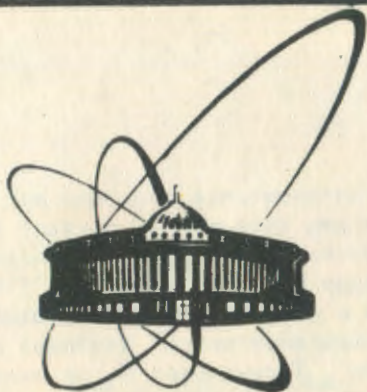


90-117



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

Н 19

P4-90-117

Р.Г. Назмитдинов

ОБ УЧЕТЕ ВКЛАДА ТОРОИДНОГО МОМЕНТА  
В ВЕРОЯТНОСТЬ ДИПОЛЬНОГО  
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДА

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1990

Для описания электромагнитных переходов в атомных ядрах, как правило, используют два мультипольных момента системы при каждом  $L$ , различающихся четностью: электрический и магнитный<sup>/1/</sup>. В работе<sup>/2/</sup> была последовательно решена задача о мультипольном разложении тока и введен набор из трех мультипольных семейств, характеризующих систему: электрических  $Q_{LM}$ , магнитных  $M_{LM}$  и тороидных  $T_{LM}$  моментов. В этой работе было подчеркнуто, что третий момент является совершенно независимой характеристикой распределения зарядов и токов, столь же информативной, как и обычные электрический и магнитные моменты.

В теории внутренней конверсии  $\gamma$ -лучей при рассмотрении вопросов взаимодействия внешнего тока /т.е. тока атомных электронов/ с ядерным электромагнитным полем перехода при условии проникновения внешнего тока во внутреннюю область ядра в случае электрической мультипольности<sup>/3/</sup> был выделен матричный элемент проникновения, который совпадает с тороидным моментом в<sup>/2/</sup> до постоянного множителя и малого слагаемого. В работе<sup>/4/</sup> было показано, что если обычный дипольный электрический момент перехода в ядре сильно уменьшен, то на опыте проявляется вклад тороидного момента мультипольности  $\lambda = 1$ , оценка которого была сделана на основе анализа ядерных параметров проникновения.

Вибрационные состояния отрицательной четности, наблюдаемые в реакциях кулоновского возбуждения в области  $A > 200$ <sup>/5/</sup>, возбуждающиеся на состоянии ираст-линии посредством электрических дипольных переходов, представляют с этой точки зрения несомненный интерес. Если в начале области актинидов абсолютная величина дипольных переходов относительно велика вследствие возникновения динамической октупольной деформации<sup>/6/</sup>, то по мере роста массового числа происходит ее подавление. Описание достаточно сложного характера выстраивания вибрационного углового момента в октупольных состояниях<sup>/7/</sup> позволяет надеяться на то, что в модели<sup>/7/</sup> с большой степенью достоверности воспроизводятся основные компоненты ядерной волновой функции как вибрационного состояния, так и состояний ираст-полосы.

Целью настоящего сообщения являются анализ электрических дипольных переходов в рамках модели октупольных возбуждений вращающегося ядра<sup>/7/</sup> и оценка вклада тороидного момента мультипольности  $\lambda = 1$  в эти переходы на примере  $^{230}\text{Th}$ . Учет тороидного момента обуславливает необходимость расчета его одно-

частичных матричных элементов. Ниже будут получены выражения для этих матричных элементов, рассчитанные с помощью волновых функций сферически-симметричного базиса.

1. Согласно работе<sup>/2/</sup> оператор тороидного момента имеет вид

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^0 = -\frac{\sqrt{4\pi\lambda}}{2(2\lambda+1)} \int_0^\infty d\vec{x} x^{\lambda+1} \{ \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda-1)}(\hat{x}) + \frac{2}{2\lambda+3} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda+1)}(\hat{x}) \} \vec{J}(\vec{x}), \quad /1/$$

