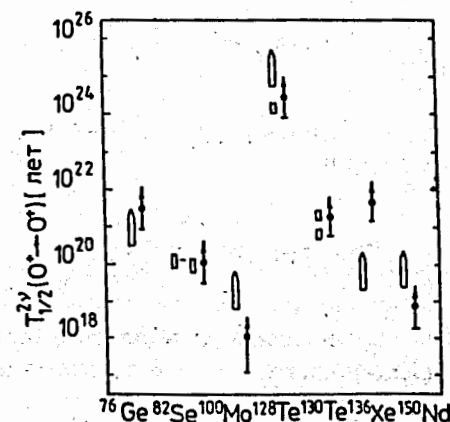


Рис. 3. Сравнение экспериментальных и теоретических периодов полураспада для  $2\nu 2\beta$ -распада. Экспериментальным результатам соответствуют пустые стрелки и прямоугольники. Теоретические значения (стрелки с точкой) получены в квази-частичном приближении случайных фаз <sup>/7/</sup>.

## 2. НОВЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ $(2\nu 2\beta)$ -РАСПАДА

Вычислительная схема может быть переформулирована в таком виде, в котором построение спектра состояний промежуточного ядра не требуется<sup>14-15/</sup>. Для этого запишем уравнение (9) в эквивалентном виде как

$$T(J_\alpha(x) J_\beta(y)) = J_\alpha(x) J_\beta(y) + \theta(y_0 - x_0) [J_\beta(y), J_\alpha(x)], \quad (13)$$

и получим вместо (10) выражение

$$\begin{aligned} J_{\alpha\beta} = & 1 \sum 2\pi\delta(E_f - E_n + p_{10} + k_{10}) 2\pi\delta(E_n - E_i + p_{20} + k_{20}) \times \\ & \times \int e^{-i(\vec{p}_1 + \vec{k}_1) \cdot \vec{x}_1} e^{-i(\vec{p}_2 + \vec{k}_2) \cdot \vec{x}_2} \langle p_f | J_\alpha(0, \vec{x}_1) | p_n \rangle \langle p_n | J_\beta(0, \vec{x}_2) | p_i \rangle d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 + \\ & + i2\pi\delta(E_f - E_i + p_{10} + k_{10} + p_{20} + k_{20}) \int e^{-i(\vec{p}_1 + \vec{k}_1) \cdot \vec{x}_1} e^{-i(\vec{p}_2 + \vec{k}_2) \cdot \vec{x}_2} \times \\ & \times \int_0^\infty e^{i(p_{20} + k_{20})t} \langle p_f | [J_\beta(t, \vec{x}_2), J_\alpha(0, \vec{x}_1)] | p_i \rangle dt d\vec{x}_1 d\vec{x}_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Можно видеть, что первый член в выражении (14) соответствует двум последовательным бета-распадам. Двойной бета-распад, однако, может наблюдаться лишь в том случае, когда простой бета-распад сильно подавлен или запрещен по энергии. Формально это отражено дельта-функцией с положительным аргументом  $E_n - E_i + p_{20} + k_{20} > 0$ . Таким образом, в уравнении (14) ненулевой вклад возникает лишь от второго члена, содержащего коммутатор ядерных токов  $J_\alpha$  и  $J_\beta$ .

Для  $J_{\alpha\beta}$  получаем,

$$\begin{aligned} J_{\alpha\beta} = & i2\pi\delta(E_f - E_i + p_{10} + k_{10} + p_{20} + k_{20}) \int e^{-i(\vec{p}_1 + \vec{k}_1) \cdot \vec{x}_1} e^{-i(\vec{p}_2 + \vec{k}_2) \cdot \vec{x}_2} \times \\ & \times \int_0^\infty \frac{1}{2} \left\{ e^{i(p_{20} + k_{20} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle p_f | [J_\beta(t/2, \vec{x}_2), J_\alpha(-t/2, \vec{x}_1)] | p_i \rangle + \right. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\left. + e^{i(p_{10} + k_{10} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle p_f | [J_\alpha(t/2, \vec{x}_1), J_\beta(-t/2, \vec{x}_2)] | p_i \rangle \right\} dt d\vec{x}_1 d\vec{x}_2. \quad (16)$$

Рассмотрим наиболее интересный случай  $2\beta$ -переходов  $0^+ \rightarrow 0^+$  и предположим, что испускаемые электроны и антинейтрино находятся в  $S_{1/2}$  состоянии.