где  $\vec{Y}_{\lambda\mu}^{(\lambda \mp 1)}(\hat{x})$  - шаровые векторы /см. /8'/ . Предположим, что под действием электромагнитного взаимодействия ядро осуществляет переход из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$ , тогда в нерелятивистском приближении для оператора тока имеем

$$\vec{J}(\vec{x}) = \vec{J}^K(\vec{x}) + \vec{J}^M(\vec{x}), \quad /2/$$

$$\vec{J}^K(\vec{x}) = -i \frac{eh}{2m} \sum_{k=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) g_L^K \{ \psi_f^* \vec{\nabla}_k \psi_i - \psi_i \vec{\nabla}_k \psi_f^* \}, \quad /3/$$

$$\vec{J}^M(\vec{x}) = \frac{eh}{2m} \sum_{k=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) \mu_g^k \vec{\nabla}_k \times \{ \psi_f^* \vec{\sigma}_k \psi_i \}, \quad /4/$$

где  $\sigma_k$  - матрицы Паули. В соотношениях /3/ и /4/ под фигурными скобками подразумевается интегрирование по всем внутренним координатам, кроме  $\vec{x}_k$ ;  $g_L$  - нуклонный орбитальный g-фактор / $g_L^{\text{протон}} = 1$ ,  $g_L^{\text{нейтрон}} = 0$ / и  $\mu_g$  - магнитный момент свободно-го нуклона / $\mu_g^{\text{протон}} = 2,79$ ,  $\mu_g^{\text{нейтрон}} = -1,91$ / в ядерных магнетонах.  $\vec{J}^K$  - это конвекционный ток, обусловленный движением отдельных нуклонов внутри ядра,  $\vec{J}^M$  - ток намагничивания, генерируемый магнитными моментами нуклонов.

Под волновой функцией  $|i\rangle$  ( $|f\rangle$ ) ниже подразумеваются много-частичные волновые функции, полученные в приближении Хартри - Фока - Боголюбова или в приближении случайных фаз /см., например, /9'/ . Соответственно, матричные элементы произвольного оператора, в конечном итоге, определяются одночастичными матричными элементами, рассчитанными в определенном базисе. Наиболее приемлемой с практической точки зрения является одночастичная волновая функция вида /10/

$$|a\rangle \equiv |n_\alpha \ell_\alpha j_\alpha m_\alpha\rangle = i^{\ell_\alpha} R_{n_\alpha \ell_\alpha}(x) \sum_{m_\ell m_s} \langle \ell_\alpha m_\alpha \frac{1}{2} m_s | j_\alpha m_\alpha \rangle Y_{\ell_\alpha m_\alpha}(\hat{x}) \chi_{\frac{1}{2}, m_s}. \quad /15/$$

Под действием операции обращения времени волновая функция /5/ трансформируется согласно правилу

$$\hat{J} |a\rangle = (-1)^{j_a - m_a} |\bar{a}\rangle = (-1)^{j_a - m_a} |n_a \ell_a j_a - m_a\rangle. \quad /6/$$

Требование вещественности матричных элементов относительно волновых функций /5/ приводит к необходимости введения фазового множителя  $i^{\lambda - \mu}$  для оператора  $T_{\lambda\mu}^0$  /см. /2.10/ /. При этом свойства нового оператора  $T_{\lambda\mu} = i^{\lambda - \mu} T_{\lambda\mu}^0$  относительно операции обращения времени и эрмитового сопряжения определяются соотношениями

$$\hat{J} \hat{T}_{\lambda\mu} \hat{J}^{-1} = (-1)^{\lambda + \mu} \hat{T}_{\lambda - \mu}. \quad /7/$$

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^\dagger = (-1)^{\lambda + \mu} (\hat{T}_{\lambda - \mu})^+. \quad /8/$$

Чтобы упростить вывод выражения для одночастичного матричного элемента тороидного момента, сделаем следующие вспомогательные вычисления. Вклад конвекционного тока в матричный элемент тороидного оператора с учетом определения /3/ пропорционален выражению

$$\langle f | T_{\lambda\mu}^k | i \rangle = I = -\frac{ie\hbar}{2m} \int d\vec{x} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda+1)}(\vec{x}) (\psi_f^* \vec{\nabla} \psi_i - \psi_i \vec{\nabla} \psi_f^*) i^{\lambda+1}. \quad /9/$$