Ядерный адронный ток в нерелятивистском импульсном приближении имеет вид

$$J_\alpha(0, \vec{x}) = \sum_n \tau_n^+ (\delta_{\alpha 4} + i g_A \delta_{\alpha k} (\vec{\sigma}_n)_k) \delta(\vec{x} - \vec{x}_n), \quad (17)$$

где суммирование проводится по всем нуклонам ядра. Уравнение (15) перепишем в виде

$$\begin{aligned} J_{\alpha\beta} = & 2\pi\delta(E_f - E_i + p_{10} + k_{10} + p_{20} + k_{20}) \times \\ & \times (\delta_{\alpha 4} \delta_{\beta 4} M_{VV} - \frac{1}{3} g_A^2 \delta_{\alpha k} \delta_{\beta k} M_{AA}), \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} M_{VV} = & \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ e^{i(p_{20} + k_{20} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle 0_f^+ | [V(t/2), V(-t/2)] | 0_i^+ \rangle dt, \right. \\ & \left. + e^{i(p_{10} + k_{10} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle 0_f^+ | [V(t/2), V(-t/2)] | 0_i^+ \rangle dt, \right\} \times \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} M_{AA} = & \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ e^{i(p_{20} + k_{20} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle 0_f^+ | [A_e(t/2), A_e(-t/2)] | 0_i^+ \rangle dt, \right. \\ & \left. + e^{i(p_{10} + k_{10} + \frac{E_f - E_i}{2})t} \langle 0_f^+ | [A_e(t/2), A_e(-t/2)] | 0_i^+ \rangle dt, \right\} \times \end{aligned} \quad (20)$$

$$\times \langle 0_f^+ | [A_e(t/2), A_e(-t/2)] | 0_i^+ \rangle dt,$$

где

$$V(t/2) = e^{iHt/2} V(0) e^{-iHt/2}, \quad (21)$$

$$A_e(t/2) = e^{iHt/2} A_e(0) e^{-iHt/2}, \quad (22)$$

и

$$V(0) = \sum_n \tau_n^+, \quad (23)$$

$$A_e(0) = \sum_n \tau_n^+ (\vec{\sigma}_n)_e. \quad (24)$$

Здесь  $H$  обозначает ядерный гамильтониан. Ядерные матричные элементы  $M_{VV}$  и  $M_{AA}$  могут быть вычислены в замкнутом виде для гамильтониана  $H$  общего вида, содержащего тензорные и спин-орбитальные силы. Чтобы избежать написания громоздких формул, продемонстрируем способ их вычисления для более простого ядерного гамильтониана

$$H = H_0 + V_C + V_S, \quad (25)$$

где  $H_0$  — гамильтониан свободных нуклонов,  $V_C$  — оператор потенциальной энергии кулоновского взаимодействия нуклонов,

$$V_C = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} g_C(r_{ij}) O_r, \quad (26)$$

где

$$O_r = \frac{1}{4} (1 + \tau_i^0)(1 + \tau_j^0) \quad (27)$$

и  $V_S$  — оператор центрального взаимодействия:

$$V_S = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} (g_W(r_{ij}) + g_B(r_{ij}) P_\sigma - g_H(r_{ij}) P_\tau - g_M(r_{ij}) P_\tau P_\sigma). \quad (28)$$

Здесь  $P_\sigma$  и  $P_\tau$  — проекционные операторы

$$P_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j), \quad (29)$$

$$P_\tau = \frac{1}{2} (1 + \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), \quad (30)$$

и  $g_a(r_{ij})$ ,  $a = W, B, H, M$  представляют скалярные функции относительной координаты  $r_{ij}$  взаимодействующих нуклонов;  $g_C(r_{ij}) = e^2/r_{ij}$ .

Рассмотрим матричный элемент

$$M_{AA}(t) = \langle 0_f^+ | [A_e(t/2), A_e(-t/2)] | 0_i^+ \rangle, \quad (31)$$

при этом предположим, что вкладом 3-, 4- и многочастичных операторов можно пренебречь.