Интегрируя по частям и учитывая результат эрмитового сопряжения

$$(i^{\lambda} \vec{\nabla} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda+1)})^+ = (-1)^{\lambda+1} i^{\lambda} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{(\lambda+1)\dagger}. \quad /10/$$

получим

$$I = \frac{e\hbar}{2m} \int d\vec{x} \{ (\psi_f^* i^{\lambda} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{(\lambda+1)}(\vec{x}) \vec{\nabla} \psi_i ) + (-1)^{\lambda+1} (\psi_i^* i^{\lambda} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{(\lambda+1)\dagger}(\vec{x}) \vec{\nabla} \psi_f ) \}. \quad /11/$$

Таким образом, из соотношения /11/ следует, что при вычислении матричного элемента /9/ достаточно рассчитать интеграл от величины  $(\psi_f^* i^{\lambda} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{(\lambda+1)}(\vec{x}) \vec{\nabla} \psi_i)$ , в конечном результате произвести соответствующую замену квантовых чисел начального и конечного состояний и просуммировать эти две величины с учетом фазового множителя  $(-1)^{\lambda+1}$  и соотношения

$$\vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda+1)} = (-1)^{\mu} \vec{Y}_{\lambda - \mu}^{(\lambda+1)}. \quad /12/$$

Имея в виду формулу /11/, получим операторную форму конвекционной части тороидного момента

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^k = \frac{eh}{2m} \frac{\sqrt{4\pi\lambda}}{2(2\lambda+1)} \sum_k i^\lambda \left[ \hat{T}_{\lambda\mu}^{(-)} + \frac{2}{2\lambda+3} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} \hat{T}_{\lambda\mu}^{(+)} \right] g_L^k, \quad /13/$$

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{(\pm)} = \int d\vec{x} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda\pm 1)}(\vec{x}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{\nabla}_k. \quad /14/$$

Вычисление интегралов /14/ приводит к следующим выражениям

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{(-)} = (-1)^\mu |x|^{\lambda+1} \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+1}} Y_{\lambda-\mu} \frac{d}{dx} - x^\lambda \sqrt{\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}} \{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-\mu}, \quad /15/$$

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{(+)} = (-1)^{\mu+1} |x|^{\lambda+1} \sqrt{\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}} Y_{\lambda-\mu} \frac{d}{dx} + x^\lambda \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+1}} \{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-\mu},$$

где  $\{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-\mu}$  - неприводимое тензорное произведение сферической функции  $Y_{\lambda\mu}$  и оператора углового момента  $L$ . Таким образом, учитывая формулу /15/, для операторной формы конвекционной части тороидного момента окончательно получим

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^k = \frac{eh}{2m} \frac{\sqrt{4\pi\lambda}}{2(2\lambda+1)} i^\lambda (-1)^\mu \sqrt{\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}} \frac{(2\lambda+1)}{2\lambda+3} \times \quad /16/$$

$$\times \sum_k g_L^k \left[ \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} Y_{\lambda-\mu} x \frac{d}{dx} - \frac{\lambda+3}{\lambda+1} \{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-\mu} \right] x_k^\lambda.$$

Интегральная форма, обусловленная током намагничивания, имеет вид

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^M = -\frac{eh}{2m} \frac{\sqrt{4\pi\lambda}}{2(2\lambda+1)} \sum_k i^{\lambda-1} \left[ \hat{T}_{\lambda\mu}^{M(-)} + \frac{2}{2\lambda+3} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} \hat{T}_{\lambda\mu}^{M(+)} \right] \mu_k^k. \quad /17a/$$

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{M(\pm)} = \int d\vec{x} x^{\lambda+1} \vec{Y}_{\lambda\mu}^{*(\lambda\pm 1)}(\vec{x}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) [\vec{\sigma}_k \times \vec{\nabla}]. \quad /17b/$$

Вычисление интегралов /17b/ приводит к следующим выражениям

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{M(-)} = i(-1)^\mu x^\lambda \left[ \sqrt{\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}} \{Y_\lambda \circ \sigma^{(1)}\}_{\lambda-\mu} x \frac{d}{dx} - \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+1}} \frac{\lambda+1}{\lambda} \{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-\mu} \circ \sigma^{(1)}_{\lambda-\mu} + \sqrt{\frac{2\lambda-1}{\lambda}} \{Y_\lambda \circ L^{(1)}\}_{\lambda-1} \circ \sigma^{(1)}_{\lambda-\mu} \right]. \quad /18a/$$

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^{M(+)} = i(-1)^\mu x^\lambda \left[ \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+1}} \{Y_\lambda \circ \sigma^{(1)}\}_{\lambda-\mu} x \frac{d}{dx} + \right.$$

$$+ \sqrt{\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}} \frac{\lambda}{\lambda+1} \{ \{ Y_{\lambda} \otimes L^{(1)} \}_{\lambda} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} - \sqrt{\frac{2\lambda+3}{\lambda+1}} \{ \{ Y_{\lambda} \otimes L^{(1)} \}_{\lambda+1} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} \} .$$

/186/

Суммируя /18а/ и /18б/, согласно формуле /17а/ получим

$$\hat{T}_{\lambda\mu}^M = -\frac{eh}{2m} \frac{\sqrt{4\pi\lambda}}{2(2\lambda+1)} i^{\lambda} (-1)^{\mu} \sum_k \mu_s^k \left[ x \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{\lambda+1} \frac{\lambda+3}{2\lambda+3}} \{ Y_{\lambda} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+1}} \frac{(2\lambda+1)(\lambda^2+2\lambda+3)}{\lambda(\lambda+1)(2\lambda+3)} \{ \{ Y_{\lambda} \otimes L^{(1)} \}_{\lambda} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} + \right. \quad /19/$$

$$\left. + \sqrt{\frac{2\lambda-1}{\lambda}} \{ \{ Y_{\lambda} \otimes L^{(1)} \}_{\lambda-1} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} - \frac{2}{\lambda+1} \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda+3}} \{ \{ Y_{\lambda} \otimes L^{(1)} \}_{\lambda+1} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} \right] x_k^{\lambda} .$$

Таким образом, оператор тороидного момента имеет вид

$$\hat{T}_{\lambda\mu} = \hat{T}_{\lambda\mu}^K + \hat{T}_{\lambda\mu}^M, \quad /20/$$

где  $\hat{T}_{\lambda\mu}^K$ ,  $\hat{T}_{\lambda\mu}^M$  определяются соответственно выражениями /16/ и /19/. Представление тороидного момента в операторной форме вида /16/ и /19/ позволяет достаточно просто рассчитать его матричный элемент, используя результаты из /8/. Для этого необходимо определить матричные элементы соответствующих тензоров и их неприводимых тензорных произведений с помощью волновых функций /5/. Соответствующие формулы приведены в Приложении.

Исходя из определения /20/ с учетом соотношения /12/ и замечания к нему, а также используя соотношения /П1/-/П6/, окончательно для матричного элемента оператора тороидного момента получим

$$\langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | \hat{T}_{\lambda\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle = \frac{eh}{2m} i^{\ell_2 + \lambda - \ell_1} \sqrt{\frac{2j_2+1}{2j_1+1}} C_{j_2 m_2}^{j_1 m_1} \lambda - \mu .$$

$$C_{j_2}^{j_1 - 1/2} (-1)^{\mu} \{ g_L A - \mu_s B \} ,$$

$$A = \frac{\lambda}{2(2\lambda+3)} \left[ \langle n_1 \ell_1 | x^{\lambda+1} \frac{d}{dx} | n_2 \ell_2 \rangle + (-1)^{\lambda+1} \langle n_2 \ell_2 | x^{\lambda+1} \frac{d}{dx} | n_1 \ell_1 \rangle \right] -$$

$$- \frac{\lambda+3}{4(\lambda+1)(2\lambda+3)} \left[ \langle n_1 \ell_1 | x^{\lambda} | n_2 \ell_2 \rangle f_2^{12} + (-1)^{\lambda+1} \langle n_2 \ell_2 | x^{\lambda} | n_1 \ell_1 \rangle f_2^{21} \right] ,$$