Получим

$$M_{AA}(t) = \langle 0_f^+ | \frac{1}{2} \sum_{n \neq m} [e^{iGt/2} (\vec{A}_{nm})_e e^{-iGt/2}, e^{-iGt/2} (\vec{A}_{nm})_e e^{iGt/2}] | 0_i^+ \rangle, \quad (32)$$

где

$$G = g_C(r_{nm}) O_r + g_B(r_{nm}) P_\sigma - g_H(r_{nm}) P_\tau - g_M(r_{nm}) P_\sigma P_\tau, \quad (33)$$

$$\vec{A}_{nm} = \tau_n^+ \vec{\sigma}_n + \tau_m^+ \vec{\sigma}_m, \quad (34)$$

при этом было учтено, что

$$[A_e(0), H_0 + \frac{1}{2} \sum g_W(r_{ij})] = 0. \quad (35)$$

Двухчастичный оператор в матричном элементе (32) можно переписать в более простом виде, для чего вычислим выражение

$$\vec{B}_{nm} = e^{ig_C O_r t/2} \vec{A}_{nm} e^{-ig_C O_r t/2} = \quad (36)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(ig_C t/2)^k}{k!} \overbrace{[O_r \dots [O_r, \vec{A}_{nm}] \dots]}^{k \text{ раз}}. \quad (37)$$

используя равенство  $O_r^2 = O_r$ , что позволяет просуммировать ряд коммутаторов (37). Получим

$$\begin{aligned} \vec{B}_{nm} &= \vec{A}_{nm} - O_r \vec{A}_{nm} - \vec{A}_{nm} O_r + 2O_r \vec{A}_{nm} O_r + \\ &+ \cos(g_C t/2) (O_r \vec{A}_{nm} + \vec{A}_{nm} O_r - 2O_r \vec{A}_{nm} O_r) + \\ &+ i \sin(g_C t/2) [O_r, \vec{A}_{nm}]. \end{aligned} \quad (38)$$

Аналогично имеем

$$e^{ig_B P_\sigma t/2} \vec{B}_{nm} e^{-ig_B P_\sigma t/2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(ig_B t/2)^k}{k!} \overbrace{[P_\sigma \dots [P_\sigma, \vec{B}_{nm}] \dots]}^{k \text{ раз}}. \quad (39)$$

Используя равенство  $P_\sigma^2 = 1$ , можем просуммировать ряд коммутаторов (39). При этом получим

$$\begin{aligned} e^{ig_B P_\sigma t/2} \vec{B}_{nm} e^{-ig_B P_\sigma t/2} &= \frac{1}{2} \{ \vec{B}_{nm} + P_\sigma \vec{B}_{nm} P_\sigma + \\ &+ \cos(g_B t) (\vec{B}_{nm} - P_\sigma \vec{B}_{nm} P_\sigma) + i \sin(g_B t) [P_\sigma, \vec{B}_{nm}] \}. \end{aligned} \quad (40)$$

Повторное применение (40) с заменой  $g_B P_\sigma$  на  $g_H P_\tau$  и  $g_M P_\sigma P_\tau$  приводит к результату

$$\begin{aligned} M_{AA}(t) &= 2i \langle 0_f^+ | \sum_{n,m} \tau_n^+ \tau_m^+ \{ -3 \sin(2g_H t + 2g_B t + g_C t/2) \pi_s^\sigma + \\ &+ (2 \sin(g_C t/2) - \sin(2g_H t - 2g_B t + g_C t/2)) \pi_t^\sigma \} | 0_i^+ \rangle, \end{aligned} \quad (41)$$

где

$$\pi_s^\sigma = \frac{1}{2} (1 - P_\sigma),$$

$$\pi_t^\sigma = \frac{1}{2} (1 + P_\sigma). \quad (42)$$

Аналогичным путем можно получить

$$\begin{aligned} M_{\nu\nu}(t) &= \langle 0_f^+ | [V(t/2), V(-t/2)] | 0_i^+ \rangle = \\ &= 2i \langle 0_f^+ | \sum_{n,m} r_n^+ r_m^+ \sin(g_C t/2) | 0_i^+ \rangle. \end{aligned} \quad (43)$$

Подставляя (41) и (43) в уравнения (19) и (20), проведем интегрирование по временной координате. Для этого используем стандартную операцию выключения взаимодействия при  $t \rightarrow \infty$ :

$$\int_0^\infty e^{iat} \sin(bt) dt \rightarrow \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\infty e^{i(a+i\epsilon)t} \sin(bt) dt = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{b}{b^2 - a^2 - i\epsilon} = \quad (44)$$

$$= \mathcal{P} \frac{b}{b^2 - a^2} + i\pi\delta(b^2 - a^2), \quad (45)$$

где  $\mathcal{P}$  — символ главного значения. Получаем после интегрирования

$$M_{AA} = \langle 0_f^+ | \sum_{n,m} r_n^+ r_m^+ \left\{ \frac{6(2g_H + 2g_B + g_C/2)}{(2g_H + 2g_B + g_C/2)^2 - \Delta_{22}^2} \pi_s^\sigma + \right. \quad (46)$$

$$\left. + \left( \frac{-2g_C}{(g_C/2)^2 - \Delta_{22}^2} + \frac{2(2g_H - 2g_B + g_C/2)}{(2g_H - 2g_B + g_C/2)^2 - \Delta_{22}^2} \right) \pi_t^\sigma \right| 0_i^+ \rangle,$$

$$M_{\nu\nu} = \langle 0_f^+ | \sum_{n,m} r_n^+ r_m^+ \frac{-g_C}{(g_C/2)^2 - \Delta_{22}^2} | 0_i^+ \rangle, \quad (47)$$

где

$$\Delta_{22} = -\Delta_{11} = (p_{20} + k_{20} + \frac{E_f - E_i}{2}). \quad (48)$$

Интегрирование по переменной  $r_{nm}$  в ядерных матричных элементах проводится в смысле главного значения.

Ядерные матричные элементы  $M_{AA}$  и  $M_{\nu\nu}$  соответствуют в методе случайных фаз матричным элементам  $M_{GT}$  и  $M_F$ :

$$M_{GT} = \sum_n \langle 0_f^+ | \sum_i r_i^+ (\vec{\sigma}_i)_e | 1_n^+ \rangle \langle 1_n^+ | \sum_j r_j^+ (\vec{\sigma}_j)_e | 0_i^+ \rangle \frac{E_n - (E_i + E_f)/2}{(E_n - \frac{E_i - E_f}{2})^2 - \Delta_{22}^2}, \quad (49)$$

$$M_F = \sum_n \langle 0_f^+ | \sum_i r_i^+ | 1_n^+ \rangle \langle 1_n^+ | \sum_j r_j^+ | 0_i^+ \rangle \frac{E_n - (E_i + E_f)/2}{(E_n - \frac{E_i + E_f}{2})^2 - \Delta_{22}^2}. \quad (50)$$

В работе <sup>14/</sup> другим методом были получены формулы, аналогичные уравнениям (46) и (47), в них, однако, не учтено кулоновское взаимодействие нуклонов в гамильтониане  $H$ , роль которого может оказаться существенной. Тем не менее числовые результаты, полученные в работе <sup>14/</sup>, показывают, что для матричных элементов  $(2\nu 2\beta)$ -распада метод приводит к 2 ÷ 6-кратному уменьшению по сравнению с вычислениями по методу случайных фаз.

Значительный прогресс экспериментальных исследований  $\beta\beta$ -распада и изложенные выше идеи нового теоретического подхода позволяют надеяться на существенное продвижение вперед в нашем понимании редчайшего процесса уже в ближайшем будущем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Elliot S.R., Hahn A.A., Moe M.K. — Phys. Rev. Lett., 1987, v.59, p.2020.
2. Caldwell D.O. et al. — Phys. Rev., 1986, v.D33, p.2737.
3. Haxton W.C., Stephenson G.J. — Prog. Part. Nucl. Phys., 1984, v.12, p.409.
4. Doi M., Kotani T., Takasugi E. — Prog. of Theor. Phys., 1985, Supplement No.83, p.1.
5. Vergados J.D. — Phys. Rep., 1986, v.133, p.1.
6. Щепкин М.Г. — УФН, 1984, т.143, с.513.
7. Muto K., Klapdor H.V. — In: Neutrinos, ed. H.V.Klapdor, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1988, p.183.
8. Vogel P., Zirnbaauer M.R. — Phys. Rev. Lett., 1986, v.57, p.3148.
9. Engel J., Vogel P., Zirnbaauer M.R. — Phys. Rev., 1988, v.C37, p.731.

10. Muto K., Klapdor H.V. — Phys. Lett., 1988, v.B201, p.420.
11. Civitarese O., Faessler A., Tomoda T. — Phys. Lett., 1987, B194, p.11.
12. Vogel P., Fisher P. — Phys. Rev., 1985, v.C32, p.1362.
13. Klapdor H.V., Grotz K. — Phys. Lett., 1984, v.B142, p.323.
14. Ching C.R., Ho T.H., Wu X.R. — Phys. Rev., 1989, v.C40, p.304.
15. Šimkovic F. — In: JINR Rapid Communications, 1989, No.6(39), p.21.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 марта 1990 года.