$$B = \frac{\lambda+3}{2(\lambda+1)(2\lambda+3)} \langle n_1 \ell_1 | x^{\lambda+1} \frac{d}{dx} | n_2 \ell_2 \rangle f_3^{12} - \left[ \frac{\lambda^2+2\lambda+3}{4\lambda(\lambda+1)^2(2\lambda+3)} f_4^{12} - \right.$$

$$-\frac{1}{4\lambda(2\lambda+1)} f_5^{12} + \frac{\lambda}{2(\lambda+1)^2(2\lambda+1)(2\lambda+3)} f_6^{12} ] \langle n_1 \ell_1 | x^\lambda | n_2 \ell_2 \rangle, \quad /21/$$

где коэффициенты  $f_1^{kl}$  определены в Приложении.

2. Существование тороидного момента как независимой характеристики электромагнитного взаимодействия приводит к следующему определению оператора дипольного электрического перехода /2/:

$$\hat{\mathbb{M}}_{1\mu}(E1) = e_{\text{эфф}} (i\hat{r}Y_{1\mu}) + \frac{\omega_\gamma}{cE} \hat{T}_{1\mu}, \quad /22/$$

$$e_p = \frac{N}{A} e, \quad e_n = -\frac{Z}{A} e,$$

где  $\omega_\gamma$  - энергия перехода  $\gamma$ -кванта. С использованием данного определения и формулы /21/ в рамках модели октупольных возбуждений во вращающихся ядрах /7/ были проведены оценки вклада тороидных моментов в вероятности дипольных электрических переходов из вибрационных состояний октупольной природы на состояния ираст-полосы в соответствии с интерполяционной формулой /11/:

$$\langle I-1 || \mathbb{M}(E1) || I \rangle = \sqrt{2I+1} \sum_\nu C_{I-\nu 1 \nu}^{I-1 0} \langle \Omega || [\mathbb{M}_{1\nu}, \mathbb{T}_\lambda^+] || \Omega \rangle, \quad /23/$$

где  $\mathbb{T}_\lambda^+$  - оператор фонона,  $|\Omega\rangle$  - состояние ядра в приближении модели принудительного вращения. Соотношение /23/ в пределе малых спинов воспроизводит правила обобщенной модели /правила Алаги/, а в пределе больших спинов переходит в результаты работ /12, 13/. В таблице представлены результаты расчета в отсутствие и при наличии вклада тороидного момента в сравнении с экспериментальными данными /5/. Наличие тороидного момента не сказывается существенным образом на значении электрического дипольного перехода. В первую очередь это обусловлено сильным фактором подавления перед величиной тороидного момента  $\sim \hbar\omega_\gamma/mc^2$ , который при типичных энергиях октупольных вибрационных состояний  $\hbar\omega_\gamma \approx 1$  МэВ относительно состояний ираст-линии является величиной порядка  $10^{-8}$ . Необходимо также отметить, что расчет в рамках модели дает завышенное значение величины E1-перехода, и в отсутствие тороидного момента. Аналогичная ситуация наблюдается и в других микроскопических расчетах /14, 16/.

Возможны несколько причин, влияющих на количественные оценки величины E1-переходов при использовании параметризации оператора дипольного момента в виде /22/. Это:

- а/ несогласованность вида остаточного взаимодействия в моделях с используемым потенциалом среднего поля;
- б/ необходимость учета эффектов трансляционной инвариантности с целью исключения примеси духовых состояний;

Таблица

Приведенные вероятности E1-переходов в состоянии  
 ираст-полосы из окупольных состояний для ядра  
 $^{230}\text{Th}$  полосы  $K^\pi = 0^-$

$\Gamma_{\text{окт}}$	Эксперимент <sup>/5/</sup> ( $e^2\text{фм}^2$ )	Наш расчет а/ ( $e^2\text{фм}^2$ )	Наш расчет б/ ( $e^2\text{фм}^2$ )	Наш расчет в/ ( $e^2\text{фм}^2$ )
$5^- \rightarrow 4^+$	$(1,588 \pm 0,538) \times 10^{-5}$	$18,9 \times 10^{-4}$	$18,84 \times 10^{-4}$	$5,15 \times 10^{-9}$
$7^- \rightarrow 6^+$	$(3,88 \pm 1,93) \times 10^{-4}$	$17,7 \times 10^{-4}$	$17,65 \times 10^{-4}$	$2,62 \times 10^{-9}$
$9^- \rightarrow 8^+$	$(1,97 \pm 0,21) \times 10^{-4}$	$17,25 \times 10^{-4}$	$17,22 \times 10^{-4}$	$1,05 \times 10^{-9}$

а/ Расчет без учета тороидного оператора,

б/ расчет с учетом тороидного оператора  $/\mu_g = 0,6 \mu_g^0 /$ ,

в/ расчет без учета дипольного оператора  $/\mu_g = 0,6 \mu_g^0 /$ .

в/ влияние кориолисова взаимодействия, приводящего к сильному смешиванию состояний с различными квантовыми числами  $K^\pi$ .

В наших расчетах на основе модели<sup>/7/</sup> кориолисова взаимодействия учтено в рамках модели принудительного вращения. Эффекты трансляционной инвариантности и согласование остаточного взаимодействия также не ведут к существенному изменению ситуации<sup>/14/</sup>. По-видимому, необходим совместный учет всех вышеперечисленных причин, а также учет влияния "хвоста" гигантского дипольного резонанса. С другой стороны, не исключена возможность иной параметризации оператора дипольного момента<sup>/16/</sup>.

Суммируя, отметим, что проблема описания дипольных электрических переходов пока остается нерешенной. Необходимы как более точные спектроскопические данные, так и теоретические исследования в этом направлении. Стоит отметить, что полученные выражения для матричного элемента тороидного оператора могут оказаться полезными при анализе опытов по неупругому рассеянию электронов на ядрах<sup>/2/</sup>. Сравнение экспериментальных данных и теоретических расчетов сечений рассеяния внесет дополнительную ясность в вопрос о существовании тороидных моментов.

Автор выражает признательность И.Н.Михайлову за то, что он обратил его внимание на проблему учета тороидных моментов, а также благодарит С.Н.Ершова за конструктивные дискуссии по поводу расчета матричных элементов.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем результаты расчета основных компонент, определяющих значение матричного элемента тороидного оператора, когда в качестве базисных волновых используются волновые функции /5/:

$$\langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda Y_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle = i^{\ell_2 + \lambda - \ell_1} \sqrt{\frac{(2\lambda+1)(2j_2+1)}{4\pi(2j_1+1)}} (-1)^{j_1+j_2+\lambda+1} \frac{j_1 m_1}{j_1^{1/2}} C_{j_2 m_2 \lambda - \mu}^{j_1 1/2 \lambda 0} = \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle. \quad /П1/$$

Здесь  $C_{j_2 m_2 \lambda \mu}^{j_1 m_1}$  - коэффициенты Клебша - Гордона

$$\begin{aligned} \langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda \{ Y_\lambda \otimes L^{(1)} \}_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle &= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle \frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 1) - \lambda(\lambda + 1)}{2\sqrt{\lambda(\lambda + 1)}} = \\ &= \frac{\langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle}{2\sqrt{\lambda(\lambda + 1)}} f_2^{12}. \end{aligned} \quad /П2/$$

$$y_i = \begin{cases} \ell_i, & \text{если } j_i = \ell_i + 1/2, \\ -(\ell_i + 1), & \text{если } j_i = \ell_i - 1/2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda \{ \{ Y_\lambda \otimes L^{(1)} \}_{\lambda-\mu} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle &= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle \times \\ \times \frac{(y_1 - y_2) [(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 1) - \lambda(\lambda + 1)]}{2\lambda(\lambda + 1)} &= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle \frac{f_4^{12}}{2\lambda(\lambda + 1)} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda \{ Y_\lambda \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle &= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle \frac{(y_1 - y_2)}{\sqrt{\lambda(\lambda + 1)}} = \\ = \frac{\langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle}{\sqrt{\lambda(\lambda + 1)}} f_3^{12}. \end{aligned} \quad /П.4/$$

$$\langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda \{ \{ Y_\lambda \otimes L^{(1)} \}_{\lambda-1} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle =$$

$$= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2 + \lambda + 1) [(\gamma_1 - \gamma_2)^2 - \lambda^2]}{2\lambda[(2\lambda+1)(2\lambda-1)]^{1/2}} \quad /п.5/$$

$$= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle r_5^{1/2} / [2\lambda\sqrt{(4\lambda^2 - 1)}].$$

$$\langle n_1 \ell_1 j_1 m_1 | i^\lambda \{ \{ Y_\lambda \otimes L^{(1)} \}_{\lambda+1} \otimes \sigma^{(1)} \}_{\lambda-\mu} | n_2 \ell_2 j_2 m_2 \rangle =$$

$$= \langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2 - \lambda) [(\gamma_1 - \gamma_2)^2 - (\lambda+1)^2]}{2(\lambda+1) [(2\lambda+1)(2\lambda+3)]^{1/2}} \quad /п.6/$$

$$= \frac{\langle j_1 | Y_\lambda | j_2 \rangle}{2(\lambda+1)\sqrt{(2\lambda+1)(2\lambda+3)}} r_6^{1/2}.$$

Следует отметить, что выражения типа /п1/-/п6/ используются при исследовании, например, в задачах рассеяния /см. /17/ /. В качестве радиальной волновой функции в расчете использовалась осцилляторная функция  $R_{n\ell}(x)$ -модели Нильссона, для которой имеют место следующие полезные соотношения /18/:

$$\left( \frac{d}{dx} + \frac{\ell+1}{x} \right) R_{n\ell}(x) = \left( \ell+n+\frac{1}{2} \right)^{1/2} R_{n\ell-1}(x) + (n+1)^{1/2} R_{n+1,\ell-1}(x),$$

для  $\ell > 0$

$$\frac{d}{dx} R_{n0}(x) = -\left( n+\frac{3}{2} \right)^{1/2} R_{n,1}(x) - n^{1/2} R_{n-1,1}(x),$$

$$\text{где } n = \frac{N-\ell}{2}.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Alder K. et al. - Rev. Mod. Phys., 1956, v.28, p.432.
2. Дубовик В.М., Чешков А.А. - ЭЧАЯ, 1974, т.5, вып. 3, с.791.
3. Войханский М.Е., Листенгартен М.А. - Изв. АН СССР, сер.физ., 1959, т.23, с.238.
4. Листенгартен М.А., Григорьев В.Н., Фересин А.П. - Изв. АН СССР, сер.физ., 1981, т.45, с.2038.
5. Kulesa R., et al. - Z.Phys., 1989, v.334, p.244.
6. Leander G.A., et al. - Nucl. Phys., 1986, v.A453, p.58.
7. Назмитдинов Р.Г. - ЯФ, 1987, т.46, с.732.

8. Варшавович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. - Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
9. Соловьев В.Г. - Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
10. Бор О., Моттельсон Б. - Структура атомного ядра, т.1. М.: Мир, 1971.
11. Акбаров А. и др. - ЯФ, 1981, т.33, с.1480.
12. Михайлов И.Н. - Сообщение ОИЯИ, Р4-7862, Дубна, 1974.
13. Marshalek E.R. - Nucl. Phys., 1977, v.A275, p.416.
14. Базнат М.И., Пятов Н.И., Саламов Д.И. - ЯФ, 1977, т.25, с.1155.
15. Aliev V.A. et al. - Z. Phys., 1988, v.A331, p.265.
16. Барц Б.И., Казаринов М.И. - ЯФ, 1989, т.50, с.1277.
17. Petrovich F. et al. - Nucl. Phys., 1984, v.A425, p.609.
18. Lee H.C. - Preprint Chalk River Nuclear Laboratories, 1981, AECL- 4839.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 февраля 1990 года.